

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 31 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2016

課題番号：23500018

研究課題名(和文) 計算複雑性クラスの階層構造の理論的解明と回路設計システムの新評価法の提案

研究課題名(英文) Studies on hierarchies of complexity classes and its application to new evaluation methods for circuit design systems

研究代表者

岩本 宙造 (IWAMOTO, Chuzo)

広島大学・工学研究院・教授

研究者番号：60274495

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：より難しい問題を解くには、より多くの計算時間や記憶領域が必要になることは直感的に明らかである。計算時間や記憶領域などの計算資源をどのくらい使用すれば、どの程度の難度の問題が解けるのかを理論的に解明するのが、計算量クラスの階層性の研究である。本研究では、非決定性回路族の深さと非決定性ゲート数の関係について調べた。その結果、ゲート数が n の多項式、深さが $\log n$ の多項式の任意の非決定性回路族は、非決定性ゲート数を多項式の範囲で増やすことで、深さを $O(\log n)$ まで小さくできることを証明した。また、いくつかの組合せ問題のNP完全性・PSPACE完全性を証明した。

研究成果の概要(英文)：It is strongly believed that in order to solve more difficult problems, we need more computational resources, such as space and time. Studies on hierarchies of complexity classes provide a theoretical evidence for such properties. In this research, we investigated the relationship between the depth and the number of nondeterministic gates of circuits. It was shown that every nondeterministic circuit family of depth polylog and size polynomial can be simulated by a nondeterministic circuit family of depth $O(\log n)$ and size polynomial by increasing nondeterministic gates polynomially. We also proved the NP-completeness and PSPACE-completeness of several combinatorial problems.

研究分野：情報学基礎

キーワード：計算の複雑さ

1. 研究開始当初の背景

n 変数の関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ に対して、素子数 n^3 の回路を設計したとする。はたして、良い回路が設計できたかどうかは、どのように評価すれば良いだろうか。たとえば、任意の微小な定数 $\epsilon > 0$ に対して、素子数 $n^{3-\epsilon}$ の如何なる回路でも関数 f は計算できないといった最適性が、理論的に証明できればいいのだが、その証明は非常に難しいことが知られている。さらに言えば、任意の有理数 $r > 1$ に対して、素子数 n^r の回路で計算できるが、素子数 $n^{r-\epsilon}$ の回路では計算できないという具体的な関数 f が実際に存在するか否かさえも分かっていない。

2. 研究の目的

本研究では、一様論理回路族と呼ばれる並列計算機の理論モデルを用いて、回路の素子数と段数の関係を調べることで、クラス NC とクラス NP 間の包含関係を解明することを最初の目的としている。また、実用上重要ないくつかの組合せ問題の NP 完全性を証明することで、クラス間の階層を示唆する出来るだけ強い証拠を提供することを目的とする。

3. 研究の方法

一様論理回路族の素子数と段数の関係を調べるため、クラス NC に、非決定性の概念を導入したクラス Nondeterministic NC (略して、クラス NNC) を定義する。NNC($g(n)$) は、非決定性ゲートと呼ばれる特別なゲートを $g(n)$ 個持った NC 回路族で受理される言語のクラスである。非決定性の概念を導入した論理回路を使うことで、多項式個の非決定性素子をもつ回路について段数と計算能力の解明を目指す。また、組合せ問題の NP 完全性や PSPACE 完全性の証明では、充足可能性問題や量化されたブール式問題を組合せ問題に多項式時間で還元するという方法で証明を行う。

4. 研究成果

本研究では、非決定性回路族の深さと非決定性ゲート数の関係について調べた。その結果、ゲート数が n の多項式、深さが $\log n$ の多項式の任意の非決定性回路族は、非決定性ゲート数を多項式の範囲で増やすことで、深さを $O(\log n)$ まで小さくできることを証明できた。また、非決定性チューリング機械を、効率良く模倣する非決定性回路族の深さとゲート数について解明した。さらに、ラインやビルディングの可視性問題や、幾つかの

組合せ問題の NP 完全性と PSPACE 完全性を証明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

(雑誌論文)(計 15 件)

