

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 7 日現在

機関番号：14301  
研究種目：基盤研究(A) (一般)  
研究期間：2011～2015  
課題番号：23244005  
研究課題名(和文)幾何学的群論と距離埋め込みの最先端研究  
  
研究課題名(英文)Geometric group theory and metric embedding  
  
研究代表者  
藤原 耕二 (Fujiwara, Koji)  
  
京都大学・理学(系)研究科(研究院)・教授  
  
研究者番号：60229078  
交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 29,600,000円

研究成果の概要(和文)：代表者はBestvina、Brombergとの共同研究で離散群の距離空間への埋め込みについて画期的な手法を開発し、それを使って写像類群などへの顕著な応用を多数得た。分担者の小澤は離散アメンブル群の $C^*$ 環について顕著な成果を得た。また、非可換群をターゲットとする擬準同型について新しい知見を得た。分担者の塩谷はAlexandrov空間の幾何を研究し、ラブラシアン第一固有値の挙動について顕著な成果を得た。

研究成果の概要(英文)：Fujiwara found a new method to embed certain discrete groups into a finite product of hyperbolic graphs in his joint work with Bestvina and Bromberg, and obtained important applications. Ozawa made a significant progress on the study of  $C^*$ -algebra of discrete amenable groups, and also quasi-homomorphisms into non-commutative groups. Shioya found an important result on the asymptotics of the first eigen value of Laplacians on Alexandrov spaces.

研究分野：幾何学

キーワード：幾何学的群論 双曲群 写像類群 作用素環論 アレクサンドロフ空間 擬準同型

#### 1. 研究開始当初の背景

幾何学的群論は、1980年代以降において、もっとも活発に研究されている数学の分野の一つであり、欧米では有力な若手が育っていた。一方、日本においては、少数の研究者しかいなかった。

幾何学的群論は引き続き、低次元多様体論や写像類群への応用が見込まれる状況であり、組織的な研究への取り組みが大きな成果をもたらす可能性があった。

#### 2. 研究の目的

幾何学的群論の手法を使って、離散群の距離空間への埋め込みについて研究し、画期的な成果を出すことを目的とする。

毎年一つの国際研究集会を開催し、日本における幾何学的群論ならびに周辺分野の興隆を促し、国際的にみて高い水準の研究グループを形成し、相乗効果をもたらす。

#### 3. 研究の方法

代表者の研究総括のもと、分担者がいくつかのグループに分かれて(幾何学的群論、作用素環論、リーマン幾何学)研究活動を行う。必要があれば研究協力者を雇用する。

2011年度は分担者の小澤が京大・数理解の年間プロジェクトに参加し国際研究集会を主催する。代表者と小澤がポアンカレ研究所のプログラムに参加し研究する。

2012年度は代表者がミッターグ・レフラー研究所に滞在し研究する。代表者と小澤が京大で国際研究集会を主催する。

2013年度は代表者と小澤が京大で国際研究集会を主催する。

2014年度は代表者が日本数学会第7回季期研究集会を他の主催者とともに主催する:The 7th MSJ-SI. Hyperbolic Geometry and Geometric Group Theory, University of Tokyo, July 30th - August 5th, 2014.

#### 4. 研究成果

代表者は Bestvina-Bromberg との共同研究で、離散群がある条件を満たすとき、群作用を構成する方法を発見し、それによって、離散群をいくつかのグラフの積空間に埋め込む方法を発見した。それによって、曲面の写像類群についていくつか顕著な成果を得た。その一つとして、曲面の写像類群の漸近次元が有限であることを示した。

この手法と、これまでの群の擬準同型の構成に関する代表者らの成果を合わせることで、極めて一般的なノルム付きベクトル空間への擬コサイクルを構成した。

さらに、タイヒミュラー空間に新しい座標を導入し、その良い応用を得た。

それらの成果について多くの国際研究集会で招待講演をした。その一つとして、2013年に、The XXIInd Rolf Nevanlinna Colloquium (Helsinki, Finland)において基調講演をした。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

