

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 26 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23510169

研究課題名(和文) ファジィ線形計画法によるロバスト最適化

研究課題名(英文) Robust Optimization by Fuzzy Linear Programming

研究代表者

乾口 雅弘 (Inuiguchi, Masahiro)

大阪大学・基礎工学研究科・教授

研究者番号：60193570

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円、(間接経費) 1,110,000円

研究成果の概要(和文)：ファジィ線形計画問題において、意思決定者のロバストネスに対する選好に応じた必然性測度を定める簡便な方法を提案するとともに、一般の必然性測度を用いたファジィ線形計画問題が線形性を大きく損なうことなく解けることを示した。また、2レベル計画問題のロバスト最適化、多目的問題のロバストな有効解について議論した。係数がグレード付きイルノウ集合として表される計画問題を取り扱うため、グレード付きイルノウ集合の計算法などが容易にできることを示すとともに、ファジィ線形計画法と同様に扱えることを示した。さらに、一部の選好情報から決定者の好みを大まかに表す区間順序回帰を提案するとともに、この拡張について考察した。

研究成果の概要(英文)：A method for representation of the decision maker's preference on robust constraints by a necessity measure is proposed and it is shown that fuzzy linear programming problems with general necessity measures are solved without great loss of linearity. Robust optimization in two level linear programming problems and robust efficient solutions in multiple objective problems are investigated. Moreover, it is shown that approximate calculations of graded ill-known sets are rather easy. Then the linear programming problems with graded ill-known sets can be treated in a similar way to fuzzy linear programming problems. Finally, we proposed interval ordinal regression method when a part of pairwise preference information is given. We investigated the generalizations of the interval ordinal regression method.

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学・社会システム工学・安全システム

キーワード：ファジィ線形計画法 ロバスト最適化 必然性測度 グレード付きイルノウ集合 区間順序回帰 一対比較情報 修飾子関数 含意関数

### 1. 研究開始当初の背景

不明確なパラメータの取りうる範囲をファジィ集合で表現するファジィ計画法は、1976年の提案後、可能性理論に基づき体系化され、飛躍的に発展してきた。ファジィ計画法の利点は帰着問題の簡潔性にあり、これを活かした離散最適化への適用や環境問題、投資問題などへの応用、確率とファジィが複合した不確実性をもつ問題への拡張が盛んになっている。応用研究や適用範囲拡張を一層拡充させるには、基本的なファジィ線形計画法を発展させることが鍵となり、ファジィ計画法の利点を保存した拡張が重要となる。

一方、ロバスト最適化では、与えられた範囲で係数がどのように変動しても制約条件を破ることはないという強い条件が課される。ファジィ計画法では、係数の取りうる範囲をファジィ集合として表すことにより、この条件は必然性測度を用いて柔軟に表現することができる。しかし、意思決定者のロバスト性に対する要求に応じた必然性測度の定め方や、一般の必然性測度を用いたファジィ線形計画法が容易に解けるか否かはまだ十分に研究されていない。

また、ロバスト最適化の影響を受けて、意思決定解析においてロバスト性を考慮する必要性は認識されていても、未だ十分に種々の手法に応用されていない状況にあった。

### 2. 研究の目的

(1) 本研究では、安心・安全な社会の構築に役立つロバスト最適化へのファジィ線形計画アプローチについて考究する。ファジィ線形計画法では、線形性を大きく損なうことなく、問題の不確実性が扱えるという利点がある。この利点を保ちつつ、パラメータ変動に対する制約充足や目標達成の頑健性に対する決定者の種々の要求を扱うことができる方法を開発する。また、より複雑な不確実性を表現できるモデルとして、グレード付きイルノウン集合(GIS)モデルを考究し、線形計画問題に応用する。

(2) ファジィ係数を含むポートフォリオ選択問題や2レベル線形計画問題、多目的線形計画問題のロバスト最適化について考究するとともに、部分的な選好情報から多基準意思決定問題におけるロバストな選好関係を線形計画法により求める方法を考究し、成果を体系的にまとめる。

### 3. 研究の方法

(1)の前半に関しては、頑健性に対する決定者の要求が表せる必然性測度に関する研究代表者の過去の成果を応用し、どのような仮定をおけば線形性を損なわないかを議論していく。また、必然性測度が二つの $[0, 1]$ から $[0, 1]$ への非減少関数である修飾子関数の無限列で定められるという成果を用いて、決定者の頑健性に対する階層的な要求を簡便に表現する方法を提案し、線形性を大きく損な

