

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 4 月 10 日現在

機関番号：12612

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23500037

研究課題名(和文) ゲーム情報学：And-Or木の探索とゲーム・パズルの難しさの研究

研究課題名(英文) Game informatics: Search of And-Or tree and Computational Complexity of games and puzzles

研究代表者

岩田 茂樹 (Iwata, Shigeki)

電気通信大学・情報理工学(系)研究科・教授

研究者番号：80102028

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円、(間接経費) 750,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、ゲーム情報学全般にわたる研究のうち、(1) And-Or木のコンピュータによる探索、と(2) ゲームやパズルの複雑さに関する研究を行う、ことを目的とする。

And-Or木(ゲーム木)のコンピュータによる探索では通常、評価関数が用いられる。ゲーム木の自然なモデルを定め、ゲーム木のある深さにおいて深さ優先探索により探索する局面数を考える。完全な評価関数に確率  $p(0 < p < 1)$  で近い評価関数を用いたときは、完全な評価関数と比べて、ゲーム木の深さの多項式倍の数の局面数を探索することを示した。

ゲームやパズルの複雑さの研究では、いくつかのゲーム・パズルの計算複雑さを明らかにした。

研究成果の概要(英文)： This research is concerned with Game Informatics. The themes are (1) computer search of And-Or trees, and (2) computational complexity of games and puzzles.

Search of And-Or tree (game-tree) by computers generally use evaluation function. We define our game-tree model, and compare numbers of configurations to be searched by depth-first search at the designated depth of our game-tree under various evaluation functions. Our result shows that the number of configurations when an evaluation function is applied, which is as close as the perfect evaluation function with probability  $p(0 < p < 1)$ , is polynomial time larger than that of configurations when the perfect evaluation function is applied.

We obtained computational complexities of some games and puzzles, and the results have been published as papers, or presented in international conferences.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・ソフトウェア

キーワード：ゲーム情報学 And-Or木の探索 ゲーム・パズルの複雑さ

1. 研究開始当初の背景

(1) 特定のゲーム・パズルにおいて、ゲームの勝者を計算したり、パズルの解を求める研究は、1997年にIBM社のコンピュータ「ディープブルー」がチェスチャンピオンのカスパロフに勝ったのをはじめ、2007年にはSchaefferが先手後手とも最善手を続けるとCheckersでは引き分けになることをコンピュータで計算した。研究代表者と研究分担者の武永らはStonehengeというゲームのすべての初手についてコンピュータで計算し、先手必勝となる初手が対称性を除いて9通り存在することを8カ月間の計算で示した(Stonehenge: Outcome of all first moves and PSPACE-completeness, ICGA Journal, 33, 2010)。この分野の研究は単にゲームやパズルの解の計算にとどまらない。たとえばn要素のソートには何回の比較が必要か、をコンピュータによる計算で求めることにも通じる。先手が比較すべき要素aとbを与え、後手の手番では $a < b$ の場合、などと与えられた要素間の大小を選ぶ。後手がどのように大小を選んで、先手の手番で上手に比較すべき要素を与えれば、何手でソートし終えるかを計算することができる。研究代表者と研究分担者・笠井は、13要素のソートは34回の比較が必要であることをコンピュータで計算することにより示した(Thirty four comparisons are required to sort 13 items, LNCS 792, 1994)。これらの計算ではAnd-Or木の探索を行うが膨大な計算時間がかかる。

(2) ゲームやパズルがどの程度難しいか、を計算複雑性理論により、それらの計算量を求める研究は30年くらい前から行われてきた。この研究はゲームやパズルの局面の大きさを $n \times n$ に一般化し、その解を求める問題の計算複雑さをNP完全、PSPACE完全、指数時間(EXPTIME)完全のような計算量で与えるものである。計算複雑さを明らかにすることで、それぞれのゲーム・パズルの難しさを表している。とくに指数時間完全と示されるゲーム問題については、そのゲームの勝者を決める問題は、手に負えないほどの計算時間を要し現実的には計算することが困難である、と証明できる。研究代表者はこの分野にいち早く取り組み、オセロゲームのPSPACE完全性(The Othello game on an  $n \times n$  board is PSPACE-complete, Theoretical Computer Science, 123, 1994)、将棋の指数時間完全性( $n \times n$  盤面上の将棋の指数時間完全性について, 信学論, J70-D, 1987; 一般化詰将棋問題の指数時間完全性, 信学論, J84-D-I, 2001)、ペグソリテアのNP完全性(Generalized Hi-Q is NP-complete, Trans. IEICE, E73, 1990)、StonehengeのPSPACE完全性(上述の論文)などについて論文を発表してきた。このうちオセロゲームの論文は、研究代表者と研究分担者・笠井によるもので、ゲームを紹介する世界中のウェブサ