- [1] Chuzo Iwamoto, "Finding the Minimum Number of Open-Edge Guards in an Orthogonal Polygon is NP-hard", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E100-D, No. 7, pp. 1-5 (2017) 査読有
- [2] Chuzo Iwamoto and Yuta Matsui, "Computational Complexity of Building Puzzles", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E99-A, No. 6, pp. 1145-1148 (2016) doi:10.1587/transfun.E99.A.1145 査読有
- [3] Chuzo Iwamoto and Yusuke Kitagaki, "Visibility Problems for Manhattan Towers", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E99-D, No. 3, pp. 607-614 (2016) doi:10.1587/transinf.2015FCP0007 査読有
- [4] Chuzo Iwamoto, "Computational Complexity of Generalized Golf Solitaire", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E98-D, No. 3, pp. 541-544 (2015) doi:10.1587/transinf.2014FCL0001 査読有
- [5] Chuzo Iwamoto and Yuta Matsui, "Computational Complexity of Generalized Forty Thieves", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E98-D, No. 2, pp. 429-432 (2015) doi:10.1587/transinf.2014EDL8154 査読有
- [6] Chuzo Iwamoto, "Yosenabe is NP-complete", Journal of Information Processing, Vol. 22, No. 1, pp. 40-43 (2014) doi:10.2197/ipsj.jip.22.40 査読有
- [7] Chuzo Iwamoto and Yuta Matsui, "Generalized Pyramid is NP-complete", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E96-D, No. 11, pp.

2462-2465 (2013)
doi:10.1587/transinf.E96.D.2462 査読有

- [8] Chuzo Iwamoto, Yuta Mukai, Yuichi Sumida, and Kenichi Morita, "Generalized Chat Noir is PSPACE-complete", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E96-D, No. 3, pp. 502-505 (2013) doi:10.1587/transinf.E96.D.1 査読有
- [9] Chuzo Iwamoto, Kento Sasaki, and Kenichi Morita, "A Polynomial-Time Reduction from the 3SAT Problem to the Generalized String Puzzle Problem", Algorithms, Vol. 5, No. 2, pp. 261-272 (2012) doi:10.3390/a5020261 査読有
- [10] Chuzo Iwamoto, Yusuke Kitagaki, and Kenichi Morita, "Finding the Minimum Number of Face Guards is NP-Hard", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E95-D, No. 11, pp. 2716-2719 (2012) doi:10.1587/transinf.E95.D.2716 査読有
- [11] Chuzo Iwamoto, Junichi Kishi, and Kenichi Morita, "Lower Bound of Face Guards of Polyhedral Terrains", Journal of Information Processing, Vol. 20, No. 2, pp. 435-437 (2012) 査読有
- [12] Chuzo Iwamoto, Yoshihiro Wada, and Kenichi Morita, "Generalized Shisen-Sho is NP-complete", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E95-D, No. 11, pp. 2712-2715 (2012) doi:10.1587/transinf.E95.D.2712 査読有
- [13] Chuzo Iwamoto and Takumi Kuranobu, "Improved Lower and Upper Bounds of Face Guards of Polyhedral Terrains", IEICE Transactions on Information and Systems (Japanese Edition), Vol. J95-D, No. 10, pp. 1869-1872 (2012) 査読有
- [14] Chuzo Iwamoto and Yusuke Sumida, "A Polynomial-Time Reduction from the SAT Problem to the Generalized One-Person Last-and-First Game", Advances in Computer Science and Engineering, Vol. 6, No. 2, pp. 105-114 (2011) 査読有

[15] Chuzo Iwamoto, Yusuke Ono, Kenichi Morita, and Katsunobu Imai, "Relationship between Depth and Nondeterministic Gates in Nondeterministic Circuit Families", IPSJ Journal, Vol. 52, No. 4, pp. 1667-1677 (2011) (in Japanese) 査読有

〔学会発表〕(計4件)

- [1] Chuzo Iwamoto and Toshihiko Kume, "Computational Complexity of the r-visibility Guard Set Problem for Polyominoes", Lecture Notes in Computer Science, vol. 8845, Springer-Verlag, November 2014, pp. 87-95, doi:10.1007/978-3-319-13287-7_8
- [2] Kota Sato, Katsunobu Imai, and Chuzo Iwamoto, "Universal von Neumann Neighborhood Cellular Automata on Penrose Tilings", The 1st International Workshop on Applications and Fundamentals of Cellular Automata (AFCA'13), Matsuyama, Japan, pp. 515-521, December 4-6, 2013, doi:10.1109/CANDAR.2013.92
- [3] Chuzo Iwamoto and Toshihiko Kume, "Locating the Minimum Number of Guards with r-visibility in a Polyomino is NP-hard", The 16th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCGG 2013), Tokyo, Japan, pp. 100-101, September 17-19, 2013
- [4] Chuzo Iwamoto, Kento Sasaki, and Kenichi Morita, "Computational Complexity of String Puzzles", Proceedings of the 18th Computing: the Australasian Theory Symposium (CATS 2012), Melbourne, Australia, CRPIT, 128, Mestre, J. Eds., ACS., pp. 69-74, February 1, 2012

〔図書〕(計1件)

- [1] 阿部誠, 岩本宙造, 島唯史, 向谷博明, 「専門基礎 微分積分学」, 培風館, 231頁, ISBN978-4-563-01207-6, 2016年12月発行

6. 研究組織

(1)研究代表者

岩本 宙造 (IWAMOTO, Chuzo)

広島大学・大学院工学研究院・教授

研究者番号：60274495