科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２６ 年　 ６ 月　 ９ 日現在

機関番号：３２６６５
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2011～2013
課題番号：２３５３０２２９

研究課題名（和文）複数集団確率進化モデルの理論と応用

研究課題名（英文）Stochastic stability in games with multiple populations: Theory and application

研究代表者
丸田　利昌（MARUTA, Toshimasa）

日本大学・総合科学研究科・教授

研究者番号：６０２９５７３０

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　2,100,000円、（間接経費）　　630,000円

研究成果の概要（和文）：確率進化・確率安定分析における複数集団モデルは，非対称利得ゲームおよび多人数ゲームの取り扱いにおいて単一集団モデルより優れたものであるが，従来の分析は後者によるものが多数を占めている．本研究は，複数集団確率進化モデルの深化をはかり，もって多人数非対称利得ゲームにおける均衡選択問題に取り組む．成果として，社会的ジレンマ状況における協力集団の形成に付随する均衡選択問題に対して，以下のような解決を与えた．集団形成問題の利得構造は，対応するタカハト・ゲームによってその本質を抽出することができる．確率安定な協力集団は，これらタカハト・ゲームのナッシュ積の比較により完全に決定することができる．

研究成果の概要（英文）：In stochastic stability/evolution analysis, while single-population models have been developed well, they are not very good at dealing with many-person and/or asymmetric games. In contrast, multiple-population models can easily accommodate those games. Our research project aims to develop stochastic stability analysis based on multiple-population models.
In particular, we consider the formation and long-run stability of cooperative groups in a social dilemma situation where the pursuit of individual interests conflicts with the maximization of social welfare. The adaptive play model is applied to a game of group formation where voluntary participants negotiate for an institution to enforce them to cooperate. For a class of group formation games with two types, the stochastically stable equilibrium can be characterized in terms of the Nash products of the associated hawk-dove games, which summarize the strategic interaction among the individuals in the game.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：ゲーム理論　協調ゲーム　均衡選択　確率進化　タカハト・ゲーム　社会的ジレンマ

1. 研究開始当初の背景

ゲーム理論が経済学および関連する諸科学における分析枠組みとして定着して久しいが，その基礎には未だ解決されざる諸問題がある．そのひとつに均衡選択問題がある．一般に，ゲームには性質を異にする複数の（ナッシュ）均衡が存在する．これら均衡は（パレート）効率性や安定性において異なる性質を持つ．特に，完全競争下の市場均衡とは対照的に，均衡は効率的であるとは限らない．したがって，特に応用研究や厚生分析において確定した結論を得るために，複数ある均衡のうちどれが最も実現しやすいのかという問いが重要となる．この問いに答える試みを均衡選択理論という．本研究は，これらのなかでも「確率進化」([1], [2]) とよばれる接近法に特に着目する．確率進化モデルは，いわゆる「限定合理的」なプレイヤーによる動学的な戦略調整過程を通じてひとつの均衡が「確率安定」なものとして浮かび上がる様子を，マルコフ連鎖の定常分布を用いて解明するものである．研究代表者は従来から確率進化の研究に取り組んでおり，[3]–[5] はその主要な成果である．

さて従来の確率進化分析の多くは [1] の流れを汲むものであり，単一（母）集団モデルを用い，2 人ゲームに考察を限定している．単一集団モデルにおいては,「同一の利得関数」を持つプレイヤーが「同一の戦略分布」に直面すると想定されるが，これは非常に強い制約条件である．例えば，売手・買手，政府・民間，日本・米国，上司・部下，男性・女性などによってプレイされるゲームのように，それぞれのプレイヤーが異なる利得関数を持つと考えることが自然なゲームが考察の対象から除かれてしまう．

また単一集団モデルは，母集団全域にわたる多数のランダム 2 人マッチングのそれぞれにおいてゲームがプレイされ，その集計量が動学を定めるという構造を持つ．よって，人々によって実際にプレイされるゲームは 2 人ゲームである．単一集団モデルにおいても「ランダム n 人マッチング」を考えることにより $n \geq 3$ 人ゲームの確率進化モデルを組むことができないわけではない．ところが，本研究の代表者・連携者による先行研究 [5] は，単一集団 n 人確率進化モデルにおける均衡選択は，基礎にある n 人ゲームの最適反応構造を適切に反映しない病理的結果が生じうることを示した．

