

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 4 日現在

機関番号：12612

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23360047

研究課題名(和文) 変分解析を軸とした同期・引き込み最適化アルゴリズムの開拓と現実的問題への応用

研究課題名(英文) Entrainment ability maximization in nonlinear oscillators by using calculus of variations, and its applications to practical design problems

研究代表者

田中 久陽(Tanaka, Hisaaki)

電気通信大学・情報理工学(系)研究科・准教授

研究者番号：20334584

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,000,000円、(間接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：注入同期により，発振器(非線形振動子)の周波数安定性を向上できるため，様々な応用のための着実な研究が進められてきた．しかし，注入同期の性能を最適化する設計手法は，われわれの知る限りまだ確立されていない．本研究では，変分法を基礎とする注入同期の最適化理論に基づき，いくつかの実用上有用な非線形振動子における引き込み周波数帯(ロックレンジ)の最大化が可能となった．

研究成果の概要(英文)：Since injection-locking improves frequency stability in the oscillator, its researches have been steadily progressed for various applications. However, as far as we know, any design methodology for optimizing such injection-locking ability has not yet been established. In this study, using a newly developed optimization theory by calculus of variations it becomes possible to maximize locking ranges of several practically important oscillators; CMOS ring oscillators and Class-E oscillators for power electronics, under realistic constraints.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎

キーワード：注入同期 周波数引き込み ロックレンジ 非線形振動子 最適化問題

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 現実的制約条件の下でシステムの機能を最適に設計することは、工学の基礎として最も重要なものの一つである。対象となるシステムが線形システムである時、その取り扱いはい比較的容易であるが、一般に非線形なシステムでは格段に困難となり、問題毎に個別のアプローチが必要となる。ところが研究代表者(田中)は、非線形システムとして比較的広い対象を含むクラスに対し、研究開始当初、次の重要な理論的成果を得た(“Optimal waveform for the entrainment of a weakly forced oscillator,” Phys. Rev. Lett., 2010)。これは、外部入力を受ける非線形発振器に対し変分法を巧みに適用する結果、入力パワー一定の制約下でロックレンジ(引き込み周波数帯)を最大にする最適化問題がエレガントに解かれることを示したものである。

(2) (1)の理論的背景と並行して、本研究の応用面に関する背景は以下の通りであった。ミリ波等の高周波数帯での利用、省電力設計、回路の微細化の要請から、この数年来注入同期回路の現代的リバイバルが、世界的傾向であるが、例えば2006年、連携研究者(藤島)は注入同期回路に関しVLSI技術のオリンピックと呼ばれる国際会議ISSCCにおいて重要な貢献を行っている。さらにソニーも注入同期回路を独自開発し、2010年ISSCCで発表を行った。しかし、その重要性にも関わらず、現在の注入同期回路設計には基礎となる理論が存在せず、現場では「経験」と「勘」に頼らざるを得ない状況であった。一方、分担研究者(福田、徳田)の従事する医薬品等の高効率生産を目指す「植物工場」の研究においても、光合成や薬用タンパク質算産の最大化のために生物時計を外部入力(特に光シグナル)に

より最適に制御する方法が必須であるが、注入同期回路の場合と同様に、その基礎理論が存在しない。研究代表者(田中)は、この同期・引き込み最適化が現在の制御理論の枠内で可能であるか否かを調査・検討し、専門家と検討してきたが、その結論はNOであることが判明した。同期・引き込みの数理は比較的最近整備されたが、この枠組みが制御理論のそれと合わないのである。また上記のPRL(2010)の査読者の指摘により、古典的変分法を用いたアプローチが2件存在することを確認したが、そのいずれの手法でも一定の成果に到達することが困難であり、現実問題への応用も不可能であった。

## 2. 研究の目的

以上の背景をふまえ、本研究は実用上重要な発振器(振動子)とその集団に対し、現在未開拓の「最適」同期・引き込み制御の理論と設計アルゴリズムを系統的に構築することを目的とした。さらに、最新の予備的成果を基礎に、理論・アルゴリズムを発展し、次の重要な応用:(I) CMOSリングオシレータによる注入同期回路の最適設計、(II) 遺伝子組み換え植物培養の最適な生物時計の制御手法、に踏み込むことを目指した。また、これらの応用からのフィードバックにより理論を強化し、以上の基礎理論と応用の両者間の緊密な連携の下で、「変分解析」を軸として、現実的応用に耐える新しい最適注入同期理論を構築することも目的とした。

