

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 28 日現在

機関番号：32514

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2014

課題番号：23501025

研究課題名(和文) 子どもの推論的活動を支援する算数指導法の開発

研究課題名(英文) Development of Mathematical Teaching Method of Helping Pupils' Inferential Activities in Elementary Schools

研究代表者

原田 耕平 (HARADA, Kohei)

川村学園女子大学・教育学部・教授

研究者番号：10238181

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、小学校1年生を対象とした3年間の縦断的研究法によって子どもの推論的活動を支援する算数指導法を開発することである。研究結果から次の代表的結論が得られた。(1)子どもの推論的活動についての発達調査から、数量に関する推論では、低学年で上位水準に到達しそれを保持するタイプの多くが見られた。図形に関する推論では、低学年から漸進的に水準を上昇させるタイプが多く見られた。(2)子どもの推論的活動を支援する算数指導法の開発では、教授法の枠組みを「推論を確認する段階」「推論の発展を生み出す段階」「推論規則を明確にする段階」の3つの段階によって構成し、教授実験によって教授法の有用性を確認した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to develop a mathematical teaching method of helping pupils' inferential activities in elementary schools based on longitudinal method for the first graders for three years in elementary schools. The main results of this study are as follows: (1) On characteristics of pupils' cognitive development for inferential activities, in relation to quantities, many pupils attained the upper level in the first grade and retained the level until the third grade, on the contrary, in relation to geometrical figures, many pupils improved their levels with progress of their graders. (2) On the development of mathematical teaching method of helping pupils' inferential activities, we constructed a didactical framework in three steps: step of verification of inferences in problems; step of composing inferences; step of justification of inferential rules. From the results of the teaching experiments, we could accept the effectiveness of the teaching method.

研究分野：数学教育

キーワード：推論 認知発達 小学生 算数 指導法

1. 研究開始当初の背景

既に我々は、小学校4年生を対象とした3年間の図形認識における推論的活動の縦断的発達調査を行ってきた(2008～2010年度)。その結果、子どもの図形認識では学年進行とともに発達水準の上昇が見られる一方で、学年間で水準変動(揺れ)が大きい子どもがいること、4年次で低水準であり年次進行によっても低水準に留まる子どもが見られたことである。この結果から、それ以前の学年段階における子どもへの認知発達の支援が急務となった。そのため本研究では、小学校1年生から3年生を対象として、推論的活動の発達過程を明確にし、推論的活動を支援する指導法の開発をねらった。

2. 研究の目的

ピアジェ(Piaget, 1959)が指摘するように、学習には経験に依拠するものと依拠しない認識の獲得がある。子どもの推論的活動をともなう学習では、この後者の認知発達の要因が強い影響を与えると考えられる。このような視点から、次の研究目的を設定した。本研究の目的は、小学校1年生を対象とした縦断的研究法によって、子どもの推論的活動を支援する算数指導法の開発を行うことである。

3. 研究の方法

研究目的を達成するために、次の研究方法をとる。第一に、子どもの推論的活動の発達水準を同定するためにピアジェの『意味の論理学』(Piaget et Garcia, 1987)をベースにして発達指標を明確にする。この指標を用いて、子どもの推論的活動の発達過程を明確にするために小学校1年生を対象として3年間の縦断的調査を行う。第二に、子どもの推論的活動を支援する算数指導を開発するために、ジュネーブ学派の『学習実験』(Inhelder et al., 1974; Bovet et al., 1986)をベースにして指導法の理論的枠組みを構築し、この指導法の妥当性を教授実験によって検証する。研究協力校は、茨城県公立小