うことなく、問題が取り扱えることを示す。一方、(1)の後半に対しては、GISを直接計算することは計算複雑性の面から現実的でないので、GISの上下近似表現に関する性質を調べ、これに基づいた簡易計算法を構成し線形計画問題に応用していく。

(2)の前半については、従来の研究成果を拡張・精緻化していくことにより結果を体系的に整理していく。一方、(2)の後半については、加法独立な効用関数を仮定し、決定者の参照代替案に関する選好情報から効用関数の範囲を区間で求める問題を定式化する方法と、従来提案されているUTA法に対するロバスト順序回帰を拡張する方法を考究していく。

### 4. 研究成果

(1)の前半に関しては、必然性測度を含意関数により定める場合と修飾子関数を用いて定める場合とを取り上げ、線形計画問題に帰着できる条件を成果として得ている。ここでは、その応用に向けての集大成といえるロバスト制約に対する意思決定者の要望を必然性測度を用いて表す簡易法に関する成果について述べる。

ロバスト最適化問題では、不明確な係数の取りうる範囲を通常の集合で表さなければならないが、これを定める決定者は、どこまでの可能性を考えるかの決断に迫られる。一方、これをファジィ集合で定めれば、「可能性が高い範囲」、「通常に考えられる範囲」、「十分に広く見積もった範囲」など、真の係数値がその範囲にある確信度が異なる複数の領域で定義できるので、決定者の知識を柔軟に反映できる。不明確な係数の取りうる範囲が定められると、拡張原理により制約条件の左辺値の取りうる範囲が算出される。制約条件の右辺値は左辺値がどのような値を取ることが望ましいかを表すが、ファジィ数理計画問題では、左辺値の望ましい値の領域もファジィ集合で与えることができる。

このファジィ集合の定め方としては、「可能性が高い範囲」、「通常に考えられる範囲」、「広く見積もった範囲」それぞれに対して、収めたい領域を与え、できるだけそれを達成する解を求める場合や、係数の変動範囲の設定に関係なく、左辺値として望ましい領域を与え、できるだけ高い確信度でそれに含まれる解を求める場合など、様々な状況が考えられる。このような、ロバスト制約に対する種々の要求は、必然性測度を適切に定めることによりかなり対応できる。

必然性測度は含意関数で定められるので、要求に見合った含意関数を選ぶことになる。しかし、従来、含意関数の選択法に関する研究はほとんどなされていない。含意関数の選択によりどのような包含関係になるかを直ぐにイメージできないので、含意関数を直接選ぶことは容易ではない。

研究代表者は、従来、必然性測度の値の変化とファジィ集合間の包含関係の成立状況

との関係を与えることにより、必然性測度を定める方法を提案している。この方法では、たとえば、必然性測度の値が 0.8 以上の場合には、包含されるファジィ集合を大きめに見積もり、他方のファジィ集合を小さめに見積もっても包含関係が成立することを保証し、必然性測度の値が 0.2 以上の場合には、包含されるファジィ集合を小さめに見積もり、他方のファジィ集合を大きめに見積もっても包含関係が成立することを保証するというように、度合とファジィ集合の包含の状況との対応を与えることにより必然性測度が定義される。大きめに見積もったファジィ集合や小さめに見積もったファジィ集合は、ファジィ集合に修飾子を施すことにより定められる。これにより、包含の成立状況(イメージ)の推移を与えれば必然性測度が定まることになる。しかし、度合に応じた成立状況(イメージ)の推移や成立状況に応じて変化する修飾子(修飾子母関数)を与えることは、含意関数を直接定めるより容易なものそれほど簡単ではない。

本研究では、この従来成果に基づき、ロバスト制約に対する意思決定者の要望を必然性測度で表現する簡便な方法を提案した。提案手法では、不明確な値の取りうる範囲と満足できる値の範囲を「小さめ」、「中程度」、「大きめ」の 3 通りで見積もり、これらの包含関係のすべての組合せ、18 通りを考え、これらと強弱関係が束構造になることを示した。必然性測度は、この強弱関係に注意して、各不等号関係に対応する修飾子関数対を具体的に与え、束構造上の弱い包含関係から強い包含関係への至るパスを与えることで、必然性測度を定める方法を提案した。すなわち、意思決定者は、「小さめ」、「中程度」、「大きめ」の 3 通りで見積もった両範囲に対して、要求する最低限の包含関係から十分満足できる包含関係に至る状況の推移を与えればよい。この方法により、Dienes, Lukasiewicz, Gödel, Goguen などのよく知られた含意に加えて、中程度の範囲通しの包含から同レベルで見積もった範囲通しの全包含に至る要求に対応する包含関係など、意義深く、新しい必然性測度までが得られることを示した。さらに、この方法により定式化したファジィ線形計画問題は、線形性を大きく損なうことなく、比較的容易に解けることも示した。