イトや文献に多く引用されている。また研究分担者の武永もTetravex (Inform. Processing Letters 99, 2006), Escape Problem (Inform. Processing Letters 108, 2008)などについての複雑さの研究を発表している。最近この分野を扱った次の文献

Kendall et al., A survey of NP-complete puzzles, ICGA Journal, 31 (2008)

Demaine et al., Playing games with algorithms: algorithmic combinatorial game theory, in: Albert et al. (Eds.), Games of No Chance 3, in: Mathematical Sciences Research Institute Publications 56, Cambridge University Press (2009)

Hearn et al., Games, Puzzles, and Computation, A K Peters Ltd. (2009)

が出版され、研究代表者らの論文を(日本語の論文であるにもかかわらず)引用し、論文の結果を紹介している。この分野の研究は盛んになってきているようである。

2. 研究の目的

ゲーム情報学の分野は、大きく分類して、

① 特定のゲームでどのプレイヤーが勝つか、や特定のパズルを解くことをコンピュータで計算する、

② 特定のゲームでどのプレイヤーが勝つかを決定する問題、や特定のパズルを解く問題がどの程度難しいか、を計算複雑性理論により計算量を明らかにする、の研究に分けることができる。

(1) コンピュータでゲームの勝者を計算することやパズルを解く試みは、古くから行われてきた。これらの計算では、ゲーム木(And-Or木)の探索をなるべく短時間で計算できるようにするため、局面の優劣を計算する「評価関数」を用いる。良い評価関数のもとでは短い時間で「良い手」を計算できるが、悪い評価関数のもとでは時間がかかってしまう。前述のように研究代表者らはStonehengeというゲーム木を探索し、先手の勝つすべての初手を計算した。一般にAnd-Or木は巨大であり、その探索には膨大な時間を伴う。本研究はコンピュータでAnd-Or木を探索するときや、探索を実施するときの一般的な性質を明らかにし、膨大な探索時間を少しでも短くすることに役立てることを目指す。

(2) いろいろなゲームやパズルの複雑さを計算複雑性理論の立場から明らかにする。ゲームやパズルの難しさを理論的に明らかにすることは、そのゲームやパズルがどの程度難しいかを示唆する。多くのゲーム・パズルの複雑性が示されてきたが、これらはゲーム情報学だけでなく、計算量理論の分野にとっても有用である。

### 3. 研究の方法

(1) 研究代表者は当初コンピュータで And-Or 木の探索を実際に計算する計画を立てていた。研究代表者らは過去に 13 要素のソートを行うのに最低でも 34 回の比較が必要であることをコンピュータによる計算で示した。これは And-Or 木を探索するが、うまく計算をすすめると短い時間で計算できるが、下手をすると膨大な時間がかかる。計画では 16 要素のソートを行うのに最低何回の比較が必要か、を計算して求める予定であった。ところが計算を始めると、時間がかかり思うように計算が進まない。平成 23 年度は東日本大震災の影響で計画停電もあり、コンピュータも計画通りに動かせなかったこともある。しかし 16 要素のソートの最小比較回数の計算は、その探索木の膨大さゆえに、とても計算できる大きさでないことがだんだんわかってきた。同様の計算をしている Peczarski も大変困難な計算であることを認めている (<http://arxiv.org/pdf/1108.0866v1.pdf>)。

