

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 21 日現在

機関番号：32503

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23510181

研究課題名(和文)新しいリスク指標に基づく金融市場リスク管理手法およびその応用に関する研究

研究課題名(英文)Research on financial risk management methods based on new risk measures and their applications

研究代表者

徐 春暉 (XU, Chunhui)

千葉工業大学・社会システム科学部・教授

研究者番号：70279058

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：本研究から3つの方向で成果を挙げた。(1)新しい市場リスク指標に基づく分散投資決定モデルの効果的な解析方法を提案した。特に、VaR最小化モデルを一連の線形計画モデルを解析することによって解析する方法を提案した。(2)市場リスクをVaRで測定し、仕組債の設計問題のモデル化とそのモデルの解析方法を提案した。

(3)ある期間におけるリスクの概念を提唱し、Period Value at Risk(PVaR)という指標を期間リスクの測定指標として提案し、定式化した。期間リスクに基づく金融投資理論を創るため、期間リスクの測定方法や、期間リスク指標を含むポートフォリオ最適化モデルの解析方法の研究を始めた。

研究成果の概要(英文)：We got the following results in this research project (1)We proposed effective solution methods for solving portfolio optimization models with risk measured by VaR. Especially, we showed that VaR minimization model can be solved by solving a series of linear programming models, and proposed an algorithm for solving the model. (2)We formulated the design problem of structured products with market risk measured by VaR, and proposed methods for solving these models.

(3)For measuring financial risk during a period of future time, we proposed and formulated the notion of Period Value at Risk(PVaR). To create a financial investment theory based on PVaR, we started to explore methods for computing PVaR and for solving portfolio optimization models with PVaR included.

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学・社会システム工学・安全システム

キーワード：最適資産運用 金融リスク VaR PVaR 仕組債

1. 研究開始当初の背景

リスク管理は金融分野の中心テーマであり、その基盤となるものがリスク測定である。現在の金融市場リスク管理理論と方法が、1950年代に提案したリスク測定指標に基づいている。

1990年代に入って、金融リスク測定スタンダードの座が VaR(Value at Risk) という新しい指標に譲られた。この新しい指標の下で、リスク管理を行うべきであるが、実際の金融リスク管理の現場では、この新しい指標が補助的用いられ、本質的に VaR に基づくリスク管理が出来ていない状況が続いている。

その原因は、VaR の非平滑非凸といった扱いにくい性質が障害となって、VaR に基づくリスク管理のために、有効な方法がまだ開発されていないと指摘されている。

2. 研究の目的

本研究は、VaR 利用上の障害を取り除き、VaR を直接に取り扱える資産運用及び金融商品開発の方法を提案することを目的とする。具体的に、

1) VaR を含むリスク管理モデルの有効かつ実用的な解析方法を開発する。

2) VaR に基づく資産運用方法と金融商品開発方法を提案する。

3. 研究の方法

資産運用問題や金融商品の設計問題は最適化モデルで定式化されることが多いことから、VaR を含む最適化モデルの解析は研究のスタートである。

有効な解析方法が得られたら、VaR に基づく資産運用モデルや金融商品の設計モデルの解析方法を開発する。本研究は以下の3つの段階に分けて進める。

(1) VaR を含む最適モデルの解析方法を開発する。

(2) VaR に基づく資産運用モデルの解析方法、VaR をリスク指標とする仕組債設計問題のモデル化と解析方法を提案する。

(3) シミュレーションによる提案された方法の有効性検証と改善を行う。

4. 研究成果

(1) VaR 最小化モデルの解析について、効果的効率的な方法を得られた。

VaR 最小化モデルの解析を一連の線形計画モデルを解析することによって解析できることを証明し、そのアルゴリズムを提案した。

このアルゴリズムから得られる解は局所最適性があることは1つの特徴である。VaR

の最適化モデルを解析する方法の殆どはヒューリスティックな方法であり、解の最適性について何の保証もないことから、本提案方法は他の方法より優れている。もう一つの特徴はその速さである。ある 30 銘柄のポートフォリオ最適化モデルを等価の混合計画モデルに変換し、商用ソフトを用いて解析より、本提案方法は約 10 倍速早く大局最適解に導けることを確認した。その結果を国際会議で発表し、専門雑誌に投稿している。

モデルとその解析方法の概要： 投資対象の将来収益率はシナリオシミュレーションで生成できるとし、それぞれのシナリオにおいて、ポートフォリオの損失率を計算できる。投資対象収益率のシナリオの数を N_s とし、それぞれのシナリオにおいて、ポートフォリオ x の損失率を $L_j(x)$ とし、投資のリターン下限を r_d とし、信頼レベルの VaR を最小化するように、最適な投資配分率を求める問題を下記最適化モデルで定式化する：

$$\begin{aligned} \text{Min}_{x \in R^n} \quad & \{L_j(x)\}_{1 \leq j \leq N_s}^{\lceil \beta N_s \rceil} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n x_i r_i \geq r_d, \\ & \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1 \sim n. \end{aligned} \quad (1)$$

