

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 11 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23360083

研究課題名(和文) 微小系気体流に対する一般すべり流理論の整備と非定常系への拡張

研究課題名(英文) Generalized slip flow theory for stationary micro gas flows and its extension to non stationary problems

研究代表者

高田 滋 (Takata, Shigeru)

京都大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：60271011

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 14,400,000円、(間接経費) 4,320,000円

研究成果の概要(和文)：常圧から一万分の一気圧程度までの範囲にある気体(希薄気体)の振舞いを記述できるように流体力学を拡張する研究を行った。これは既存の時間変化がない場合の理論から時間変化がある場合の理論への拡張である。この拡張により、流体力学的な方程式にこれまでにない新しい項を加える必要があること、時間変化のある場合に特有の新しい現象が起こることが明らかにされた。この研究は、技術的には微視的な物理像に基づく方程式(ボルツマン方程式)がもつ対称性を利用した新しい方法論を含んでいる。また、数学上の難しい問題点を克服するための新しい数値計算法も開発された。

研究成果の概要(英文)：The present research aims at extending the conventional fluid dynamics to describe the gas behavior in the pressure range from 1 to about 1/10000 atmospheric pressure. This is an extension of the existing theory for time-independent cases to the theory for time-dependent cases. It is found that a new term should be added to the fluid-dynamic type equations due to the compressibility of the gas. A new phenomenon that is peculiar to the time-dependent systems are also found. From a technical viewpoint, the present research makes use of a new methodology that is based on a symmetric property of the Boltzmann equation, the equation which is the fundamental equation for a microscopic description of the gas. A numerical method has been newly developed in order to overcome some mathematical difficulties.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：機械工学・流体工学

キーワード：分子流体力学 希薄気体力学 ボルツマン方程式 すべり流

1. 研究開始当初の背景

定常系の一般すべり流理論は 60 年代末から 70 年代初めにかけて日本人研究者(曾根)によって確立された。この理論は低レイノルズ数、有限レイノルズ数を扱う線形、弱非線形理論に始まり、その後、高レイノルズ数を扱う非線形理論、蒸発・凝縮を伴う流れへの拡張、幽霊効果と呼ばれる新現象の発見など、実りある成果をもたらした。一方、非定常系の議論は、従来、定常系の自明な拡張にすぎないと思われ、十分な議論のないまま、定常系の方程式に時間微分項を単純に付与し、定常系と同じすべり条件を用いればよいと考えられてきた。曾根はこの考えに対して、非圧縮流れが回復される線形・非線形理論の場合でも、非定常系ではエネルギー式において圧縮性の効果が無視できないことを指摘したものの、当該分野における認識は低く、この指摘の重要性はほとんど理解されていなかった。

本研究の着想は、2010 年春に来日した N. Hadjiconstantinou 氏(当時 MIT 准教授、現在同教授)との研究交流から生まれた。同氏はエネルギー湧き出しのあるボルツマン方程式に対して予想外のシミュレーション結果を得た。代表者はその原因を青木(同氏受け入れ研究者、京都大学)とともに分析し、非定常系に特有の新しいすべり現象が示唆されるという結論に達した。ここに至って、当時国際的な関心が高まっている 2 次すべりのレベルでは、気体の圧縮性が運動方程式にも影響する可能性を着想した。2 次すべりにおける新しいすべり現象、運動方程式への圧縮性の影響の可能性は、上述の曾根の指摘をさらに超えるものであり、重要な研究課題としてつよく認識することになった。

2. 研究の目的

すべり流の概念は古いものであり、その基盤は 60 年代から 70 年代にかけてほぼ完成に達したといってもよい。ところが、アポロ計画終了後の米国における当該分野の研究空白が災いしてか、すべり流理論の最近の適用例には誤解や誤りも多く見受けられる。

本研究では、一般すべり流理論を応用範囲の広い非定常系に拡張し、この機会に広い層の利用者を意識した体系整備を進めて適切な理論の普及を図る。とくに、非定常系にはこれまでに報告例のない新しい型のすべり流現象があることを示し、定常系で確立されたすべり条件の単純な適用では 2 次すべり現象を正しく扱えないことを示す。ここでは発見的な方法ではなく系統的・網羅的な解析で新現象を余すところなく発掘し、非定常系における一般すべり流理論を完成することを目的とする。

3. 研究の方法

すべり流というのは、気体の希薄の度合いを表すクヌッセン数が小さい場合にみられる現象を指すものである。そのため、クヌッセン数を微小パラメータとするボルツマン方程式の漸近展開により、すべり流を扱う流体力学的な系を系統的に導き出す。これはクヌッセン数展開の 2 次まで行う。

(1) この展開法では物理的状況の設定が重要である。本研究では、粘性や熱伝導性が慣性よりも支配的な低レイノルズ数領域を想定し、線形化ボルツマン方程式を基にした。また、粘性拡散や熱拡散の時間スケールを時間の尺度とする、いわゆるストークス極限を対象にした。この基本的な枠組みにより、気体の大域的な振舞を記述する流体力学的な方程式系を導く。