## 3. 研究の方法

同期・引き込みを効率化さらに最適化する技術の開拓を目的として、まず変分解析を軸とした理論・設計アルゴリズムの構築を系統的に進めた。その直接の応用として、現在注目されている2つの重要な課題:(I) 注入同期回路の最適設計、(II) 遺伝子組み換え(GM)植物培養の生物時計最適効率制御を設定した。そして、このための実験グループも含めた研

究体制を整備し、いくつかの予備的成果を得た。以上の理論と応用の間に緊密なフィードバックを行い、また万一、研究計画の一部(例:理論構築)に支障を生じたとしても計画全体に支障をきたさないように対応策と作業工程を慎重に準備した。

#### 4. 研究成果

上記の ISSCC で発表された成果は、大容量のデータ伝送のための、注入同期(=引き込み)の高周波数化・微細化・省エネ化といえる。この注入同期は、非線形問題の原点ともいえるファンデルポル発振器等においても膨大な研究の蓄積がある。しかしながら、その注入同期の性能を最適化することは未開拓であった。以下では、その結果・成果を概説する。

一般に、ファンデルポル発振器を含む非線形振動子の安定した同期・引き込み過程は、リミットサイクル近傍でのダイナミクスに帰着される。したがって、単一振動子の同期・引き込みに注目する場合、振動子がどれ程複雑で高次元のダイナミクスをもつとしても、その引き込み過程は、以下の簡潔な 1 変数の非線形方程式により記述される。

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega + Z(\psi)f(\Omega t) \quad (1)$$

ここで  $\psi \in [0, 2\pi)$ 、 $\omega$  はそれぞれ振動子の発振位相、自然周波数を表し、 $Z$  と  $f$  はそれぞれ振動子の位相応答曲線、振動子への周期的注入信号を表す。また  $\Omega$  は周期的注入信号の周波数を示している。上記の  $Z(\psi)$  は多くの場合何らかの手段で得られるものであり、ここでは既知であると仮定する。いま、周波数の離調  $\Delta\omega (= \Omega - \omega)$  が十分に小さければ、(1) に速い動きに関する平均化が適用され、次の方程式に簡約化される。

$$\frac{d\phi}{dt} = \Delta\omega + \Gamma(\phi) \quad (2)$$

ここで、 $\phi$  は  $\phi = \psi - \Omega t$  を示す。また相互作用関数  $\Gamma(\phi)$  は注入信号  $f$  と位相応答曲線  $Z$  から、 $\Gamma(\phi) = \langle Z(\theta + \phi)f(\theta) \rangle$  として与え

られる。ここに、 $\theta$  は  $\Omega t$ 、 $\langle \cdot \rangle$  は  $\theta$  についての周期  $2\pi$  での平均： $\langle \cdot \rangle \equiv (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} \cdot d\theta$  を示す。

外部信号  $f$  に対し、同期・引き込みが成立するために、次の条件： $d\phi/dt = \Delta\omega + \Gamma(\phi) = 0$  が必要である。つまり、 $f$  が与えられれば、この条件を満たし引き込み状態が得られる  $\Delta\omega$  の値の範囲、すなわちロッキングレンジが決まる。このロッキングレンジは、図 1 のように  $\Gamma(\phi)$  の  $\phi = \phi_+$  での極大値  $\Gamma(\phi_+)$  と  $\phi = \phi_-$  での極小値  $\Gamma(\phi_-)$  により与えられる。すなわち、ロッキングレンジの幅を  $R[f]$  とすると、 $R[f] = \Gamma(\phi_+) - \Gamma(\phi_-)$  となる。このように、入力信号  $f$  に対し、 $\Gamma(\phi)$  が決まり、この  $\Gamma$  の極大値と極小値の差として  $R[f]$  が定義される。したがって  $R[f]$  はあるクラスの関数  $f$  に対する非線形汎関数となる。