これに対し，複数集団モデルは，非対称利得ゲームの自然な定式化を与えるものであると同時に，多人数ゲームの考察においても基礎にある最適反応構造を正しく反映するものである（[5]）．しかしながら，この流れの研究は十分に深められているとは言い難い．例えば，先行研究 [2] は複数集団モデルの確率進化分析であるが，明示的な均衡選択結果は 2 人 2 戦略ゲームに対してしか与えられおらず，その後の進展も少ない．複数集団確率進化モデルの一層の深化・展開が望まれる．

[1] Kandori, M., G. Mailath, and R. Rob, “Learning, mutation and long-run equilibria in games,” *Econometrica*, 61: 29-56, 1993.

[2] Young, P.H., “The evolution of conventions,” *Econometrica*, 61: 57-84, 1993.

[3] Maruta, T., “On the relationship between risk-dominance and stochastic stability,” *Games and Economic Behavior*, 19: 221-234, 1997.

[4] Maruta, T., “Binary games with state dependent stochastic choice,” *Journal of Economic Theory*, 103: 351-376, 2002.

[5] Maruta, T. and A. Okada, “Stochastically stable equilibria in n-person binary coordination games,” *Mathematical Social Sciences*, 63: 31–42, 2012.

2. 研究の目的

前節で述べたように，それぞれのプレイヤーが異なる利得関数を持つ非対称利得ゲームは，単一集団モデルによっては自然な定式化ができず，また $n \geq 3$ 人ゲームの最適反応構造を適切に反映するとも限らない．多人数非対称利得ゲームにおける均衡選択問題に取り組むため，本研究は複数集団確率進化モデルの深化・展開を試みる．この研究は，多様な現実のよりよい理解を与えるとともに，「2 人/n 人」および「対称利得/非対称利得」という異なる戦略的環境のあいだの本質的な違いの解明に資するものとなることが期待される．

3. 研究の方法

確率進化分析の中心にある問題は，抵抗値の計算である．抵抗値とは，プレイヤーたちによる戦略調整過程がある戦略分布から他の戦略分布へ

と遷移しうるとき，その遷移が実現する度合いを数量化したものである．[5] において，複数集団モデルにおける抵抗値の計算は，考察するゲームの最適反応構造によって定まるある特定の形の線型計画問題の最適解として与えられることが明らかとなった．本研究はこの分析方針に従い，社会的ジレンマ問題の確率進化分析に取り組んだ．

4. 研究成果

ある社会（共同体）において，私的財を人々が任意に供出し，その総量に応じて公共財が供給されるとしよう．ゲーム理論的分析によれば，他者による貢献によって供給されるであろう公共財にあわよくば「ただ乗り」しようという目論見のもと，各個人自らは私的財を供出しないという行動をとることが予測される．その結果，実現する公共財の総量は社会的に望ましい水準を下回る．環境保護活動や共有資源の共同利用など，類似の戦略的環境は多い．これらを総称して社会的ジレンマという．自発的に私的財を供出する・環境保護活動を行う・共有資源の自制的利用を行う等々という行動を「協力行動」，そうしない行動を「非協力行動」と呼べば，人々が非協力行動をとる結果，望ましい「協力状態」が達成されず,「非協力状態」が実現してしまうのが，社会的ジレンマの特徴である．

