

平成 26 年 6 月 11 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23500164

研究課題名(和文)大規模計算支援による意思決定の簡易化

研究課題名(英文)Comparing Computing Support in the AHP

研究代表者

鈴木 恵二(Suzuki, Keiji)

北海道大学・情報科学研究科・教授

研究者番号：10250482

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円、(間接経費) 1,200,000円

研究成果の概要(和文)：大規模計算の能力を活用し、意思決定手法の活用において、利用者の負担を軽減し簡易にかつ素早く意思決定を行なうための理論開発をおこなった。具体的には、意思決定手法としてAHP(Analytic Hierarchy Process)を取り上げた。AHPの利用における問題としては、評価項目間や、各評価項目における代替案間の全ての対比較をしているため、評価項目数、代替案数が多いと対比較数は膨大となるという弱点、すなわち、多数代替案問題がある。本研究では、この問題点に対するアプローチとして、多数代替案問題を対比較の順序決定にかかる探索問題と考え、大規模並列計算を使った先読み探索手法の開発を行った。

研究成果の概要(英文)：The analytic hierarchy process (AHP) is a method for decision-making that considers uncertain situations or multiple evaluation criteria. In the AHP, a decision maker compares two elements between evaluation criteria and alternatives. Therefore, comparing all pairs is difficult when evaluating many alternatives. In this study, we present the comparison support method for evaluating many alternatives when a decision maker needs to decide the highest priority alternative. The comparison support method stops pairwise comparisons when the best solution, i.e., the highest priority alternative, is found, even if all pairs have not been compared. We represented a modeling of determine the best alternative using the AHP include comparison support system.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・知能情報学

キーワード：AHP 意思決定支援

1. 研究開始当初の背景

人間の主観的な勘や経験等を数値化した意思決定支援手法に Saaty の AHP (Analytic Hierarchy Process) [1][2]がある . AHP は問題を階層構造に分解し , 各レベルの項目間で親要素に対する一対比較を行うことにより , 全体の総合評価を算出する意思決定支援手法の一つである . 人間の嗜好やイメージなどの主観的判断による指標を一対比較により数値化することが出来 , 手続きが簡単で理解しやすいことから様々な意思決定問題へ応用されている [3][4] .

AHP において複数の代替案を評価する際、代替案の数が増えると一対比較の総数が増え、すべての対を比較することは困難となる。また、後から代替案が増える場合、再度一対比較をやり直さなくてはならない。このような問題を多数代替案問題という。

本論文では多数代替案問題を、一対比較行列の全入力パターンと各パターンの重要度を列挙し、数値入力全てが終わらなくても解が一意に求まる場合に、その部分の入力を省略することで解決する方法を提案する。また、要素数 4 の一対比較行列について、比較支援法を用いた際における一対比較値の実際の入力数を調査する実験を行った。

(1) AHP

本章では AHP の概要と、多数代替案問題について述べる。

AHP は、いくつかの評価項目をもつことですぐに優劣を評価できない複数の代替案に対して、優先順位を決定する方法であり、その手順は以下のとおりである。

- (1) 問題の構成要素とその関連の階層構造の作成
- (2) 一対比較表 (Table1) に基づき、各レベル要素につき親要素に関する一対比較を行う
- (3) 各レベルの一対比較行列から、各レベルの要素間の重みを計算する
- (4) 階層に基づき重要度の合成を行う

(3) における重み計算方法は様々な研究がなされており、固有値・固有ベクトル法、固有値・固

有ベクトルの簡易計算法、幾何平均法などがある [5] .

ここで、車の購入を例に AHP の手順について説明する . 利用者は 3 つの代替案 (Car A, Car B, Car C) を検討しており、評価項目は { Price, Fuel economy, Displacement } とする . この場合、階層構造は Fig1 となる . 次に利用者は評価項目間の一対比較を行い、重要度を算出する (Table2) . さらに、各評価項目における代替案の一対比較を行い、重要度を算出する (Table3,4,5) . Table6 は階層構造に基づく各重要度の合成結果を表す . 各代替案の最終的な重要度は、各評価項目の重要度と、その代替案の各評価項目における重要度の積を、全ての評価項目について足し合わせることで求められる . 結果、この例では、Car A の重要度が最高となり、利用者は Car A を購入すると考えられる .