学校2校および千葉県公立小学校1校である。

4. 研究成果

(1) 子どもの推論的活動の発達研究 調査問題の設定

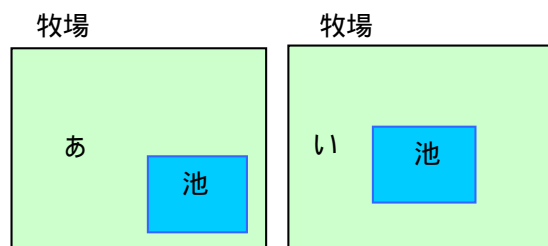
調査問題については、小学生(低学年)の推論的思考の発達特性に視点を当て、可逆思考を必要とする課題を中心にして選択した。

問題1はピアジェらの「数の発生的研究」(Piaget et al., 1941)、問題2と問題3は、ピアジェらの「子どもの幾何の概念」(Piaget et al., 1960)、問題4はメスキータの「子どもの図形認識の研究」(Mesquita, 1989)を参照した。各問題の問題文にはふりがなをつけ、とくに問題1と問題2では挿絵が入っている。

問題1. 子どもたちが遊んでいましたが、3人がかえたので6人になりました。はじめに何人いたでしょう。

問題2. 3人の背を比べてみました。ゆうとくんはつばさくんより背が高く、しょうたくんはゆうとくんより背が高いことがわかりました。つばさくんとしょうたくんとでは、どちらが背が高いでしょう。

問題3(1年次)おなじ広さの牧場が2つあります。この2つの牧場に、図のようにおなじ大きさの池をつくりました。



牧草が生えているところは、あといとくらべて、どちらが広いでしょうか。正しいと思う

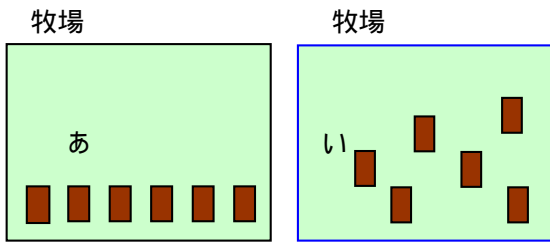
答えの番号に をつけましょう。

あは、いより広い。

いは、あより広い。

あの広さといの広さは、同じ。

問題3(2・3年次)同じ広さの牧場が2つあります。この2つの牧場に、図のようにおなじ大きさの小屋をつくりました。



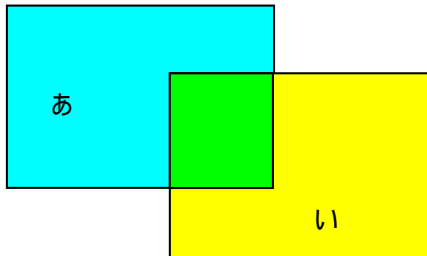
牧草が生えているところは、あといをくらべて、どちらが広いでしょうか。正しいと思う答えの番号に をつけましょう。

あは、いより広い。

いは、あより広い。

あの広さといの広さは、同じ。

問題4. 同じ大きさの下じきが2枚あります。この2枚の下じきを図のように重ねました。



この図で、あといは広さが同じになります。そのわけを、下のように考えました。正しいと思う番号に をつけましょう。

「2枚の下じきの大きさは{ 同じです。ちがいます。} 2枚の同じ大きさから、重なったところを引くと、残ったところも{同じだからです。ちがうからです。}」

問題設定の理由と推論水準の設定

問題1: この問題では、数量(人数)での全体量を仮定し、全体量から部分量を引いた残りの量と部分量の合併がはじめの全体量になるという推論ができるかどうかを調べた。

水準 : 部分量の合併が全体量になることを認識できるが、全体量から部分量を引いた残りの量と部分量の合併が全体量になることが認識できない。

水準 : 全体量から部分量を引いた残りの量と部分量の合併が全体量になることが認識できる。

問題2: この問題では、数量(身長)について、推移律($A < B$ かつ $B < C$ $A < C$)の推論ができるかどうかを調べた。

水準 : 背の高さの比較での推移律が認識できない。

水準 : 背の高さの比較での推移律が認識できる。

問題3: この問題では、図形の視覚的影響を受けることなく、面積の保存(加法性)の認識ができるかどうかを調べた。児童の認知発達を配慮して、1年次と2・3年次で問題を区別した。