但し、 $\{L_j(x)\}_{1 \leq j \leq N_s}^{\lceil \beta N_s \rceil}$ は N_s 個の関数の中に

$\lceil \beta N_s \rceil$ 番目小さい関数を指す。 r_i は i 番目

投資対象の収益率の期待値である。

上記モデルの解析を一連の LP モデルの解析することによって解析できることを証明し、その解析アルゴリズムを提案した。

提案したアルゴリズムの効率性を検証するために、上記モデルを下記等価混合計画モデルに直して解析する方法と比較した。

$$\begin{aligned} \text{Min}_{x,y,z} \quad & z \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n x_i r_i \geq r_d, x_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & l_j = -\sum_{i=1}^n x_i r_{ij}, j = 1 \sim N_s \\ & \sum_{j=1}^{N_s} y_j \leq N_s - \lceil \beta N_s \rceil \\ & z + M y_j - l_j \geq 0, j = 1 \sim N_s \\ & y_j \in \{0,1\}, j = 1 \sim N_s \end{aligned} \quad (2)$$

但し、 M は十分大きい実数である。

投資対象をダウ工業株指数の 30 銘柄に限定し、各銘柄の収益率のシナリオ数を 1000

とし、95%の VaR を最小化するポートフォリオを求める計算実験を行った。

異なる 10 個の r_d に対して、モデル解析を行った。混合計画モデルは商用ソフト ILOG を用いて解析し、得られた解を x' とし、これが最適化だと思われる。提案した方法で得られた解を x^* とし、それぞれの解のリスクとリターンを下記表 1 で纏めている。

表 1 からわかるように、二つの方法で得られた解のリスクとリターンはほぼ同じで、提案したアルゴリズムも最適解を導いたことが言える。ところが、混合計画モデルを解析する時間の平均は提案したアルゴリズムにより解析時間の平均の約 10 倍だった。

r_d	$VaR_{95\%}(x')$ (%)	$VaR_{95\%}(x^*)$ (%)	$r(x')$	$r(x^*)$
0.0246	5.0355	5.0355	0.1627	0.1627
0.1627	5.0355	5.0355	0.1627	0.1627
0.1677	5.0475	5.0475	0.1774	0.1774
0.1727	5.0475	5.0475	0.1774	0.1774
0.1777	5.0486	5.0486	0.1777	0.1777
0.1827	5.0975	5.0975	0.1837	0.1837
0.1877	5.1487	5.1453	0.1877	0.1877
0.1927	5.2124	5.2124	0.1927	0.1927
0.1977	5.4612	5.4392	0.1977	0.1983
0.2027	5.7199	5.7199	0.2028	0.2027

Table 1: Return and risk of portfolios founded by two methods

(2) VaR を市場リスク指標とする仕組債の設計問題のモデル化を行い、そのモデルの解析方法を提案した。

仕組債として、株価指数連動型と金利連動型を選定し、期末の市場リスクを VaR で測定することを前提に、仕組債のパラメータを決める問題を最適化モデルで定式化した。

これらのモデルは複雑な最適化モデルになり、従来の最適方法では解析できないため、本研究代表者が以前提案している複雑な最適化モデルのソフト解析アプローチに基づき、モデルの解析方法を提案した。

研究成果は雑誌論文 と の中で掲載されている。

(3) 期間リスクの概念を提起し、期間リスクの測定指標を提案した。

今まで利用されている市場リスク指標、例えば分散、VaR などは将来のある時点におけるリスクを反映しているだけで、その時点までのリスクを反映していないことを初めて問題として指摘した。

ある期間におけるリスクが重要視される場合もよくあることから、期間リスクという概念を提唱した。

その期間リスクを反映する指標として、従来の VaR の定義を拡張し、Period Value at Risk(PVaR)を定義し、投資意思決定の際に、この指標の利用を提唱している。

期間リスクの定義： ある期間 $[0, T]$ において、ある投資のリスクファクターの値動き

を確率過程 $(\omega(t))$ で表現し、時刻値における投資の損失率を $L(\omega(t))$ とする。この期間の損失率の最大値を L_T とすると、 L_T が 1 つの確率変数となる。

$$L_T = \max\{L(\omega(t)) : t \in [0, T]\}$$

この期間 $[0, T]$ において、投資から確率で発生しうる最大損失率は以下の式で表現できる：

$$d^{min} = \inf\{d \in R \mid P(L_T > d) \leq \alpha\}$$

以上の数値を信頼レベル $1 - \alpha$ の PVaR と定義し、

$$PVaR_{1-\alpha} = \inf\{d \in R \mid P(L_T > d) \leq \alpha\}$$

以上のように定義した PVaR をある期間 $[0, T]$ における市場リスク指標することを対案した。

(4) 期間リスクの計算方法と期間リスクに基づくポートフォリオ選択問題の研究を始めた。

期間リスクを計算するために、この期間のリスクファクターの値動きを確率過程で表現し、PVaR の計算方法を 2 つ提案した。特別なケースにおいて(リスクファクターが 1 つだけ、その値動きが幾何ブラウン運動で定式化できることを前提とする) PVaR の解析的な計算方法を得た。

