

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 8 日現在

機関番号：32702

研究種目：若手研究

研究期間：2022～2023

課題番号：22K13436

研究課題名（和文）人工知能を用いた派生証券価格の効率的算出手法の研究

研究課題名（英文）Efficient Calculation Methods for Derivative Pricing with Artificial Intelligence

研究代表者

舟橋 秀治（Funahashi, Hideharu）

神奈川大学・経済学部・准教授

研究者番号：40884383

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、デリバティブの価格評価に人工神経回路網(ANN)を応用し、商品性やモデルの特性に依存せず、高速かつ高精度なプライシングを可能とする統一的な評価手法を開発した。第一の成果は、金融実務で用いられるSABRモデルにANN漸近補正法を適用し、高ボラティリティと満期の長いヨーロッパ・オプションの価格やインプライド・ボラティリティのウイングスを高速かつ精緻に計算する手法を構築した点である。第二の成果は、近似解の代わりに原資産の確率過程に近い疑似過程上に書かれたデリバティブの解析解（または近似解）を用いることで、解析解（近似解）の有無に関わらずANNを用いた効率的な評価手法を確立した点である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

金融実務や学術研究において、デリバティブの価格付けは、伝統的には数値計算や近似手法に依存し、最近では人工神経回路網を用いた価格付けが注目されている。しかし、いずれの手法も一長一短があり、異なる計算手法が併用されている。本研究では、商品性やモデルの特性に依存せず、統一的な評価手法を確立した。本手法により、複雑な原資産過程に従うモデルでも、従来の近似手法と同程度の計算速度で、精緻なヨーロッパ・オプションの価格付けが実現し、市場へのキャリブレーションが可能となった。また、これまで数値計算に頼ってきた解析解や近似解が存在しない複雑なデリバティブも、精緻かつ高速に価格を計算することが実現した。

研究成果の概要（英文）：This study applies Artificial Neural Networks (ANN) to the evaluation of derivative pricing and develops a unified method that enables fast and precise pricing, independent of product characteristics or model properties. The first achievement is the application of the ANN with an asymptotic correction method, proposed by Funahashi in Quant. Finance, 21(4):575, to the SABR model, which is widely used in financial practice. This constructs a method that quickly and accurately calculates the prices and implied volatility wings of European options with high volatility and long maturities. The second achievement involves creating an efficient ANN-based evaluation method for exotic derivatives, regardless of the existence of analytical or approximate solutions. This method utilizes the analytical (or an approximate) solution of derivatives written on a pseudo-stochastic process close to the original asset's stochastic process.

研究分野：ファイナンス，金融工学，数理ファイナンス

キーワード：人工神経回路網 デリバティブ SABRモデル 漸近展開法 バリアオプション インプライド・ボラティリティ

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

市場で観測されるインプライド・ボラティリティには、スキューやスマイルと呼ばれる特性が観測され、権利行使価格 K や満期 T に応じてボラティリティの値が変化する。このため、実務ではスキューやスマイルを表現可能な局所ボラティリティモデル (LVM) や確率ボラティリティモデル (SVM) が使われている。しかし、LVM や SVM は限られた場合を除き、デリバティブの価格を記述する解析解が存在しない。このため、デリバティブの価格付けにおいては、モンテカルロ法や有限差分法などの数値計算法を用いる必要があり、膨大な計算コストがかかる。さらに、モデルのキャリブレーションでは、最適解を見つけるためにデリバティブ価格の計算を繰り返し行う必要があり、多大な計算負荷が生じる。

このため、モデルの市場へのキャリブレーションには、実務では漸近展開法などの近似解が広く用いられてきた。しかし、これらの手法では、原資産のボラティリティが高く満期が長い商品では、近似の精度が著しく劣化することが知られている。

一方、近年の金融分野における機械学習の進展は顕著である。特に人工神経回路網 (ANN) を利用した市場データのディープ・キャリブレーションに関する研究が盛んに行われている。ディープ・キャリブレーションは、業務時間外に ANN に価格を学習させるオフライン (通常は、年に1~2回程度) と、その学習結果を活用し、日々のトレーニング時にデリバティブ価格の推定を行うオンラインのプロセスに分けることができる。後者は計算負荷が低く、迅速な計算が可能である。一方、オフラインでの計算には、大量の学習データを生成するため数値計算が必要であり、計算負荷は非常に高くなる。さらに、オフラインでの学習はモデルや商品ごとに必要となり、多種多様な商品を扱う金融機関にとっては大きな負担となる。また、ANN に直接デリバティブの価格を学習させる従来の手法では、オンラインにおける価格の推定に、予期せぬ誤差が生じることも少なくない。ところが、デリバティブの取引額が大きい金融機関では、僅かな推定誤差であっても巨額の損失を被るリスクを負っている。