Table1. 一対比較表

一対比較値	意味
1(1/1)	両方の項目が同じくらい重要
2(1/2)	列の項目の方が行より若干重要
3(1/3)	列の項目の方が行より重要
4(1/4)	列の項目の方が行よりかなり重要
5(1/5)	列の項目の方が行より絶対的に重要
カッコ内	行の項目より列の項目が重要

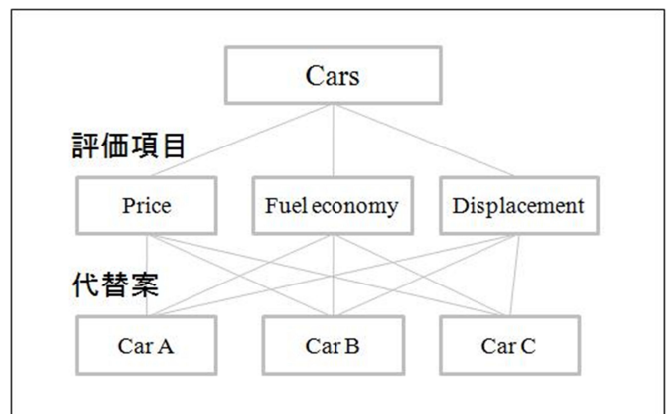


Fig1. 車を選択するときの階層構造

Table2. 評価項目の対比較と重要度

	Price	Fuel economy	Displacement	重要度
Price	1	3	5	0.64
Fuel economy	1/3	1	3	0.26
Displacement	1/5	1/3	1	0.11

Table3. 評価項目 Price における代替案の対比較と重要度

	Car A	Car B	Car C	重要度
Car A	1	3	3	0.6
Car B	1/3	1	1	0.2
Car C	1/3	1	1	0.2

Table4. 評価項目 Fuel economy における代替案の対比較と重要度

	Car A	Car B	Car C	重要度
Car A	1	2	3	0.53
Car B	1/2	1	2	0.30
Car C	1/3	1/2	1	0.16

Table5. 評価項目 Displacement における代替案の対比較と重要度

	Car A	Car B	Car C	重要度
Car A	1	5	5	0.70
Car B	1/5	1	2	0.18
Car C	1/5	1/2	1	0.11

Table6. 各代替案における重要度合成計算と重要度

	計算	重要度
Car A	$0.6 \cdot 0.64 + 0.53 \cdot 0.26 + 0.70 \cdot 0.11 = 0.5988$	0.60
Car B	$0.2 \cdot 0.64 + 0.30 \cdot 0.26 + 0.18 \cdot 0.11 = 0.2258$	0.23
Car C	$0.2 \cdot 0.64 + 0.16 \cdot 0.26 + 0.11 \cdot 0.11 = 0.1817$	0.18

(2) AHP における多数代替案問題

AHP では、重要度を推定する際に、すべての要素間の対比較を行い、完全な逆数行列の形をした対比較行列を作成してから、固有値・固有ベクトル法などを用い重要度を求める方法が使われてきた。この方法は相対評価法と呼ばれている。相対評価法は要素が n 個ある場合、利用者は

$n(n-1)/2$ の対比較に答える必要があり、 n が大きくなると負担が急激に増えることになる。また、評価項目数が多い場合は多階層化することにより、対比較回数を抑えることができるが、代替案については階層化出来ないため、数が増えると分析不可能となる。さらに、新たな代替案が追加されたときに、もう一度対比較をやり直さなくてはならないという問題もある。