(2) 漸近展開法の目的には流体力学的な方程式に対する境界条件を導くことも含まれている。これには流体力学的記述の枠組みを超えた気体分子運動論的な境界層(クヌッセン層)の構造解析が必要である。この解析はボルツマン方程式に対する複数(多数)の空間 1 次元問題に帰着される。適切な境界条件と境界近傍での流体力学的な解に対する補正(クヌッセン層補正)が、これらの要素問題の直接解析により同時に求められる。

境界条件を求めるには、本来、すべての要素問題を数値的に解く必要がある。しかしボルツマン方程式の対称性に関する代表者の最近の研究を応用すると、境界条件に現れる係数は互いに関係があることが予想された。とくに最も古典的な 3 種のものだけから他のすべてを導けることが期待された。そこでこの新しい方法論を用いて適切な境界条件をまずはじめに整備することを考えた。

クヌッセン層の内部構造を求めるには上述の要素問題のすべてを数値的に解かなければならない。問題は、展開の 2 次における要素問題には 1 次の要素問題の解(およびその導関数)を非斉次項として含むことにある。これは 2 次の要素問題の数値解析を 1 次の場合に比べて飛躍的に難しくしている点である。この難点に対応するために、代表者が舟金とともに開発した積分型数値解法を土台とすることを考えた。この形式は、境界層底部での種々の特異性を半解析的に扱える特徴があり、数値的な取り扱いをある程度穏やかな変化部に集中させられるものである。

(3) 得られた成果を段階的に公表していくにあたり、理論の具体的な適用例を示すことを特に意識した。これは「広い層の利用者を意識した体系整備を進めて適切な理論の普及を図る」ためである。

4. 研究成果

研究方法の細目にあわせてまとめる.

(1) まず, 想定したスケーリングの下で研究の端緒となった非定常系に特有のすべりが説明可能かを調べた. 具体的には温度が時間的に変化する平行2平板間の希薄気体を考え, 予想通りのすべり現象(温度の「跳び」)が起こることを立証した(論文). そこで非定常系の漸近展開へと進み, 非定常系の一般すべり流理論の枠組みをまず完成させた(論文). この枠組みの完成により, 予想通り, 非定常系では展開の2次で圧縮性の影響が運動方程式にも現れることが明らかになった.

(2 -) 展開の2次までの境界条件に現れる係数の間の関係を調べた. その結果, 2次に現れる係数はすべてが1次のクヌッセン層補正に現れる諸量と関係づけられることが明らかになった. そこで, その関係を用いて境界条件中のすべての係数を実際に求め, 流体力学的な方程式の適切な境界条件を定量的に完成させた(論文 ,).

(2 -) まず積分形式の数値解法が境界底部の特異な挙動に対処するのに有効であることを, その付近を拡大して検討することにあたる高希薄度気体で確認した(論文). ただしここでの計算では反復計算において複雑な衝突積分を繰り返す非効率が残った. そこで, この部分を効率よく行うために「数値積分核法」との融合を行った. 新しい計算法を確立するのに多くの時間を要したが, 本報告書を執筆時点で計算法の確立に成功している. また, その成果の学会発表がすでに予定されており, 論文の執筆準備を進めている.(初鳥匡成, Generalized slip-flow theory and its related Knudsen-layer analysis for a slightly rarefied gas I, RIMS 研究集会「流体と気体の数学解析」, 2014年7月2-4日, 京都大学)

(3)(2 -) に関して非定常系で対称性の理論が実際に応用できることを例示するための数値実験を行い, その成果を公表した(論文). また, 本研究で得られたすべり流理論の具体的な応用例として, ポアズイユ流, 熱遷移流, 微小粒子の抵抗則, 熱泳動力を論文 に含めた. また, ラジオメータ効果を具体例として取り上げた(論文 ,). とくに では, 対称性を応用することで, すべり流理論の適用範囲を広げられる新しい可能性を示した.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7件)

K. Aoki, S. Takata, T. Tomota, A force acting on an oblate spheroid with discontinuous surface temperature in a slightly rarefied gas, *J. Fluid Mech.* **748** (2014) 712-730; doi: 10.1017/jfm.2014.200

S. Takata and M. Hattori, Asymptotic theory for the time-dependent behavior of a slightly rarefied gas over a smooth solid boundary, *J. Stat. Phys.* **147** (2012) 1182-1215; doi: 10.1007/s10955-012-0512-z

H. Funagane and S. Takata, Hagen-Poiseuille and thermal transpiration flows of a highly rarefied gas through a circular pipe, *Fluid Dyn. Res.* **44** (2012) 55506; doi: 10.1088/0169-5983/44/5/055506