水準 : 1つの図形の位置に依存して、視覚的に広さを判断してしまう(面積の保存が達成されていない)。

水準 : 1つの図形の位置に依存することなく、面積の保存が達成されている。しかし、複数の図形の位置によっては視覚的影響を受け面積の保存が達成されていない。

水準 : 複数の図形の位置に依存することなく、面積の保存が達成されている。

問題4: この問題では、図形の面積について、推移律($A + X = B + Y$ かつ $X = Y$ $A = B$)の推論ができるかどうかを調べた。

水準 : 簡単な図形の重なりにおける面積について、推移律が認識できない。

水準 : 簡単な図形の重なりにおける面積について、推移律が認識できる。

以上の水準を設定し、3年間の縦断的調査を行う。

調査対象: 小学校1年生～3年生

調査時期: 各年度、3月

調査結果と考察

3年間の縦断的調査の対象者は60名であった。本報告では、代表的結論のみ示す。

問題1では、1年次で水準 に到達し、その水準を3年次まで保持するタイプがほぼ70%であった。とくに2年次で全児童が水準 に到達した。学年間で水準変動の大きいタイプは出現しなかった。

問題2では、問題1と同様に1年次で水準に到達し、その水準を3年次まで保持するタイプがほぼ70%であった。2年次でほぼ80%の児童が水準に到達できた。また水準変動の大きいタイプが15%出現した。

問題3では、3年次で水準に到達するためには、2年次で水準に到達していることが必要であり、3年次に水準に到達した児童はほぼ60%であった。1年次から学年進行とともに水準を上昇させたタイプはほぼ75%であった。その一方で、3年次で水準に留まるタイプが約7%、3年次で水準に留まるタイプが約8%が出現した。また水準変動の大きいタイプが15%出現した。

問題4については、1年次で水準に到達し、その水準を3年次まで保持するタイプが35%であった。また1年次から学年進行とともに水準を上昇させ水準に到達するタイプが33%であった。両者のタイプを合わせ3年次で75%の児童が推移律の認識が可能となった。その一方で1年次から3年次まで水準に留まるタイプがほぼ8%であった。水準間の変動の大きいタイプが18%出現した。

以上の結果をまとめると、数量に関する部分と全体の関係および推移律の認識については、低学年で上位水準に到達し、それを保持する傾向がある一方、図形に関する部分と全体の関係および推移律の認識では、低学年から漸進的に水準を上昇させる傾向のあることが明らかになった。とくに図形に関する部分と全体の関係および推移律の認識では、3年間を通じて低位水準に留まるタイプに児童が約8%おり、図形の視覚的影響から論理的認識の困難性を示している。また水準変動の大きいタイプの出現は、問題1を除き、他のすべての問題においてほぼ15%出現した。この学年段階の一定数の児童に、推論的認識の不安定性(認識の揺れ)があることが明らかになった。

(2) 子どもの推論的活動を支援する算数指導法の開発

子どもの推論的活動を支援する算数指導法の枠組み

先に述べたように、ジュネーブ学派の「学習実験」(Inhelder et al.,1974; Bovet et al.,1986)の他、プロッソーの「教授学的場の理論」(Brousseau,1998)、カミイの「算数教授理論」(Kamii,1973)、アンリケスの「理由の形成」(Henriques,2004)等を参照して、子どもの推論的活動を支援する算数指導法の枠組みを3つの段階によって構築した。

・推論を確認する段階

子どもが、推論的活動を含む1つの問題解決を通じて、推論的活動の中にある基本となる推論を確認する。

・推論の発展を生み出す段階

子どもが、推論の発展を含む問題解決(認知的葛藤の生成の場)を通じて、推論的活動の中に発展した推論を生み出す。推論の発展には、基本となる推論の逆、合成などがある。

・推論規則を明確にする段階

子どもが、推論の発展を含む問題解決が終了した段階で、問題解決に使われた推論規則を明確にする。

教授実験の計画

[2011年度]