上記問題の解決方法として、各評価基準に対する各代替案の評価を対比較ではなく絶対評価で行う絶対評価法[5][6]などが研究されている。しかし、絶対評価法は評価尺度を媒介しての代替案間の間接的な比較が有効な場合に適用可能であり、代替案の評価が完全な推移関係にあることを前提としている。そのため、代替案間の直接的な比較が有効であり、推移関係にない評価を行う際には 対比較を通して代替案の比較を行う必要がある。

2. 研究の目的

利用者が AHP を用いて代替案の重要度を計算する目的は、各代替案の相対的な重要度を求めたい場合、代替案の中から最も良い案を一つ求めたい場合など様々な状況が考えられる。本研究では、利用者が最も良い代替案を求めたい場合に焦点を絞り、多数代替案問題を解決する新たな方法として比較支援法を提案する。比較支援法は利用者が未入力の一対比較値について、入力される全てのパターンと解として最も良い代替案を列挙し、全てのパターンにおいて解が一意的値をとる場合に対比較を停止する。これまでの研究において階層構造を 2 階層に限定した場合についてまとめた[7]。本稿では 3 階層以上に拡張した場合について述べる。

3. 研究の方法

階層構造が 3 階層以上の場合における比較支援法のアルゴリズムは以下のとおりである。ここで、“*”はワイルドカードを表し、値が“*”である要素は全ての対比較値が入力される(Table1)。“*”を含む一対比較行列について全ての入力パターンにおける最も良い代替案を列挙していく過程で、逐一最も良い代替案が一意的であるか判定し、一意でなくなった時点でさらなる一対比較値を入力する。アルゴリズムにおける(6)-(8)を並列計算することによって計算時間を抑えることが出来る。

(1) 評価項目数 m 、代替案数 n を入力する。

- (2) 従来の手法で決定した各評価項目の重要度を
を入力する .
- (3) 全ての要素の値が* (ワイルドカード) である
 $n \times n$ の一対比較行列 X を m 個作成する .
- (4) k 番目の評価項目における , 代替案 i と j の一
対比較値 x_{ij}^k を入力する . また , q の値を -1
とする .
- (5) 値が*の要素について取りうる入力パターン
を列挙し , 入力パターン数を r , $count$ を 0 と
する .
- (6) $count$ の値について
 $count < r$ の場合
 値が*の要素について列挙した入力パ
 ターンを順に代入する . $count$ の値を一
 つ上げる
 $count = r$ の場合
 (9)へ進む
- (7) 代替案の重要度を計算し , 最も良い代替案番
 号を求め p とする .
- (8) q の値について ,
 $q = -1$ または $q = p$ の場合 ,
 q に代替案番号を代入し , (6)へ戻る
 $q \neq p$ の場合
 (4)へ戻る
- (9) 解として代替案番号 p を出力する

Figure1 は階層構造が 3 階層以上の場合における比較支援法のシーケンス図である . class1 は値が “ * ” である要素に入力されうる値を代入し , user があらかじめ求めた評価項目の重要度を用い , その入力パターンにおける最も良い代替案を求める . また , class2 は class1 が求めた最も良い代替案が過去に求めたものと一致するか調べる . loop2 によって未入力の一対比較値について入力されうる全ての入力パターンの解が一致するかどうか分かり , 解が一致しない場合は user が新たな一対比較値を入力する .

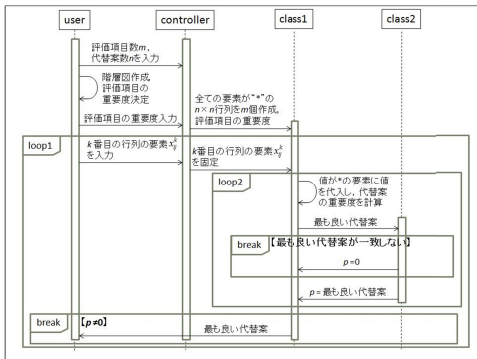


Figure1 比較支援法 : シーケンス図

4. 研究の成果

比較支援法を用いた際における一対比較値の実際の入力数を調査する実験を行った .