(2) 研究の方針を少し改め、And-Or 木の探索に関する性質を検討することとした。ゲーム木の探索では評価関数を使用するが、採用する評価関数によってゲーム木の探索時間が早くなったり遅くなったりすることはよく知られている。評価関数の善し悪しで探索時間にどの程度違ってくるかを検討した。ゲームを行う 2 人のプレイヤーが交互に最善手を着手するとする。このとき最善手を常に計算する「完全評価関数」のもとでは、探索時間は最短である。しかし通常は完全評価関数は分からず、完全評価関数に近いものを見つけるために努力がはられる。確率の概念を取り入れ、完全評価関数に確率  $p$  で近い評価関数では、どの程度の局面探索を行うことになるかを計算し、完全評価関数のもとで行われる局面探索数と比較する。

(3) ゲームやパズルの複雑さについて明らかにする。現在まで多くのゲーム・パズルの複雑さが報告されている。計算複雑性理論における複雑さを明らかにすることで、それぞれのゲーム・パズルの難しさを示唆する。

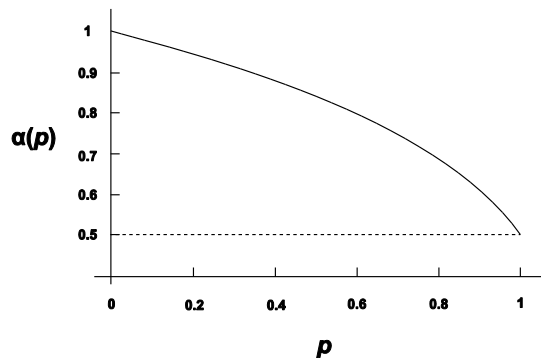
### 4. 研究成果

本研究は、ゲーム情報学全般にわたる研究のうち、(1) And-Or 木のコンピュータによる探索、と (2) ゲームやパズルの複雑さに関する研究を実施した。

(1) And-Or 木の探索に関する研究については次のことがわかった。ゲーム木のコンピュータによる探索では通常「評価関数」を用いる。ゲーム木の自然なモデルを設定して、完全な評価関数を使用する、完全な評価関数に確率  $p$  で近い評価関数を使用する、評価関数を使用しない場合に、探索の局面数にどの

くらい違いが出てくるかを明らかにした。ゲーム木上の各局面から次局面への数を一定数  $d$  とする。ゲーム木の深さ  $n$  での局面を、深さ優先探索で調べる。完全な評価関数 ( $p=1$ ) ではゲーム木の深さ  $n$  の局面を  $\Theta(d^{n/2})$  個探索する。確率  $p$  ( $0 < p < 1$ ) で完全な評価関数に近い評価関数では任意の  $k > 0$  に対し探索局面数は  $\Omega(n^k \cdot d^{n/2})$ 、かつ  $O(d^{(1-\epsilon)n})$  個である。 $\alpha(p)$  は下図に示す値であり、主な値を以下に示す。

$p$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
$\alpha(p)$	0.98	0.91	0.83	0.74	0.60



評価関数を使用しない場合には  $\Omega(d^{0.82n})$  かつ小さな  $\epsilon$  に対し  $O(d^{(1-\epsilon)n})$  個の局面を探索することが明らかになった。一般には、完全な評価関数を求めるのは不可能である。評価関数としてアルファ・ベータ法を利用する方法が一般的であるが、これもあまり早い探索でないことが理解できる。この結果は、現在論文誌に投稿中である。

(2) パズルの計算複雑さについて明らかにした。前述の文献

Hearn et al., Games, Puzzles, and

Computation, A K Peters Ltd. (2009)

の 188 ページに、複雑さが「未解明」とされるパズルのリストがある。このリストにある複雑さ未解明となっていたパズルをすべて解明した。具体的には、ペンシルパズルの「四角に切れ」「波及効果」「黒マスはどこだ」の複雑さを明らかにした(論文掲載や国際会議で発表)。これらはいずれも計算複雑性理論により計算量を明らかにするもので、NP 完全性が証明された。研究分担者の武永は、パンドミックとトリックテイキングゲームの複雑さに関する結果を発表した。

(3) 研究分担者の伊藤は、ゲーム・パズルに関して、じゃんけんの性質、渡川問題の複雑さについての結果を得た。またいろいろな組み合わせ問題についても考察した。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