対象:1年生

単元名:大きさをくらべ

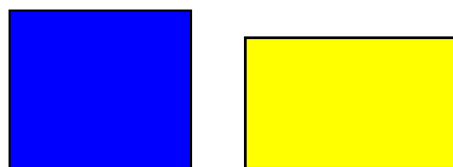
教授実験のテーマ:ひろさをくらべ

教授実験の方法:

導入:ハンカチをくらべ

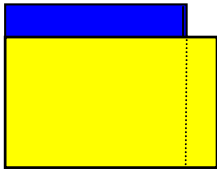
2枚の異なる大きさのハンカチを比べる問題で、2枚のハンカチを重ね、包含関係によって大小を比べる(推論を確認する段階)。

展開:がようしくらべ(認知的葛藤の生成の場)



図のような青色と黄色の2枚の画用紙を比べ

る問題解決を通じて、この 2 枚を重ねたとき「はみ出し」があることに気づく。



そこで、重なったところの大きさは同じなので、はみ出した 2 つの部分の大きさを比べればよいという推論を引き出す(推論の発展を生み出す段階)。

整理・発展: 2 枚の画用紙で青色が大きいことを確認する。「2 枚の画用紙で重なったところが同じ」かつ「はみ出して青が黄より広い」ならば「もとの青の画用紙が黄色の画用紙より広い」という推論規則を確認する(推論規則を明確にする段階)。

[2012 年度]

対象: 2 年生

単元名: はこの形

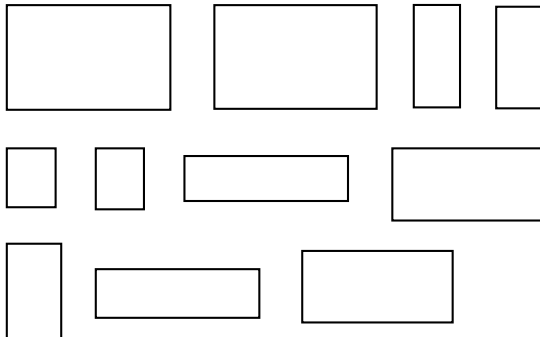
教授実験のテーマ: 箱をつくるための面の組み立て

教授実験の方法:

導入: 箱をつくるための面の形と面の数

6 枚の長方形のカードが与えられ、子どもはそれを並べて、箱を開いた図を描き、実際に組み立てて箱ができるかどうかを確かめる。作業を通じて、箱を作るためには 2 枚ずつ同じ大きさのカードが 6 枚必要であることを確認する(推論を確認する段階)。

展開: 箱をつくるために必要なカードの選択(認知的葛藤の生成の場合)



図のような 11 枚の長方形のカードが子どもに

与えられるが、このカードには箱をつくるために必要な 6 枚のカードの他に、不必要な 5 枚のカードが含まれている。子どもは、カードを並べて、箱を開いた図を作りながら、6 枚の適切なカードを選択しなければならない。作業を通じて「箱をつくるためには、2 枚ずつ同じ大きさのカードが必要である」という推論と「大きなカードの 2 つの辺に沿って並べられる 2 枚のカードは、1 辺の長さを同じにしなければならない」という推論を生み出すことができる(推論の発展を生み出す段階)。

整理・発展: 自分で作った箱を開いて、「箱をつくるためには、2 枚ずつ同じ大きさのカードが必要である」と「大きなカードの 2 つの辺に沿って並べられる 2 枚のカードは、1 辺の長さを同じにしなければならない」という 2 つの推論を合成することによって、箱ができるための「必要十分条件」を確認する(推論規則を確認する段階)。

[2013 年度]

対象: 3 年生

単元名: 三角形

教授実験のテーマ: 三角形のしきつめ

教授実験の方法:

導入: 同じ形状の二等辺三角形の敷き詰め

子どもに同じ形状の二等辺三角形のカードが 20 枚与えられ、カードを敷き詰めているいろいろな形をつくるのが課題である。作業を通して、子どもは長辺同士、短辺同士が隣接するという推論を確認する(推論を確認する段階)。

展開: 異なる大きさの直角三角形の敷き詰め(認知的葛藤の生成の場合)

直角二等辺三角形で、大きさが 3 種類(大 2 枚; 中 3 枚; 小 2 枚)のカードを、提示された形状の図形に敷き詰めることが課題である。ここでの推論は、大きな三角形から敷き詰めるという推論、提示された図形にカードの辺を合わせるという推論、提示された図形にカードの角を合わせるという推論、それら推論の合成が生み出される(推論の発展を生み出す段階)。

整理・発展：敷詰めが完成した図形を観察し、敷詰めを完成させるストラテジーを発見することによって、推論規則を明確にする。1枚のカードが敷き詰められたとき、そのカードの辺の長さ、残されている隙間の図形の辺の長さや角の大きさによって(条件の変動に対応して)、次のカードを選択する(推論規則を明確にする段階)。

教授実験の結果と考察

本報告では、代表的結論のみを示す。教授実験の結果から、1年次では教師の支援によって「推論の合成」が生み出され、2年次では自生的に「推論の合成」が生み出された。3年次では、自生的に推論の連鎖、推論の無限性の意識化が生まれた。1年次から3年次までの教授実験を通して、統制群に対して実験群では推論的活動が活発化し、推論の発展が生み出された。教授実験の結果から、教授法の有用性が確認された。

他の教材による教授実験によって方法の一般化を図ることが、今後の課題である。

< 主な引用・参考文献 >

- Bovet, M., Parrat-Dayon, S. et Vonèche, J. (1986) Causalité et Apprentissage. Cahiers de Psychologie Cognitive. 6(6), pp. 615-631.
- Brousseau, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. La Pensée sauvage, éditions.
- Inhelder, B., Sinclair, H. and Bovet, M. (1974) *Learning and the Development of Cognition*. Routledge & Kegan Paul.
- Henriques, G. (2004) *La formation des raisons*. Mardaga.
- Kamii, C. (1974) Pedagogical Principles derived from Piaget's Theory: Relevance for Educational Practice. In Schwebel, M. & Raph, M. *Piaget in the classroom*, Routledge & Kegan Paul. pp. 199-215.

Mesquita, A. (1989) *L'influence des aspects figuratif dans l'argumentations des élèves en géométrie*. Thèse Université Lous Pasteur, Strasbourg.

Piaget, J. (1959) *Apprentissage et connaissances*, EEG, Vol. .

Piaget, J., Inhelder, B. and Szeminska, A. (1960) *The Child's Conception of Geometry*. Routledge and Kegan Paul.

Piaget, J., et Szeminska, A. (1941) *La genèse de nombre chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé.

Piaget, J. et Garcia, R. (1987) *Vers une logique des significations*. Murionde.

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 1 件)

原田耕平、子どもの推論的活動を支援する算数指導法の開発、日本数学教育学会誌数学教育論究、査読有り、95 巻、2013、289 - 296

[学会発表] (計 2 件)

原田耕平、子どもの推論的思考の発達研究 小学校 1 年生を対象とした 3 年間の縦断的調査、日本数学教育学会第 47 回秋期研究大会、査読有り、2014 年 11 月 9 日、熊本大学

原田耕平、子どもの推論的活動を支援する算数指導法の開発 小学校 1 年生「ひろさくらべ」の授業において、日本数学教育学会第 45 回数学教育論文発表会論文集、論文発表の部、査読有り、2012 年 11 月 10 日、奈良教育大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

原田 耕平 (HARADA, Kohei)
川村学園女子大学・教育学部・教授
研究者番号: 10238181

(2) 研究協力者

MESQUITA, Ana
Université Paris 7, DIDIREM.