(1) 実験設定

階層構造が 2 階層であり , 代替案数が 4 の場合について調査を行った (Fig.2) . 一対比較行列は全ての対角成分は 1 であり , 要素 x_{ij} は要素 x_{ji} の逆数となる . そのため , 代替案数 4 の場合は右上の 6 つの要素について入力パターンを考慮する (Table7) . 各要素は 9 パターンの数値が入力可能であることから (Table1) , 全ての入力パターンは $9^6 = 531441$ となる . また , 一つの入力パターンにおいて入力順序は $6! = 720$ 通りある . 本実験では , ランダムに 1000 個の入力パターンを選び , 一つの入力パターンについて全ての入力順における解が一意に求まるまでの一対比較数を調べた .

(2) 考察

これまでの研究より , 階層構造が 2 階層であり , 代替案数 4 の場合の全入力パターンにおける , 解が一意に求まるまでの最小入力数の割合は Fig.4 のようになることが分かっている [7] . これによると , 最小入力数が従来手法の半数の 3 である入力パターンが全体の 33% である . また , 全体の 88% の入力パターンが入力順によって全ての一対比較値を入力する前に解が一意に求まるということが分かる . それに対して , 本論文の実験結果より , ランダムな 1000 通りの入力パターンについて , 全ての入力順を考慮した場合の解が一意に求まるまでの入力数は , 3 の場合が 1.8% となった . また , 全ての一対比較値を入力する前に解が求まる場合は全体の 39.2% となった . これは , 例えばある入力パターンにおいて , 3 つの一対比較値の入力で解が求まる場合でも , 該当する 3 つの一対比較値を入力し終えるまでにかかる入力数は入力順に左右されるためである . よって , より解を求めやすい入力順を示すことができれば , 解が一意に求まるまでの入力数を最小入力数に近づけることができる可能性がある .

(3) 結果

実験の結果 , 解が一意に求まるまでの平均入力数は 5.50 となった . Fig.3 は各入力数の割合を表す . 全体の約 4 割が全ての一対比較値の入力を終える前に解が求まることが分かった .

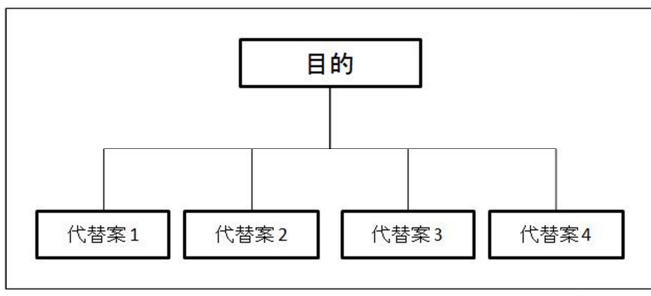


Figure2 実験設定：階層構造

Table7. 代替案数 4 の場合の対比較行列

	代替案 1	代替案 2	代替案 3	代替案 4
代替案 1	1	x_{12}	x_{13}	x_{14}
代替案 2	$1/x_{12}$	1	x_{23}	x_{24}
代替案 3	$1/x_{13}$	$1/x_{23}$	1	x_{34}
代替案 4	$1/x_{14}$	$1/x_{24}$	$1/x_{34}$	1

