

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 9 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23500026

研究課題名(和文) 有向グラフの分割幅決定アルゴリズムとその応用

研究課題名(英文) Algorithms for width-parameters of digraphs and their applications

研究代表者

玉木 久夫 (Tamaki, Hisao)

明治大学・理工学部・教授

研究者番号：20111354

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円、(間接経費) 1,050,000円

研究成果の概要(和文)：有向グラフのパス幅に対するXPアルゴリズム(頂点数を n 、パス幅を k とすると、 n の $O(k)$ 時間で実行される)と、このXPアルゴリズムに基づいた、 $O(1.89^n)$ 時間のアルゴリズムを開発した。当初のXPアルゴリズムは本質的な誤りを含んでいたため、その誤りを正すために多大な時間を費やした。また、パス幅の応用として、グラフの2層描画に対する高速な固定パラメータアルゴリズムを開発した。

研究成果の概要(英文)：For the problem of computing the pathwidth of digraphs, an XP algorithm (with running time n to the $O(k)$, where n is the number of vertices and k is the pathwidth, and an algorithm with running time $O(1.89^n)$), were developed. The first version of the XP algorithm contained an essential flaw, and a considerable amount of time was spent for fixing the error. As applications, FPT algorithms for two-layer graph drawing problems were developed.

研究分野：情報学

科研費の分科・細目：情報学基礎・情報学基礎理論

キーワード：有向グラフ パス幅 固定パラメータアルゴリズム 厳密指数時間アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

無向グラフに対するパス分割や木分割とそれらの幅の概念はグラフ理論における金字塔のひとつであるグラフマイナー理論において導入されその理論のなかで極めて重要な役割をはたしている。それだけでなく、これらの概念は実用的なグラフアルゴリズムの開発においても重要な応用を持つ[3]。これらの概念の有向グラフ版は古くから提案され[4]、少しずつ研究に進展はあるものの、無向グラフの場合ほどの華々しい成果は得られていない。特に、次の2点において研究開始当初までの知見は不十分と言えた。

2. 研究の目的

次の3項目の具体的な目標を掲げた。

1. 一般の有向グラフのパス幅や木幅を決定する問題に対して、幅が有界の場合の多項式時間アルゴリズムを開発する。パス幅については、既に部分的な結果が出ているが、さらなる高速化を図る。木幅については挑戦的な課題となるが、十分な時間をかけて解きたい。
2. 幅が非有界である場合に多項式時間でパス幅や木幅が決定できるようなグラフクラスをできるだけ多く求める。もっとも興味があるのは平面グラフのクラスであるが、これは無向グラフの場合でも未解決であるので、これを目標とするのは野心的に過ぎよう。ただし、木幅の類似概念である分枝幅については、平面グラフに対する多項式時間アルゴリズムが知られており、申請者の得意な分野でもあるので、有向グラフへの拡張は当然試みる。
3. 有向グラフのパス分割や木分割の応用を、理論的な計算時間の保証にこだわらず、発見的なアルゴリズムの範囲まで広げて幅広く開発する。

3. 研究の方法

基礎面では、研究開始当初に既に結果の出ていた、有向パス幅のアルゴリズムの基礎であるコミットメントの概念を軸として研究を展開する。応用面では、グラフや有向グラフの問題として定式化できる実用的な問題を幅広く調査し、分割幅の応用が可能である場面をできるだけ多く洗い出す。

4. 研究成果

有向グラフのパス幅に対して、研究開始当初得られており、研究開始まもなく国際会議で発表したXPアルゴリズムに本質的な誤りが発見された。この誤りを正すために、かなり多くの時間を費やさざるを得なかったが、最終的には正しいアルゴリズムを得ることができた。誤りは、コミットメントによる枝刈ができるための十分条件が、枝刈をする以前の完全な探索木に基づいて定義されていたのにも関わらず、実際のアルゴリズムではこの条件を枝刈後の不完全な探索木に適用したことから来ていた。問題を回避するために、コミットメント可能性の判定を本来の定義に基づいてすることとし、またアルゴリズム全体を幅優先探索から深さ優先探索に改めた。また、このXPアルゴリズムに基づき、素朴な $O(2^n)$ 時間を大きく改良する $O(1.89^n)$ 時間の有向グラフパス幅アルゴリズムを開発した。XPアルゴリズムと厳密指数時間アルゴリズムの結果はそれぞれ国際会議で発表済みであるが、上記修正に伴い、ひとつのジャーナル論文にまとめて投稿の準備が終わったところである。応用面では、パス幅の応用として、グラフの2層描画問題に対する高速な固定パラメータアルゴリズムを開発した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 7 件)

Takehiro Ito, Yuichiro
Miyamoto, Hirotaka Ono, Hisao
Tamaki, Ryuhei
Uehara: Route-Enabling Graph
Orientation Problems. Algorithmica
65(2): 317-338 (2013)

Yasuaki Kobayashi, Hirokazu
Maruta, Yusuke Nakae, Hisao
Tamaki: A Linear Edge Kernel for
Two-Layer Crossing
Minimization. COCOON 2013: 458-468

Qian-Ping Gu, Hisao
Tamaki: Improved Bounds on the
Planar Branchwidth with Respect to
the Largest Grid Minor
Size. Algorithmica 64(3): 416-453
(2012)

Yasuaki Kobayashi, Hisao Tamaki: A
Fast and Simple Subexponential Fixed
Parameter Algorithm for One-Sided
Crossing Minimization. ESA 2012:
683-694

Kenta Kitsunai, Yasuaki
Kobayashi, Keita Komuro, Hisao
Tamaki, Toshihiro Tano: Computing
Directed Pathwidth in $O(1.89^n)$
Time. IPEC 2012: 182-193, 2011

Qian-Ping Gu, Hisao
Tamaki: Constant-factor
approximations of
branch-decomposition and largest
grid minor of planar graphs in $O(n^{1+\epsilon})$

time. Theor. Comput. Sci. 412(32):
4100-4109 (2011)

Hisao Tamaki: A Polynomial Time
Algorithm for Bounded Directed
Pathwidth. WG 2011: 331-342

〔学会発表〕(計 3 件)

小林靖明、玉木久夫
A Fast and Simple Subexponential Fixed
Parameter Algorithm for One-Sided
Crossing Minimization

第 141 回アルゴリズム研究発表会 (情報処理
学会) 2012 年 10 月

橋内謙太、小林靖、小室慶、玉木久夫、田野
登志博

Computing directed pathwidth in $O(1.89^n)$
time

第 141 回アルゴリズム研究発表会 (情報処理
学会) 2012 年 10 月

Yasuaki Kobayashi, Hirokazu Maruta, Yusuke
Nakae, Hisao Tamaki (Meiji Univ.)

A Linear Edge Kernel for Two-Layer
Crossing Minimization

第 144 回アルゴリズム研究発表会 (情報処理
学会) 2013 年 5 月

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等 なし

6. 研究組織

(1)研究代表者
玉木久夫 (明治大学)

研究者番号：20111354

(2)研究分担者
()

研究者番号：

(3)連携研究者
()

研究者番号：