社会的ジレンマのひとつの解決策として，コミットメントの導入がある．他に誰一人協力する者がいないのであれば自らも協力はしないという人でも，他に一定人数以上の協力者がいるという前提のもとであれば，自らも協力行動をとることにより非協力状態の利得水準を上回る利得を確保することができるであろう．この点に着目し，社会的ジレンマ状況に，次のような事前の集合的決定の機会を付加する：(1) 行動選択に先立ち，各個人は協力集団の一員となる意思を表明するかどうかを決める．(2) 協力集団の一員となる意思を表明したものが一堂に会し，その全員で協力集団を結成するかどうかを決定する．(3) 協力集団が結成された場合，その集団にはある仕組みが備わっており（コミットメント・メカニズム），その成員が非協力行動をとったとしても，協力行動から結果する以上の利得が得られることはない．それゆえ，すべての成員は協力行動をとる．(4) 協力集団が結成されなかった場合，その一員となる意思を表明した者も，そもそもその意思を表明しなかった者も，他者の協力行動を予期することはできず，それゆえ非協力行動をとる．このように変換された社会的ジレンマ状況を集団形成ゲームとよぶ．これは，所与のジレンマ状況にある人々に，協力行動にコミットする可能性が与えられた場合の戦略的環境をモデル化したものである．

集団形成ゲームにおいて協力集団が形成されるかどうかを決めるのは，協力閾値である．他の協力者が $k-2$ 人しかいなければ非協力行動をとったほうがよいが，少なくとも $k-1$ 人の協力者がいれば，自らも協力行動をとることにより少なくとも非協力状態の利得水準を上回る利得を確保することができるとき，その個人の協力閾値は k であるという．この協力閾値は，個人間で異なると考えるのが自然である．それが小さい人はそれが大きい人よりより強い「協力マインド」を持つ，ということである．すなわち，集団形成ゲームは多人数非対称利得ゲームである．本研究の成果論文 “The formation and long-run stability of cooperative groups in a social dilemma situation” は，集団形成ゲームに対する確率進化分析である．以下，G を集団形成ゲームとし，論文の概要を報告する．

論文の前半では，G の静学的分析を行なう．すなわち，狭義ナッシュ均衡の存在と，その特徴づけを与える．ここで狭義ナッシュ均衡とは，そこから離反する行動をとると利得が厳密に減少するナッシュ均衡である．以下，狭義ナッシュ均衡を単に均衡をとよぶ．G においては，社会を構成する n 人の個人のうち，協力閾値が $k \leq n$ の人々がちょうど k 人集まって協力集団を形成し，その他 $n-k$ 人が非協力行動をとる状態は，均衡となる．この結果より，もし人々の協力閾値が多様であれば，G は複数の均衡を持つ．こうして，多人数非対称利得ゲームおける均衡選択問題が立ち現れる．この問題に対し，複数集団確率進化モデルによって接近する．

論文の中盤では，G の確率安定均衡は離反抵抗値が最大である均衡であることが示される．ここで離反抵抗値とは，上述の抵抗値の特殊な場合であって，G の各均衡が固有に持つ値である．直観的には，離反抵抗値がより大きければ，均衡はより安定であるという結果である．

離反抵抗値を求めるには，[5] で導入された線

型計画問題が有用である．しかしながら，一般の G においてその最適値を明示的に解くことは困難である．そこで論文の後半では，2 タイプモデルに考察を集中する．2 タイプモデルとは，各個人の協力閾値が m または M のいずれかであるような集団形成ゲームである．ただし，$2 \leq m < M < n$ である．このモデルでは,「協力傾向の高い人」（m タイプ）と「協力傾向の低い人」（M タイプ）とに社会の構成員がちょうど 2 分されている．先ほどの均衡の特徴づけから，2 タイプモデルの G においては，m 人からなる協力集団を持つ均衡と，M 人からなる協力集団を持つ均衡が存在する．よって，どちらの協力集団規模が確率安定であるかを明らかにすることが求められる．各タイプの利得と，各タイプの人数についての穏当な仮定（そのひとつとして，m タイプの総人数は m より多いと仮定）のもとで，2 タイプモデルにおける離反抵抗値が明示的に導かれ，どちらの集団規模が確率安定となるかの必要十分条件が明らかとなった．これが本論文の主要結果である．

その結果の直観的理解のためには,「タカハト・ゲーム」が有用である．タカハト・ゲームとは，$\tau = r, c$ について，$d^\tau > h^\tau$，$\alpha^\tau > 0$，かつ $\beta^\tau > 0$ としたとき，図 1 の利得構造を持つゲームであり，