リスクファクターの値動きを幾何ブラウン運動と仮定し、即ち、確率過程 $(\omega(t))$ を以下のような式で定義出来ると仮定する：

$$d\omega(t) = \mu\omega(t)dt + \sigma\omega(t)dB(t)$$

但し、 $B(t)$ は標準ブラウン運動である。

この仮定の下で、このリスクファクターに投資した期間リスク $PVaR_{1-\alpha}$ は以下 x を変数とする方程式から得られることを証明した。

$$\Phi\left(\frac{x + (\mu - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - \exp\left(\frac{-2x(\mu - \sigma^2/2)}{\sigma^2}\right)$$

$$\Phi\left(\frac{-x + (\mu - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) = 1 - \alpha$$

但し、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の累積確率分布関数である。

一般的なケースにおいて(リスクファクターが複数個あり、その値動きはコンピュータシミュレーションで生成できる) PVaR の推測方法を提案した。

期間リスクをポートフォリオ選択問題に取り入れ、その最適化モデルは複雑になり、その解析方法の研究を進めている。

この方向の研究成果は一部すでに専門雑誌や学会で紹介している。今後はこの方向で研究を進めていく予定である。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計5件)

Y.Huo, C.Xu, K.Osaka, M.Huang, Period Value at Risk and its Estimation by Simulation. *Information*, Vol.17, No.6(B), June 2014.(審査有)

X. Huang, J.Xu, S.Wang, C. Xu, Minimization of the k-th Maximum and its application on LMS regression and VaR optimization, *Journal of The Operational Research Society*, Vol. 63, No.11, pp. 1479-1491, 2012. (審査有)

P.R.C.Aguilar, C.Xu, Design of Equility-linked Structured Products with VaR as Risk Measure. *ICIC Express Letters*, Vol.5, No.5, pp. 1747-1752, 2011. (審査有)

W.Zhao, C.Xu, An Optimization Method for Determining LIBOR-linked Notes Based on the Issuer's Interest. *ICIC Express Letters*, Vol.5, No.5, pp. 1753-1756, 2011. (審査有)

P.R.C.Aguilar, C.Xu, Design of Life Insurance Participating Policies with Variable Guarantees and Annual Premium. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Vol.7, No.8, pp. 4741-4753, 2011. (審査有)

〔学会発表〕(計7件)

C.Xu, Y.Huo, Financial Investment Problems with uncertain Investment Deadline and their Resolution Methods, *Proceedings of the Asian Conference of Management Science and Applications*, pp.321, Kunming, China, December 22, 2013.

徐春暉, 金融投資意思決定モデルの再考, 経営情報学会 秋季全国大会予稿集, pp. 89-91, 神戸, 10月26日, 2013.

C.Xu, Market risk management based on Value at Risk, Invited talk at the *Asian Workshop on Real Investment Strategy and Risk Analysis*, Waseda University, November 4, 2012.

C.Xu, Y.Huo, A.Inoue, Measuring Financial Market Risk in a Time Span by Simulation, *Proceedings of the Asia Pacific Industrial Engineering & Management Systems Conference*, pp.1460-1464, Phuket, Thailand, December 4, 2012. (審査有)

C. Xu, Y.Huo, K.Osaka, Period Value at Risk and Its Estimation by Simulation, *Proceedings of the Asian Conference of Management Science and Applications*, pp.48-50, Sichuan, China, September 7, 2012. (審査有)

Y.Huo, C.Xu, A. Inoue, A Survey of Methods for Solving VaR-based Portfolio Selection Models, *Proceedings of the Asian Conference of Management Science and Applications*, pp.202-208, Sanya, China, December 22, 2011. (審査有)

C.Xu, X.Huang, Y. Huo, S.Wang, Solving VaR minimization models with linear programming techniques, *Presentation at International Conference on Operations Research (1st paper in Session TA-17, "VaR, risk measures and portfolio insurance")*. Zurich, Switzerland, September 1, 2011.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

徐 春暉 (XU, Chunhui)
千葉工業大学・社会システム科学研究科・
教授
研究者番号：70279058

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

安藤 雅和 (ANDO, Masakazu)
千葉工業大学・社会システム科学研究科・
准教授
研究者番号：00462169

(4) 研究協力者

王書寧 (WANG, Shuning)
(中国) 清華大学・教授
黄敏 (HUANG, Min)
(中国) 東北大学・教授