(雑誌論文)(計 20 件)

Bestvina, M.; Bromberg, K.; Fujiwara, K.; Souto, J. Shearing coordinates and convexity of length functions on Teichmüller space. Amer. J. Math. 135 (2013), no. 6, 1449-1476. 査読有 <http://muse.jhu.edu/article/527638>

Dahmani, François; Fujiwara, Koji; Guirardel, Vincent Free groups of interval exchange transformations are rare. Groups Geom. Dyn. 7 (2013), no. 4, 883-910. 査読有。 [http://www.ems-ph.org/journals/show\\_abstract.php?issn=1661-7207&vol=7&is\\_s=4&rank=4](http://www.ems-ph.org/journals/show_abstract.php?issn=1661-7207&vol=7&is_s=4&rank=4)

Fujiwara, Koji Geometry of the Funk metric on Weil-Petersson spaces. Math. Z. 274 (2013), no. 1-2, 647-665. 査読有 <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs00209-012-1089-6>

Fujiwara, Koji; Toyoda, Tetsu Random groups have fixed points on CAT(0) cube complexes. Proc. Amer. Math. Soc. 140 (2012), no. 3, 1023-1031. 査読有 <http://www.ams.org/journals/proc/2012-140-03/S0002-9939-2011-11343-1/home.html>

Fujiwara, Koji; Manning, Jason Fox Simplicial volume and fillings of hyperbolic manifolds. Algebr. Geom. Topol. 11 (2011), no. 4, 2237-2264. 査読有 <http://msp.org/agt/2011/11-4/p13.xhtml>

Choi, Yemon; Farah, Ilijas; Ozawa, Narutaka A nonseparable amenable operator algebra which is not isomorphic to a C\*-algebra. Forum Math. Sigma 2 (2014), e2, 12 pp. 査読有 <http://journals.cambridge.org/action/displayAbstract?fromPage=online&aid=9193080&fileId=S2050509413000066>

Godefroy, Gilles; Ozawa, Narutaka Free Banach spaces and the approximation properties. Proc. Amer. Math. Soc. 142 (2014), no. 5, 1681-1687. 査読有 <http://www.ams.org/journals/proc/2014-142-05/S0002-9939-2014-11933-2/home.html>

Johnson, William B.; Ozawa, Narutaka; Schechtman, Gideon A quantitative version of the commutator theorem for zero trace matrices. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 110 (2013), no. 48, 19251-19255. 査読有  
<http://www.pnas.org/content/110/48/19251>

Ozawa, Narutaka Dixmier approximation and symmetric amenability for C\*-algebras. J. Math. Sci. Univ. Tokyo 20 (2013), no. 3, 349-374. 査読有

Ozawa, Narutaka A remark on contractible Banach algebras. Kyushu J. Math. 67 (2013), no. 1, 51-53. 査読有  
[https://www.jstage.jst.go.jp/article/kyushujm/67/1/67\\_051/article](https://www.jstage.jst.go.jp/article/kyushujm/67/1/67_051/article)

Ozawa, Narutaka About the Connes embedding conjecture: algebraic approaches. Jpn. J. Math. 8 (2013), no. 1, 147-183. 査読有  
<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11537-013-1280-5>

Ozawa, Narutaka Tsirelson's problem and asymptotically commuting unitary matrices. J. Math. Phys. 54 (2013), no. 3, 032202, 8 pp. 査読有  
<http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jmp/54/3/10.1063/1.4795391>

Burger, M.; Ozawa, N.; Thom, A. On Ulam stability. Israel J. Math. 193 (2013), no. 1, 109-129. 査読有  
<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11856-012-0050-z>

Monod, Nicolas; Ozawa, Narutaka; Thom, Andreas Is an irng singly generated as an ideal? Internat. J. Algebra Comput. 22 (2012), no. 4, 1250036, 6 pp. 査読有  
<http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218196712500361>