	$Dove$	$Hawk$
$Dove$	d^r, d^c	$\beta^r + h^r, \alpha^c + d^c$
$Hawk$	$\alpha^r + d^r, \beta^c + h^c$	h^r, h^c

図 1

$(Hawk, Dove)$（左下）および $(Dove, Hawk)$（右上）はともに均衡となる．図 2 のゲームはその具体例である：

	$Dove$	$Hawk$
$Dove$	$6, 4$	$3, 7$
$Hawk$	$9, 1$	$0, 0$

図 2

図 2 は，非対称交渉ゲームとして理解できる．総量 10 のパイを 2 人で分けるため，行プレイヤーと列プレイヤーが交渉に臨んでいる．戦略 $Dove$ は融和的な交渉態度（5 割程度の取り分を主張する），戦略 $Hawk$ は強硬な交渉態度（7 割を超える取り分を主張する）を意味する．ところが，同じ $Hawk$ でも，行プレイヤーのそれは列プレイヤーのそれよりもより強硬であり，$Dove$ も同様である．

さて，2 つの均衡 $(Hawk, Dove)$（左下）および $(Dove, Hawk)$（右上）のどちらが確率安定であるのか．先行研究 [2] により，最大のナッシュ積をもつ均衡が確率安定となることが判明している．図 2 においては，$(Hawk, Dove)$ のナッシュ積 Π_{HD} と $(Dove, Hawk)$ のナッシュ積 Π_{DH} はそれぞれ

$$
\begin{aligned}
\Pi_{HD} &= \tfrac{(9-6)}{(9-6)+(3-0)} \times \tfrac{(1-0)}{(7-4)+(1-0)} = 1/8, \\
\Pi_{DH} &= \tfrac{(3-0)}{(9-6)+(3-0)} \times \tfrac{(7-4)}{(7-4)+(1-0)} = 3/8
\end{aligned}
$$

となり，$(Dove, Hawk)$ が確率安定となる．一般（図 1）のナッシュ積は，

$$
\begin{aligned}
\Pi_{HD} &= \frac{\alpha^r}{\alpha^r + \beta^r} \times \frac{\beta^c}{\alpha^c + \beta^c}, \\
\Pi_{DH} &= \frac{\beta^r}{\alpha^r + \beta^r} \times \frac{\alpha^c}{\alpha^c + \beta^c}
\end{aligned}
$$

となる．直観的には，ナッシュ積のより大きい均衡は，確率進化モデルの動学においてより大きい最適反応領域を持つと理解すればよい．

さて，2 人 2 戦略のタカハト・ゲームは，n 人 2 戦略の集団形成ゲーム G の均衡選択にどのように関わるのであろうか．2 タイプモデルの G においては，m 人からなる協力集団を持つ均衡と M 人からなる協力集団を持つ均衡が存在するが，前者を m 均衡，後者を M 均衡とよぼう．まず m 均衡について，それが成立するか否かの「瀬戸際」の局面を考える．すなわち，すでに $m-1$ 人の m タイプが協力行動にコミットしている状況である．均衡が成立するためには，あと 1 人の m タイプによるコミットメントが必要であるが，その最後の 1 人となりうる m タイプは少なくとも 2 人存在する．そのような 2 人を考え，彼らのあいだの戦略的相互依存関係を考えると，それは次のような 2 人 2 戦略ゲーム G_m となる．

	C	D
C	C^m_m, C^m_m	C^m_{m-1}, D^m_m
D	D^m_m, C^m_{m-1}	D^m_0, D^m_0

G_m

ここで C^m_m は，m タイプが総人数 $m+1$ の協力集団に属しているときの利得，C^m_{m-1} は m タイプが総人数 m の協力集団に属しているときの利得，D^m_m は m タイプが総人数 m の協力集団にただ乗りしているときの利得，D^m_0 は均衡協力集団が形成されな