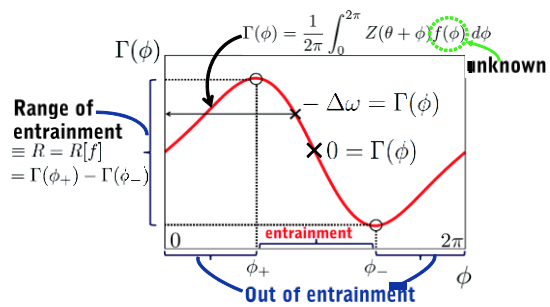


図 1 ロッキングレンジ (引き込み周波数帯)  $R[f]$  の定義

例えば図 2 の例は、CMOS リングオシレーターに異なる 3 種類の入力信号  $f$  を与えた場合の SPICE シミュレーターの計算結果を示している。この例では、グラフの縦軸として、 $f$  の 1 周期での 2 乗平均を表示している。いま、この  $f$  の 2 乗平均の値を一定として、異なる  $f$  に対する  $R[f]$  を求めると、これは明らかに  $f$  により異なる値をもち、各々相当の差が生じることが分かる。

この例が示唆するように、 $f$  を適切に設定することによって引き込み可能な周波数帯 (=ロッキングレンジ) が相当に拡大されるのではないだろうか? もし、そうだとすれば、その上限を与える最適な入力信号(= $f_{opt}$ )は、どのように実現されるのだろうか? この問い

に対する一つの定式化と解答は、以下の通りである。

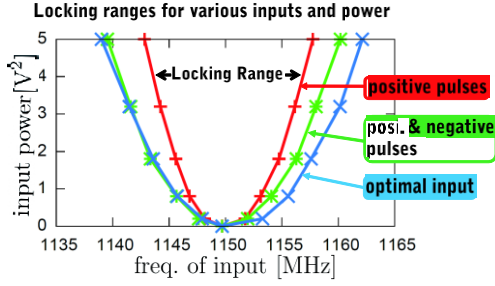


図2 異なる入力信号に対するロッキングレンジ（引き込み周波数帯）の比較（CMOS リングオシレータの場合）

まず  $f$  の 2 乗平均値を（小さな）一定値  $P$  とする．この  $P$  を満たす  $f$  で  $R[f]$  を極大にする  $f$  を求めたい．これは次の汎関数の極値問題により与えられる．

$$S[f] \equiv R[f] - \lambda(\langle f^2 \rangle - P), \quad (3)$$

ここに  $\lambda$  はラグランジの未定乗数を示す．この  $S[f]$  の極値を与える  $f_*$  は、上記の最適な入力信号  $f_{\text{opt}}$  の候補となる．そして、この  $f_*$  は  $S[f]$  の第 1 変分  $\delta S$  が 0 となり、かつ第 2 変分  $\delta^2 S$  が負となる条件より、次のように求まる．

$$f_*(\theta) = (2\lambda)^{-1} \{Z(\theta + \phi_+) - Z(\theta + \phi_-)\}. \quad (4)$$

以上のラグランジの未定乗数  $\lambda$  は、(4) を  $f$  のパワー＝一定の制約条件 ( $\langle f^2 \rangle - P = 0$ ) に代入することにより、次の通り決定する．  $\lambda = (1/2)\sqrt{Q/P}$ 、但し  $Q \equiv \langle \{Z(\theta + \phi_+) - Z(\theta + \phi_-)\}^2 \rangle$ ．さらに、(4) の  $f_*$  は自動的に次を満たすことも分かる： $\langle f_* \rangle = 0$ ．

以上は、 $f_*$  の満たす必要条件である．以下では逆に  $f_*$  が  $f_{\text{opt}}$  となる十分条件を検討する．まず、(4) より  $\Gamma$  は次のように与えられる．

$$\Gamma(\phi) = \sqrt{P/Q} \langle Z(\theta + \phi) \{Z(\theta + \phi_+) - Z(\theta + \phi_-)\} \rangle. \quad (5)$$