このように、数値計算、近似手法、人工知能を用いたデリバティブの価格付けには、それぞれ長所と短所が存在し、金融実務では、商品性やモデルの特性に応じて異なる計算手法が混在している。本研究は、このような実務における現状に着目して、商品性やモデルの特性に依存せず、統一的なモデルの評価手法を確立しようとの考えに至ったものである。

2. 研究の目的

本研究の目的は、デリバティブの価格評価における人工知能 (AI) の応用を再定義し、従来の数値計算法や近似手法に代わる新たな手法を開発することである。具体的には、Funahashi, Quant. Finance, 21(4):575 によって提案された計算手法 (以後、「ANN 漸近補正法」と呼ぶ) を発展させ、デリバティブの価格を高速かつ精緻に推定することを目標とした。本手法では、事前 (オフライン) に、数値計算により算出したデリバティブの価格 (C_{NM}) と漸近展開法による近似解 (C_{App}) との差 ($D = C_{NM} - C_{App}$) を ANN に学習させておき、日々のトレーニング (オンライン) では ANN が推定した C_{App} との差額 (D_{ANN}) を用いて、デリバティブの価格 ($C_{ANN}^D = C_{App} + D_{ANN}$) を推定する計算手法である。本アプローチでは、ANN に直接 C_{NM} を学習させる従来の手法と比較して、学習データの数を 100~1000 分の 1 程度に削減したうえで、ANN のハイパーパラメータ (隠れ層やノードの数) を半数以下に設定しても、デリバティブの価格を安定的かつ精緻に計算することができる。これにより、課題であったオフラインでの計算負荷が大幅に削減されたうえに、オンラインでの推定誤差が顕著に改善された。

本研究では ANN 漸近補正法を金融実務上重要な SABR モデルや free-boundary SABR などの派生モデルに拡張し、従来の手法では正確に表現できなかったウィングス (deep in the money や deep out of the money における IV の形状) を、高速かつ高精度に計算する手法を構築することを第一の目的とした。また、バリア型オプションなど、従来の手法では膨大な計算時間を要する複雑なデリバティブの価格付けに本手法を適用し、商品性やモデルの特性に依存せず、高速かつ高精度なプライシングを可能とする統一的な評価手法を開発することで、金融実務へ還元することを第二の目的とした。

3. 研究の方法

本研究では、①ANN 漸近補正法を発展させ、SABR モデルやその派生モデルの評価手法を構築することと、②複雑なデリバティブ評価に本手法を適用し、高速かつ高精度なプライシングを確立し、商品性やモデルの特性に依存せず、統一的な評価手法を開発することを目標としたため、次の2つの項目に分けて研究を進めた。

(1) SABR モデルは実務において、市場で観測されるインプライド・ボラティリティ・サーフェイスを表現するために使われることが多いため、ヨーロッパ・オプションの価格付けに焦点を当てて議論した。最初に、モンテカルロ法を用いてオプション価格を算出し学習データ (C_{MC}) を生成した。また、揺動摂動法を用いたオプション価格の近似値 (Hagan et al. (2002)) を算出した (C_{App})。次に、 C_{MC} を直接 ANN に学習させて、ANN の価格を推定したオプション価格 (C_{ANN}) と C_{MC} と C_{App} の誤差 D を ANN に学習させることで推定したオプション価格 (C_{ANN}^D) を算

出した。 C_{ANN} と C_{ANN}^D に関して、学習データの数、活性化関数、隠れ層の数、ノード数を変化させることで、近似精度の検証、計算速度の比較、計算結果の安定性の検証を行った。また、SABRの派生モデルとして、負金利に対応した free-boundary SABR モデル (fb-SABR) に対しても同様の実験を行った。なお、fb-SABR の近似値 C_{App} を算出するにあたり、実務上で広く使われている Antonov et al.の近似式を用いた。