S. Takata and M. Hattori, On the second-order slip and jump coefficients for the general theory of slip flow, *AIP Conf. Proc.* **1501** (2012) 59-66; doi: 10.1063/1.4769473

S. Taguchi and K. Aoki, A simple model for flows around moving vanes in Crookes radiometer, *AIP Conf. Proc.* **1501** (2012) 786-793; DOI: 10.1063/1.4769622

S. Takata, K. Aoki, M. Hattori, and N. G. Hadjiconstantinou, Parabolic temperature profile and second-order temperature jump of a slightly rarefied gas in an unsteady two-surface problem, *Phys. Fluids* **24** (2012) 032002; doi: 10.1063/1.3691262

S. Takata and M. Oishi, Numerical demonstration of the reciprocity among elemental relaxation and driven-flow problems for a rarefied gas in a channel, *Phys. Fluids* **24** (2012) 012003; doi: 10.1063/1.3678308

[学会発表](計 19件)

高田滋, Elementary rarefied gas flows: thermal effects and reciprocity, The Research Away Day (招待講演), 2013年9月6日, University of Strathclyde (イギリス)

高田滋, 微視的視点からの流体现象へのアプローチ, 日本航空宇宙学会関西支部第442回航空懇談会(招待講演), 2013年7月19日, 京都大学

高田滋, Some applications of symmetry

relations for the steady/unsteady linearized Boltzmann equation, The 6th Pacific RIM Conference on Mathematics 2013 (招待講演), 2013年7月1 - 5日, 札幌コンベンションセンタ

高田滋, Some applications of symmetry relations for the steady/unsteady linearized Boltzmann equation, The 5th Workshop on Theory and Numerics of Kinetic Equations (招待講演), 2013年5月13 - 15日, Saarland University(ドイツ)

高田滋, On a gradient singularity of flow velocity of a rarefied gas over a planar boundary, Workshop on Boundary Phenomena for Evolutionary Partial Differential Equations (招待講演), 2013年4月19 - 20日, Academia Sinica (台湾)

高田滋, Theory of reciprocity for rarefied gases, IMS PDE seminar (招待講演), 2013年11月27日, The Chinese University of Hong Kong

高田滋, Asymptotic Analyses in Molecular Gas Dynamics: Fluid-dynamic limit and some other topics, IMS PDE seminar (招待講演), 2013年11月25日, The Chinese University of Hong Kong

高田滋, Molecular Gas Dynamics: An approach to non-continuum effects in Fluids, Joint Colloquium of the Institute of Mathematical Science and the Department of Mathematics (招待講演), 2013年11月21日, The Chinese University of Hong Kong

小菅真吾, 希薄気体の円筒クエット流における境界条件の影響, 日本流体力学会年会2013, 2013年09月12 - 14日, 東京農工大学小金井キャンパス

S. Takata, Symmetry relation for the linearized Boltzmann system and its applications, Workshop on Kinetic Theory and Gas Dynamics (招待講演), 2012年7月24日, Stanford (USA)

S. Takata, Reciprocity among elemental relaxation and driven-flow problems for a rarefied gas, The 23rd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, 2012年8月19 - 24日, Beijing (China)

S. Takata, On the second-order slip and jump coefficients for the general theory of slip flow, The 28th International

Symposium on Rarefied Gas Dynamics, 2012年7月9 - 13日, Zaragoza (Spain)

S. Taguchi, A simple model for flows around moving vanes in Crookes radiometer, The 28th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, 2012年7月9 - 13日, Zaragoza (Spain)

初鳥匡成, 非定常系における一般すべり流理論, 日本流体力学会年会2012, 2012年09月16 - 18日, 高知大学(高知)

S. Takata, Reciprocity among elemental relaxation and driven-flow problems for a rarefied gas, Workshop on Boltzmann Models in Kinetic Theory, 2011年11月7 - 11日, アメリカ合衆国

S. Takata, Reciprocity among elemental relaxation and driven-flow problems in the kinetic theory of gases, 8th East Asia Conference on Partial Differential Equations, 2011年12月19 - 22日, 韓国

S. Takata, Reciprocity among elemental relaxation and driven-flow problems in the kinetic theory of gases, Spring School on Kinetic Theory and Fluid Mechanics, 2012年3月26 - 30日, フランス

初鳥匡成, 非定常二平板問題における弱希薄気体の放物型温度分布と温度のとび, 第61回理論応用力学講演会, 2012年3月7 - 9日, 東京

S. Taguchi, On the force exerted on the edge of a heated plate: Numerical investigation and considerations, The Eighth International Conference for Mesoscopic Methods in Engineering and Science, 2011年7月4 - 8日, フランス

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高田 滋 (TAKATA, Shigeru)
京都大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号: 60271011

(2) 研究分担者

小菅 真吾 (KOSUGE, Shingo)
京都大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号: 40335188

(3) 研究分担者

田口 智清 (TAGUCHI, Satoshi)
電気通信大学・情報理工学研究科・助教
研究者番号: 90448168