ここで、 $\phi = \phi_+$  の極大値と  $\phi = \phi_-$  での極小値は、その定義より次を満たすはずである．

$$\Gamma'(\phi_{\pm}) = 0, \quad \Gamma''(\phi_+) < 0, \quad \text{かつ} \quad \Gamma''(\phi_-) > 0. \quad (6)$$

したがって(6)の第一式と(5)より、次の等式が成立する．

$$\langle Z'(\theta + \phi_+) Z(\theta + \phi_-) \rangle = \langle Z'(\theta + \Delta\phi) Z(\theta) \rangle = 0. \quad (7)$$

ここで、位相変数  $\phi$  のシフトに関する任意性を消去するため、 $\Delta\phi \equiv \phi_+ - \phi_-$  を導入した．

この条件(7)は、与えられた  $Z$  に対し、(4) の  $f_*$  が確かに最適入力  $f_{\text{opt}}$  になるための条件である．ただし、(7) の自明な解  $\Delta\phi = 0$  は、あらかじめ取り除いて考える．この  $\Delta\phi = 0$  に対しては、(5) より  $\Gamma(\phi) \equiv 0$  となり、引き込みが定義されないからである．

一方、(7) の自明でない解は確かに存在し得る．

これは、 $\partial \langle Z'(\theta + \Delta\phi) Z(\theta) \rangle / \partial \Delta\phi |_{\Delta\phi=0} = -\langle Z'(\theta)^2 \rangle < 0$ 、かつ  $\langle Z'(\theta + \Delta\phi) Z(\theta) \rangle$  は一般に  $\Delta\phi$  の有界な周期関数と仮定されることから従う．特に、 $Z$  が例えば 2 回微分可能な滑らかな関数とすれば、 $\Delta\phi = \pi$  という解が

(システムのパラメータと無関係に) 必ず存在することも分かる．この  $\Delta\phi = \pi$  の解を generic 解と呼ぶことにする．

簡単かつ一般性を失わない仮定として、以上のように  $Z$  がある程度滑らかであり、さらに変分の対象となる  $f$  も同じく滑らかな関数を想定し、適当なノルムを導入する．

その結果、(7) の解は  $\Delta\phi = \pi$  の generic 解に加え、non-generic な解も存在し得て、解の個数は高々有限個となると期待(あるいは仮定)されよう．したがって、それらの解  $\Delta\phi$  に対応する  $f_*$  に対し、各々  $R[f_*]$  を評価し、最大となる  $f_*$  を  $f_{\text{opt}}$  と決めればよい．

以上のアルゴリズムにより、 $f$  は、しかるべきノルム空間に制限されているものの、その中での最適な  $f_{\text{opt}}$  が(4)、(7)により、与えられる．この結果の数値検証例、化学振動子系での検証は以下の発表論文①等を参照のこと．

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① Zlotnik A, Chen Y, Kiss I Z, **Tanaka H**, Li J. Optimal Waveform for Fast Entrainment of

Weakly Forced Nonlinear Oscillators. *Physical Review Letters* **111**, 024102, 2013. 査読有

DOI:10.1103/PhysRevLett.111.024102

- ② Tokuda I, Wickramasinghe M, Kiss I Z. Detecting Connectivity of Small, Dense Oscillator Networks from Dynamical Measurements based on a Phase Modeling Approach. *Physics Letters A* **377**, pp. 1862-1867, 2013. 査読有

DOI: 10.1016/j.physleta.2013.05.016

- ③ Fukuda H, Murase H, and Tokuda I. Controlling Circadian Rhythms by Dark-Pulse Perturbations in *Arabidopsis Thaliana*. *Scientific Reports* **3**, 1533, 2013. 査読有

DOI:10.1038/srep01533

- ④ Takasu N, Kurosawa G, Tokuda I, Mochizuki A, Todo T, Nakamura W. Circadian Regulation of Food-Anticipatory Activity in Molecular Clock-Deficient Mice. *PLoS ONE* **7**:11, e48892, 2012. 査読有

DOI: 10.1371/journal.pone.0048892

- ⑤ Fukuda H, Ukai K, Oyama T. Self-Arrangement of Cellular Circadian Rhythms through Phase Resetting in Plant Roots. *Physical Review E* **86**, 041917, 2012. 査読有