(1)の後半では、不明確な値の取る範囲や満足できる範囲が「確実に取る範囲」と「確実に取らない範囲」に関する複数の情報が与えられた場合に、グレード付きイルノウン集合(GIS)で表現し、取り扱う方法を議論した。GIS は過去に 1, 2 件の論文発表があるのみで、ほとんど研究されていないモデルである。GIS は、べき集合上のファジィ集合となり、その計算は繁雑になるので、その上下近似で扱うことにした。上下近似は、全体集合上のファジィ集合対になるので、べき集合上で計算するよりずっと容易に扱える。GIS ベクト

ルの関数値の上下近似が、関数の引数となる各 GIS の上下近似を用いて正確にかつ容易に計算できるかを議論した。一般には、上近似は常に正確かつ容易に計算できるが、下近似は下界値しか得られないことは簡単に示せる。そこで、下近似も正確かつ容易に計算できる十分条件を示した。その十分条件は、関数が連続で単調なこと、GIS がある閉区間の拡張としての性質をもつことである。同様に、GIS 間の包含関係や大小関係についても同様に議論したが、この場合は、単に上界値となることしか得られなかった。これらの成果を GIS で表された係数をもつ線形計画問題に応用し、帰着問題が線形性を大きく損なうことなく容易に解けることを示すとともに、GIS により集団内の各個人がもつ効用集合など多価変数も取り扱えることを明らかにした。

(2)の前半に関しては、ファジィ係数をもつポートフォリオ選択問題は、従来よく研究されてきた定式化法を適用すると、集中投資解が得られることが多く好ましくないため、研究代表者が 1990 年代から提案している、ロバストな最適化となる最大リグレット最小化を適用すれば、分散投資解が得られることを以前に示していたが、ここでは、今まで取り扱わなかったファジィ係数間に相互関係がある場合のポートフォリオ選択問題について考察した。相互関係があるファジィベクトルとして、シナリオ分解ファジィ数や斜交ファジィベクトル、ファジィ凸多面体の三つを取り上げた。これらの場合にもファジィポートフォリオ選択問題は線形計画問題に帰着できることを示した。また、相互関係を考慮することにより、従来と全く異なった解が得られることを示し、相互関係の考慮の重要性を示した。

下位レベルの目的関数の係数が不明確で凸多面体で与えられる 2 レベル線形計画問題に対しては、ロバスト最適化で用いられる max-min 基準を用いて定式化する。この問題の最適解が端点にあることは以前に証明している。ここでは、可能的最適基底解列挙法に基づいた解法を再度整理するとともに、この解法の高速度化を図る。すなわち、可能的最適基底解列挙の際、可能的最適と判定された基底解から隣接する基底解の可能的最適性を隣接基底解に移動することなく判定する方法を確立した。現状では局所最適性テストに導入したのみであるが、数値実験により十分高速化されることを確認した。

また、区間目的関数をもつ多目的線形計画問題に対して、係数が変動しても有効性を損なわない必然的有効解(ロバストな有効解)について考察した。従来、図的考察から、区間目的関数の勾配ベクトル(区間)がまったく異なった方向を向いている場合には、ある範囲の勾配ベクトルをもつ単一線形計画問題の可能的有効解になることが想像できたが、一般の場合は、どのような分類になるか

の考察は十分ではなかった。そこで、考えられる場合を考察し、必然的有効解が、一目的関数の可能的最適解に対応するものと、必然的最適解に対応するものの2種類に完全に分類できることを証明した。

(2)の後半に関しては、部分的な選好情報から多基準意思決定問題におけるロバストな選好関係と可能的な選好関係を求めるロバスト順序回帰が提案されている。加法独立な効用関数を仮定したロバスト順序回帰である GRIP 法では、代替案対の選好関係を求めるには、ペア毎に線形計画問題を解く必要があり、解の絞り込みに有用なロバストな選好関係を求めるには、すべての代替案ペアについて線形計画問題を解く必要があり、代替案が多い場合には繁雑な計算が必要であった。そこで、本研究では、部分的な選好情報から加法独立な区間効用関数を求め、これによりロバストな選好関係を求める方法を考察した。各評価基準をいくつかに分け、各区分点での区間効用を定めるモデルと、各区分点間の効用の増加分を区間で定めるモデルの二つを考え、部分的な選好情報から加法独立な区間効用関数を求める問題を定式化し、これが0-1混合線形計画問題に帰着できることを示した。提案モデルでは、線形計画問題に帰着されないが、0-1混合線形計画問題を1度解くだけでよいので、計算の繁雑性が緩和される。