かった場合の m タイプの利得である．社会的ジレンマ状況の性質と協力閾値の定義から，

$$D^m_m > C^m_m \geq C^m_{m-1} > D^m_0$$

である．したがって，G_m はタカハト・ゲームである．G_m の二つの均衡は同じ値のナッシュ積を持つが，これをこのゲームのナッシュ積とし，Π_m と表す．

M 均衡においても，同様な「瀬戸際」の局面を考える．すなわち，すでに $M-1$ 人の個人が協力行動にコミットしているとし，均衡が成立するための最後の 1 人になりうる 2 人を考える．m 均衡とは異なり，この 2 人は一方がタイプ M で他方がタイプ m，両者ともタイプ M，両者ともタイプ m の場合があるが，第 1 の場合の戦略的相互依存関係を考えると，それは次のゲーム G_M となる．

	C	D
C	C^m_M, C^M_M	C^m_{M-1}, D^M_M
D	D^m_M, C^M_{M-1}	D^m_0, D^M_0

G_M

ここで，いずれのタイプ $\tau = m, M$ についても，C^τ_M は，総人数 $M+1$ の協力集団に属しているときの利得，C^τ_{M-1} は，総人数 M の協力集団に属しているときの利得，D^τ_M は，総人数 M の協力集団にただ乗りしているときの利得，D^τ_0 は均衡協力集団が形成されなかった場合の利得である．ふたたび社会的ジレンマ状況の性質と協力閾値の定義から，

$$D^\tau_M > C^\tau_M \geq C^\tau_{M-1} > D^\tau_0$$

となる．すなわち，G_M もタカハト・ゲームである．(D, C) 均衡のナッシュ積を Π_{DC}，(C, D) 均衡のナッシュ積を Π_{CD} とすると，これらナッシュ積そのものは M 均衡の安定性を正確には反映しない．これは，瀬戸際の局面に直面する 2 人が，同タイプの 2 人である可能性もありうるからである．この事情を加味し，ゲーム G_M のナッシュ積 Π_M を，Π_{DC} と Π_{CD} の関数として構成する．結果として，ゲーム G_M のナッシュ積 Π_M とゲーム G_m のナッシュ積 Π_m の比較によって，2 タイプモデルの確率安定均衡が完全に決定できることが示された．すなわち，$\Pi_M > \Pi_m$ ならば M 均衡が，$\Pi_m > \Pi_M$ ならば m 均衡が確率安定となる．

この結果は，2 人ゲームで得られた既存の結果が n 人集団形成ゲームにも自然な形で拡張できることを示す一方，従来から直観的な議論の対象であった社会的ジレンマにおけるタカハト・ゲームの重要性を精緻に論証するものとして意義を持つ．

5. 主な発表論文等

[雑誌論文]　（計 1 件）

(1) Maruta, Toshimasa and Akira Okada (2014). “The formation and long-run stability of cooperative groups in a social dilemma situation,” *International Journal of Economic Theory*, *forthcoming* (A final minor revision is requested by the editor).

[学会発表]　（計 3 件）（すべて研究代表者による口頭発表．(a) と (b) は上掲論文 (1) の旧版）

(a) Maruta, Toshimasa, “Equilibrium cooperative groups in collective action: Characterization and selection,” UECE Lisbon Meetings: Game Theory and Applications (ISEG/Technical University of Lisbon, Portugal), 2012 年 10 月.

(b) Maruta, Toshimasa, “Group formation and heterogeneity in collective action games,” 12th SAET Conference (University of Queensland, Australia), 2012 年 7 月.

(c) Maruta, Toshimasa, “Stochastically stable equilibria in n-person binary coordination games,” European Meeting of the Econometric Society (Oslo, Norway), 2011 年 8 月.

6. 研究組織

(1) 研究代表者
丸田　利昌 (MARUTA Toshimasa)
日本大学・大学院総合科学研究科・教授
研究者番号: 60295730

(2) 研究分担者
なし

(3) 連携研究者
岡田　章 (OKADA Akira)
一橋大学・大学院経済学研究科・教授
研究者番号: 90152298