Ozawa, Narutaka Examples of groups which are not weakly amenable. Kyoto J. Math. 52 (2012), no. 2, 333-344. 査読有  
<http://projecteuclid.org/euclid.kjm/1335272982>

Ozawa, Narutaka Metric spaces with subexponential asymptotic dimension growth. Internat. J. Algebra Comput. 22 (2012), no. 2, 1250011, 3 pp. 査読有  
<http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218196711006777>

Ozawa, Narutaka Quasi-homomorphism rigidity with non-commutative targets. J. Reine Angew. Math. 655 (2011), 89-104. 査読有  
<http://www.degruyter.com/view/j/crll.2011.2011.issue-655/crelle.2011.034/crelle.2011.034.xml>

Funano, Kei; Shioya, Takashi Concentration, Ricci curvature, and eigenvalues of Laplacian. Geom. Funct. Anal. 23 (2013), no. 3, 888-936. 査読有  
<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs00039-013-0215-x>

Shioya, Takashi Collapsing three-manifolds with a lower curvature bound. Tohoku Math. J. (2) 63 (2011), no. 4, 471-487. 査読有  
<http://projecteuclid.org/euclid.tmj/1325886277>

Kuwae, Kazuhiro; Shioya, Takashi A topological splitting theorem for weighted Alexandrov spaces. Tohoku Math. J. (2) 63 (2011), no. 1, 59-76. 査読有  
<http://projecteuclid.org/euclid.tmj/1303219936>

[学会発表](計 39 件)  
すべて藤原耕二 (Koji Fujiwara) による。  
2015.3.26. Stable commutator length on mapping class groups. Research Seminar "Dynamics on moduli spaces of geometric structures", MSRI, Berkeley, US.  
2014.2.12. Quasi-homomorphisms into non-commutative groups. New Trends in Teichmüller Theory and Mapping Class. Oberwolfach, Germany.  
2014.3.14. Quasi-homomorphisms into non-commutative groups. Geometry of groups seminar, U Orsay. IHP, France.  
2014.5.15. Asymptotic metrics on groups. Dynamics and Groups seminar. Hebrew U. Jerusalem, Israel.  
2014. 8. 9 Quasi-homomorphisms into non-commutative groups. "Geometry on