- ① Yasuhiko Takenaga, Shintaro Aoyagi, Shigeki Iwata, and Takumi Kasai, Shikaku and Ripple Effect are NP-complete, Congressus Numerantium, 査読有、Vol.216、2013、119-127
- ② Takuya Umesato, Toshiki Saitoh, Ryuhei Uehara, Hiro Ito, and Yoshio Okamoto, Complexity of the stamp folding problem, Theoretical Computer Science, 査読有、Vol.497、2013、13-19  
DOI: 10.1016/j.tcs.2012.08.006
- ③ Szilard Zsolt Fazekas, Hiro Ito, Yasushi Okuno, Shinnosuke Seki, and Kei Taneishi, On computational complexity of graph inference from counting, Natural Computing, 査読有、Vol.12、2013、589-603  
DOI: 10.1007/s11047-012-9349-2
- ④ Jean Cardinal, Hiro Ito, Matias Korman, and Stefan Langerman, Helly numbers of polyominoes, Graphs and Combinatorics, 査読有、Vol.29、2013、1221-1234  
DOI: 10.1007/s00373-012-1203-x
- ⑤ Ayaka Ishibashi, Yuichi Sato, and Shigeki Iwata, NP-completeness of two pencil puzzles: Yajilin and Country Road, Utilitas Mathematica, 査読有、Vol.88、2012、237-246
- ⑥ Kenichiro Nakai, and Yasuhiko Takenaga, NP-completeness of Pandemic, Journal of Information Processing, 査読有、Vol.20、2012、723-726  
DOI: 10.2197/ipsjjip.20.723
- ⑦ 中井健一郎、武永康彦、トリックテイキングゲームの計算量と必勝戦略、京都大学数理解析研究所講究録、査読有、1799巻、2012、183-186

[学会発表] (計7件)

- ① Yohei Yamaguchi, Yasuhiko Takenaga, and Shigeki Iwata, NP-completeness of Kuromasu, 45th Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing (45th SEICCGTC)、2014年3月、Florida, U.S.A.
- ② Yasuhiko Takenaga, Shintaro Aoyagi, Shigeki Iwata, and Takumi Kasai, Shikaku and Ripple Effect are NP-complete, 44th Southeastern International Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Computing (44th SEICCGTC)、2013年3月、Florida, U.S.A.
- ③ Hiro Ito, How to generalize janken --- rock-paper-scissors-king-flea, Proceedings of TJJCCGG、2012年12月、Bangkok, Thailand
- ④ Mitsuru Kusumoto, Yuichi Yoshida, and Hiro Ito, Constant-time approximation

- algorithms for the optimum branching problem on sparse graphs, Proceedings of the Workshop on Computational Complexity Analysis and Algorithm Design for Combinatorial Optimization Problems、2012年12月、Okinawa, Japan
- ⑤ Hiro Ito, Shin-ichi Tanigawa, Yuichi Yoshida, Constant-time algorithms for sparsity matroids, 39th International Colloquium on Automata, Language and Programming (ICALP 2012)、2012年7月、University of Warwick, UK
- ⑥ Hiro Ito, Stefan Langerman, Yuichi Yoshida, Algorithms and complexity of generalized river crossing problems, 6th International Conference on Fun with Algorithms (FUN 2012)、2012年6月、Venice, Italy
- ⑦ Hiro Ito, Susumu Kiyoshima, Yuichi Yoshida, Constant-time approximation algorithms for the knapsack problem, 9th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC 2012)、2012年5月、Beijing, China

[図書]

なし

[産業財産権]

なし

[その他]

なし

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

岩田 茂樹 (IWATA, Shigeki)  
電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授  
研究者番号: 80102018

### (2) 研究分担者

武永 康彦 (TAKENAGA, Yasuhiko)  
電気通信大学・大学院情報理工学研究科・准教授  
研究者番号: 20236491

笠井 琢美 (KASAI, Takumi)  
電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授  
研究者番号: 70027382  
(平成23年度まで研究分担者)

伊藤 大雄 (ITO, Hiroo)  
電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授  
研究者番号: 50283487  
(平成24年度より研究分担者)

(3) 連携研究者  
なし