DOI: 10.1103/PhysRevE.86.041917

[学会発表] (計 4 件)

- ① Nagashima T, Wei X, Tanaka H, Sekiya H. Numerical Derivations of Locking Ranges for Injection-Locked Class-E Oscillator. **IEEE Intl. Conf. on Power Electronics and Drive Systems (PEDS 2013)**, pp. 1021-1024, Kitakyushu, Japan, 22-25 April 2013. 査読有
- ② Tanaka H. Recent Breakthrough of Injection Locking Technique. **Invited Talk at Potsdam Institute for Climate Impact Research**, Potsdam, Germany, 11Sep. 2012. (招待講演)
- ③ Tanaka H. Theory and Applications of Optimal Entrainment for Energy Efficient

Injection-Locking Oscillator. **DYNAMICS DAYS EUROPE (DDEU 2011)**, Oldenburg, Germany, 12-16 Sep. 2011. 査読有

- ④ Tanaka H. Optimal Entrainment of Limit-Cycle Oscillators and its Applications to Communication Devices. **2011 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2011)**, Kobe, Japan, 4-7 Sep. 2011. 査読有

[産業財産権]

○出願状況 (計 1 件)

名称: 最適波形の演算方法、プログラム及び最適波形演算装置

発明者: 田中 久陽, 矢部 洋司

権利者: 国立大学法人 電気通信大学

種類: 特許

番号: 特許願 2014-018907 号

出願年月日: 平成 26 年 2 月 3 日

国内外の別: 国内

○取得状況 (計 5 件)

名称: 情報処理装置および方法、プログラム、並びに通信方法

発明者: 田中 久陽, 菊池 正隆, 木村 崇之

権利者: 国立大学法人 電気通信大学

種類: 特許

番号: 特許第 5177416 号

取得年月日: 平成 25 年 1 月 18 日

国内外の別: 国内

名称: 無線通信装置、及び無線通信システム並びに送信タイミング制御方法

発明者: 田中 久陽, 手塚 清豪

権利者: 国立大学法人 電気通信大学

種類: 特許

番号: 特許第 5435427 号

取得年月日: 平成 25 年 12 月 20 日

国内外の別: 国内

名称: 発振器の内部機構の推定方法、推定プログラム及び推定装置

発明者: 田中 久陽, 菊池 淳弘, 宮崎 紀子

権利者: 国立大学法人 電気通信大学

種類: 特許

番号: 特許第 5407088 号

取得年月日: 平成 25 年 11 月 15 日

国内外の別: 国内

名称: 通信装置、移動体通信システム及び通信方法

発明者: 田中 久陽, 篠原 健太

権利者: 国立大学法人 電気通信大学

種類: 特許

番号：特許第 5092115 号  
取得年月日：平成 24 年 9 月 28 日  
国内外の別： 国内

名称：時刻同期方法及びそれに用いる通信装置及びノード

発明者：田中 久陽, 太田 大輔  
権利者：国立大学法人 電気通信大学  
種類：特許  
番号：特許第 4982759 号  
取得年月日：平成 24 年 5 月 11 日  
国内外の別： 国内

[その他]

ホームページ等

<http://synchro4.ee.uec.ac.jp/index.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

田中 久陽 (TANAKA, Hisaaki)  
電気通信大学・大学院情報理工学研究科・  
准教授  
研究者番号：20334584

### (2) 研究分担者

徳田 功 (TOKUDA, Isao)  
立命館大学・理工学部・教授  
研究者番号：00261389

千葉 逸人 (CHIBA, Hayato)  
九州大学・数理学研究院・准教授  
研究者番号：70571793

福田 弘和  
大阪府立大学・工学(系)研究科(研究院)・  
准教授  
研究者番号：90405358

### (3) 連携研究者

中尾 裕也  
東京工業大学・情報理工学研究科・  
准教授  
研究者番号：40344048

藤島 実  
広島大学・先端物質科学研究科・  
教授  
研究者番号：60251352

唐沢 好男  
電気通信大学・情報理工(系)研究科・  
教授  
研究者番号：40313407