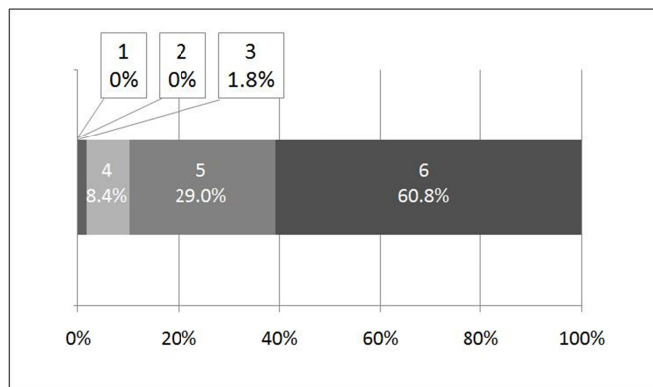


Figure3 実験結果：解が一意に求まるまでの入力数の割合

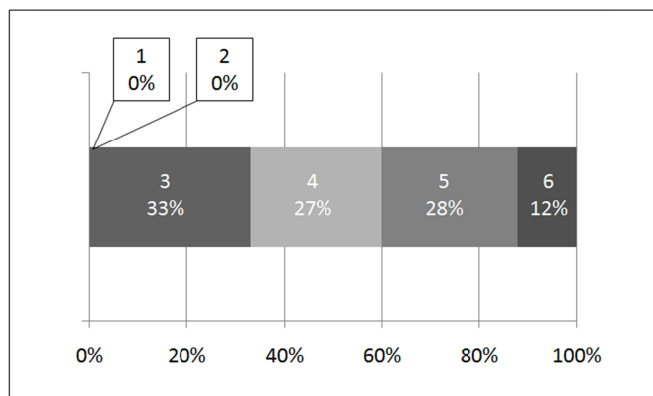


Figure4. 各入力パターンにおける解が一意に求まるまでの最小入力数の割合

(4) 結論

本論文では、利用者が代替案の中から最も良い案を一つ求めたい場合に焦点を絞り、多数代替案問題を解決する方法として比較支援法を提案した。比較支援法は利用者が未入力の一対比較値について、入力される全てのパターンと解として最も良い代替案を列挙し、全てのパターンにおいて解が一意の値をとる場合に一対比較を停止することで多数代替案問題を解決する。実験より、ランダムな入力パターンにおいて、全ての入力順を考慮した場合、解が一意に求まるまでの平均入力数は 5.50 であることが分かった。また、全体の約 4 割が全ての一対比較値の入力を終える前に解が求まることが分かった。そのため、解が一意に求まる時点で一対比較を停止することにより、利用者の負担を軽減できる可能性が示された。さらに、解が求まるまでの入力数は入力パターンだけではなく入力順に左右されるため、より解を求めやすい入力順を示すことができれば、解が求まるまでの入力数をそのパターンの最小入力数に近づけられる可能性があることが分かった。今後、階層構造が 3 階層以上の場合の入力数について従来の手法と比較すること、また、より解を求めやすい入力順を示すアルゴリズムの検討が必要である。

文献

- [1] Thomas, L. Saaty, How To Make A Decision: The Analytic Hierarchy Process. Interfaces, Vol.24, No.6, 1994; pp.19-43.
- [2] 刀根薫：ゲーム感覚意思決定法，日科技連出版社，1995
- [3] Omkarprasad, S. Vaidya and Sushil, Kumar, Analytic hierarchy process: An overview of applications, European Journal of Operational Research, vol 169, pp.1-29.
- [4] 木下栄蔵：AHP による首都機能移転地域選定に関する分析，オペレーションズ・リサーチ，pp. 19-27, 2000
- [5] 木下栄蔵：よくわかる AHP 孫子の兵法の戦略モデル，オーム社，2006

- [6] 木下栄蔵：孫子の兵法の数学モデル - 最適戦略を探る意思決定法 AHP, 講談社, 1998
- [7] Yumi Tadano, Hidenori Kawamura, Keiji Suzuki and Azuma Ohuchi, Termination Process of the Analytic Hierarchy Process, 13th Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems, Hakata, 2009

5 . 主な発表論文

【学会発表】(計 1 件)

- (1) Yohko Konno, Hidenori Kawamura, Keiji Suzuki: LCO Applied to Large Scale Connected Double Circles TSP for Comparing Heuristic Strategies, The 9th International Conference on Optimization: Techniques and Applications (ICOTA 9), 2013, Taipei

6. 研究組織

(1) 研究代表者

鈴木 恵二(Suzuki, Keiji)

北海道大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号: 10250482

(2) 研究分担者

川村 秀憲 (Kawamura, Hidenori)

北海道大学・大学院情報科学研究科・准教授

研究者番号: 60322830