- Groups and Spaces" ICM Satellite Conference on Geometric Group Theory & Geometric Structures, August 7 - 12, 2014. KAIST, Daejeon, Korea
- 2014.9.8. Asymptotically isometric metrics on hyperbolic groups, The 10th Geometry conference for the friendship between China and Japan. Fudan University, China.
- 2014.11.10. Stable commutator length on mapping class groups, 談話会、東北大
- 2014.12.9. Stable commutator length on mapping class groups. 東大トポロジーセミナー.
- 2014.12.14-19. Stable commutator length on mapping class groups. Geometric and Combinatorial Group Theory In honor of Eliyahu Rips workshop, Hebrew U, Israel.
- 2013.2.14. Group actions on quasi-trees and its application I, II. "semester program on Teichmüller Theory ", Erwin Schroeinger International Institute for Mathematical Physics, Vienna, Austria.
- 2013.3.15. Quasi-morphisms and its application. Kervaire Seminar "Geometry of groups 2013" 10 - 15 March 2013. Les Diablerets, Switzerland
- 2013.6.5. Making bridges among long islands. "Geometric Structures in Group Theory". Oberwolfach, Germany.
- 2013.7.4. "Group actions on quasi-trees". Differentialgeometrie im Grossen. Oberwolfach, Germany.
- 2013.8.9. "Group actions on quasi-trees and application". The XXIIInd Rolf Nevanlinna Colloquium, plenary speaker. Helsinki.
- 2013.9.27. "Group actions on quasi-trees". 日本数学会 企画特別講演 (愛媛大9月)
- 2012.2.6. Funk metric on Weil-Petersson spaces. Seminaire de probabilites et theorie ergodique, Univ Rennes. France.
- 2012.3.17-20. Group actions on quasi-trees. Rigidity School. Univ Tokyo.
- 2012.4.24. Quasi-cocycles on free groups to uniform convex Banach spaces. Mittag-Leffler Institut, Sweden.
- 2012.5.15. Stable commutator length of mapping classes. 微分トポロジーセミナー、京大
- 2012.5.17. Growth of groups, Intelligence of Low-dimensional Topology, RIMS, Kyoto.
- 21 2012.5.23. Quasi-trees and quasi-cocycles. "Topology and functional analysis", Fudan University, Shanghai, China.
- 22 2012.5.28. Quasi-cocycles on free groups to uniformly convex Banach spaces, "Conference on Geometry ", RIMS, Kyoto.
- 23 2012.6.27. Hyperbolicity of groups and its application. 京大 談話会
- 24 2012.7.16. Quasi-cocycles on free groups to uniformly convex Banach spaces, "Symplectic geometry, geometric group theory and dynamics", Obervolfach, Germany.
- 25 2012.8.2. Quasi-cocycles on free groups to uniformly convex Banach spaces, "Geometric and combinatorial group theory with applications (GAGTA-6)", Dusseldorf, Germany,
- 26 2012.8.13-15. Group actions on quasi-trees (3 lectures). The 10th KAIST Geometric Topology Fair, Korea.
- 27 2012.8.29. Group actions on quasi-trees. Discrete Geometric Analysis, RIMS, Kyoto.
- 28 2012.9.27. Stable commutator length on mapping class groups. Oberseminar, MPI Bonn, Germany.
- 29 2012.10.10. 擬ツリーへの群作用と応用, 談話会、名古屋大 多元数理
- 30 2012.10.25. Negative curvature in discrete groups. 第18回複素幾何シンポジウム、菅平
- 31 2012.11.29. Group actions on quasi-trees. "Cohomological methods in Geometric group theory". Banff International Research Station, Banff, Canada.
- 32 2012.12.12. Quasi-homomorphisms. "Doctoral Forum of Mathematics between Fudan and Kyoto Universities". Kyoto.
- 33 2012.12.19. ベイユ・ピーターソン空間上のファンク距離. 東大 幾何学コロキウム
- 34 2011.4.12. Quasi-homomorphisms on groups and rank-rigidity, Bonner Geometrietage (Ballmann's 60th birthday conference). MPI in Bonn.
- 35 2011.5.13. Subgroups of interval exchange transformations. Théorie Géométrique des Groupes, U Paris Sud (Orsay) France.
- 36 2011.6.22. Subgroups of interval exchange transformations. "Geometric Group Theory" Technion, Haifa, Israel.
- 37 2011.6.27. Simplicial volume and fillings of hyperbolic manifolds. "Dubrovnik VII -- Geometric Topology".

- Dubrobnik, Croatia.
- 38 2011.7.8. Group actions on quasi-trees and quasi-cocycles. "Geometric and measured group theory", Institut Henri Poincare, Paris, France.
- 39 2011.9.17. Simplicial volume and fillings of hyperbolic manifolds, Topics in Topology, Max Planck Institute, Bonn, Germany.
- 〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕  
出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等  
<https://www.math.kyoto-u.ac.jp/~kfujiiwara/>  
<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~narutaka/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

藤原耕二(FUJIWARA, Koji) 京都大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号 (60229078)

### (2) 研究分担者

小沢 登高(OZAWA, Narutaka) 京都大学, 数理解析研究所, 教授 (60323466)

塩谷 隆 (SHIOYA, Takashi) 東北大学, 理学(系)研究科(研究院), 教授 (90235507)

河澄 響矢 (KAWAZUMI, Nariya) 東京大学, 数理(科)学研究科(研究院), 准教授 (30214646)

芥川 一雄 (AKUTAGAWA, Kazuo) 東北大学, 大学院・情報科学研究科, 教授 (80192920)

(3) 連携研究者  
なし