また、より明確なロバスト選好関係を得るには、選好情報の内容が濃いほど良いこととなるので、GRIP法に選好比率情報を導入することを考察した。この場合にも線形性を損なうことなく同様に線形計画問題を用いてロバストな選好関係が求められることを示すと同時に、比率情報の追加により、より明確なロバスト選好関係が得られることを示した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

Masahiro Inuiguchi, Robust optimization by fuzzy linear programming, Management Safety of Heterogeneous Systems, 査読有, LNEMS 668, 2012, 219-239

Masahiro Inuiguchi, Calculations of graded ill-known sets, Kybernetika, 査読有, Vol.50, No.2, 2014, 216-233

[学会発表](計14件)

Masahiro Inuiguchi, Possibilistic LP using general necessity measures, The 8<sup>th</sup> International Conference on Modeling Decision for Artificial, 2011年7月29日, Changsha, Hunan, China  
Masahiro Inuiguchi, Fuzzy LP with

general necessity measures, The 14<sup>th</sup> Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making, 2011年9月19日, Hejnice, Czech Republic

Masahiro Inuiguchi, Tatsuya Higuchi, Masayo Tsurumi, Linear necessity measures and possibilistic LP, The 6<sup>th</sup> International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology, 2011年10月11日, Banff, Canada

Masahiro Inuiguchi, Ill-known set approach to disjunctive variables: Calculations of Graded ill-known intervals, The 14<sup>th</sup> International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, 2012年7月12日, Catania, Italy

Masahiro Inuiguchi, Inclusion degrees of graded ill-known sets, The 7<sup>th</sup> International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology, 2012年8月18日, Chengdu, China

Masahiro Inuiguchi, Function values of graded ill-known sets, The 9<sup>th</sup> Workshop on Uncertainty Processing, 2012年9月14日, Marienske Lazne, Czech Republic

Masahiro Inuiguchi, Fuzzy programming approaches to robust optimization, 2012年11月21日, The 9<sup>th</sup> International Conference on Modeling Decisions for Artificial Intelligence (Plenary Talk), 2012年11月21日, Girona, Catalonia, Spain

Shizuya Kawamura, Masahiro Inuiguchi, Linear programming with graded ill-known sets, The 9<sup>th</sup> International Conference on Modeling Decisions for Artificial Intelligence, 2012年11月21日, Girona, Catalonia, Spain

Masahiro Inuiguchi, Necessary efficiency is partitioned into possible and necessary optimalities, The 2013 Joint IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting, 2013年6月24日, Edmonton, Canada

Masahiro Inuiguchi, Yosuke Kawase, Puchit Sariddichainunta, Bilevel linear programming with ambiguous objective function of the follower: Formulation and algorithm, The Eighth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2013年8月4日, Hirosaki, Japan

Masahiro Inuiguchi, Akira Okumura, Roman Slowinski, Salvatore Greco, Interval ordinal regression for multi-attribute decision aiding, The Eighth International Conference on

Nonlinear Analysis and Convex Analysis,  
2013年8月4日, Hirosaki, Japan

Masahiro Inuiguchi, Portfolio  
selection with interactive fuzzy  
coefficients, The 16th Czech-Japan  
Seminar on Data Analysis and Decision  
Making under Uncertainty, 2013年09  
月21日, Marianske Lazne, Czech  
Republic

Masahiro Inuiguchi, Representation of  
the decision maker's preference on  
robust constraints in fuzzy linear  
programming, The 10th International  
Conference on Modeling Decisions for  
Artificial Intelligence, 2013年11月  
21日, Barcelona, Spain

乾口雅弘, ロバスト制約に対する意思決  
定者の要望の表現: 選好に応じた必然性  
測度の定め方, 第24回ソフトサイエン  
ス・ワークショップ(招待講演), 2014  
年03月08日, 福岡県久留米市

[図書](計1件)

Pankaj Gupta, Mukesh Kumar Mehlaawat,  
Masahiro Inuiguchi, Suresh Chandra,  
Springer-Verlag, Fuzzy Portfolio  
Optimization: Advances in Hybrid  
Multi-criteria Methodologies, 2014,  
320

6. 研究組織

(1) 研究代表者

乾口 雅弘 (INUIGUCHI, Masahiro)  
大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授  
研究者番号: 60193570