(2) ANN 漸近補正法は、デリバティブ価格の(ある程度)精緻な近似解(C_{App})が存在する場合に威力を発揮する計算手法である。ところが、原資産価格が LSV や SVM にしたがる場合、その上に書かれた複雑なデリバティブ(バリア型、アジア型、アメリカ型オプションなど)に関して、精緻な近似解が存在するケースは稀である。そこで、原資産の価格過程を模倣した(単純な)疑似確率過程で近似し、その過程の上に書かれたデリバティブの近似解を C_{App} として、数値計算結果との差($D = C_{NM} - C_{App}$)を ANN に学習させる手法(以後、「ANN 疑似過程補正法」と呼ぶ)を開発した。本手法の有用性をヨーロピアン・オプションとバリア型オプションを用いて、(1)と同様の数値実験を行い、近似精度の検証、計算速度の比較、計算結果の安定性の検証を行った。

4. 研究成果

(1) 本研究における第一の貢献は、金融実務において広く用いられている SABR モデルに対して、ANN 漸近補正法を応用し、従来の近似手法では正確に表現できなかった、ボラティリティが高く満期が長いケースのヨーロピアン・オプションの価格やインプライド・ボラティリティのウィングスを高速かつ高精度に計算する手法を構築したことである。本手法を用いることで、時間がかかる数値計算を事前(オフライン)に行い、従来の近似解との差を ANN に学習させることで、日々のデリバティブの価格付け(オンライン)においては、従来の近似手法と同程度の計算速度で、顕著に高い精度でのヨーロピアン・オプションの価格付けが可能となった。また、本手法を用いれば、ANN に直接デリバティブの価格を学習させる従来の手法と比較して、学習データ数を 10~1000 分の 1 程度に削減した上で、ANN のハイパーパラメータ(隠れ層やノードの数)を半数以下に設定しても、デリバティブの価格を安定的かつ精緻に推定できることを数値実験により証明した。これにより、人工知能が金融実務で普及する障害となっていた、オフラインでの計算負荷が大幅に削減された上に、オンラインでの推定誤差が大幅に改善された。さらに、本手法が Free-boundary SABR モデルなど、他の SABR の派生モデルに対しても適用可能であることを証明した。したがって、本手法は、市場で観測されるインプライド・ボラティリティ・サーフェイスに対して SABR の派生モデルをキャリブレーションする際にも応用可能である。本結果は Quantitative Finance 誌に掲載された。

(2) 第二の成果は、ANN 漸近補正法では、漸近展開法などの近似解が存在する場合のみ適用可能であったのに対して、本研究で提案した新しい手法では、近似解の代わりに、原資産の確率過程に近い疑似確率過程上に書かれたデリバティブの解析解(または近似解)を用いることで、解析解や近似解の有無に関わらず ANN を用いた効率的なデリバティブの評価手法(ANN 疑似過程補正法)を確立した点である。これにより、ANN の学習に必要な学習データ数を従来の手法と比べて大幅に圧縮し、少ないノードや隠れ層を用いても、デリバティブの価格を精緻に推定することが可能となった。また、原資産を模倣する疑似確率過程を生成するための具体的な指針を提示し、数値例を用いて ANN の学習と推定が効果的に機能するケースを明確にした。また、疑似確率過程のパラメータを決定する手法の理論的な枠組みと数学的特徴付けを行った。本手法を用いることで、バリア型オプションなどの解析解や近似解が存在しない複雑なデリバティブでも、精緻かつ高速に価格を計算することが可能となった。さらに、ANN 疑似過程補正法を用いることで、原資産が解析解や近似解を持たない複雑なモデルに従う場合でも、ヨーロピアン・オプションの価格を ANN が効率的に推定できることを示した。これにより、これらのモデルの市場への効率的なキャリブレーションが可能となった。本研究結果は国際ジャーナルに投稿中で、現時点において Minor revision(微修正)の評価を受けている。また、SSRN ではワーキング・ペーパーとしてアップロードし、広く研究結果を公開した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Funahashi Hideharu	4. 巻 23
2. 論文標題 SABR equipped with AI wings	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Quantitative Finance	6. 最初と最後の頁 229 ~ 249
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/14697688.2022.2150561	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Funahashi Hideharu	4. 巻 -
2. 論文標題 Deep Learning for Derivatives Pricing: A Comparative Study of Asymptotic and Quasi-process Corrections	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 SSRN Electronic Journal	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2139/ssrn.4553139	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------