

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 9 日現在

機関番号：32675

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23530230

研究課題名(和文)曖昧な提携と協力ゲームの交渉解：市場による解法の限界を越えて

研究課題名(英文)Fuzzy Coalitions and Solutions of Cooperative Games: Beyond the Market Solutions

研究代表者

佐柄 信純 (SAGARA, Nobusumi)

法政大学・経済学部・教授

研究者番号：90286005

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円、(間接経費) 1,170,000円

研究成果の概要(和文)：伝統的な市場ゲームでは、プレイヤーは初期保有量のすべてを参加する提携に拠出することを同意した上で実現した提携利得がプレイヤーに配分されるが、ファジィ提携ではプレイヤーは必ずしも初期保有量のすべてを提供する必要はなく、その一部を自由に提供することで提携へのコミットメントの度合いを決定することができる。同質的分割可能財が存在する交換経済においては、ファジィ・コア配分が競争均衡配分に一致することが先行研究で示されている。ファジィ提携を考慮しない場合、市場メカニズムで実現できないコア配分が一般的に存在するが、交渉解の一つであるファジィ・コア配分は市場メカニズムによって実現することができることを示した。

研究成果の概要(英文)：In traditional market games, coalitional payoffs are allocated to each player contingent upon the agreement that players contribute every initial endowment to the coalitions they are participating. On the contrary, in fuzzy market games, players do not necessarily have to contribute every initial endowment to the coalitions and they are free to decide their degree of commitment by contributing partially their initial endowment to the coalitions. It is well known in the literature that in economies with homogeneous divisible commodities fuzzy core allocations coincide with competitive equilibrium allocations. Without fuzzy coalitions, in general there is a core allocation that cannot be realized through the market mechanism. Nevertheless, in this research, I demonstrated that fuzzy core allocations can be attained by the market mechanism.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・理論経済学

キーワード：ファジィ提携 ファジィ・コア配分 競争均衡配分 支持価格 交換経済 非同質的分割可能財 精緻ゲーム

1. 研究開始当初の背景

伝統的な協力ゲーム理論では、プレイヤーには提携に参加するか否かの二者択一の選択肢しかなく、協力の程度に関する自由度が存在しない下で提携に参加するプレイヤー全員に同一のコミットメントを要求する状況が考察される。これに対し、提携に参加するプレイヤーに協力の度合いを自由に選択することを認め、各プレイヤーが積極的にコミットするときと消極的にコミットするときで提携の実現利得が異なるような協力ゲームを提唱したのが Aubin である。提携に参加するプレイヤーの曖昧な意思決定をモデル化したゲームは【ファジィ協力ゲーム】と呼ばれ、従来の提携概念を拡張し、協力ゲームの応用範囲を広げただけでなく、実際に観察される集団的意思決定を的確に捉えたことから、現在も精力的に研究されている。

2. 研究の目的

伝統的な市場ゲームでは、プレイヤーは初期保有量のすべてを参加する提携に拠出することを同意した上で実現した提携利得がプレイヤーに配分されるが、【ファジィ提携】では、プレイヤーは必ずしも初期保有量のすべてを提供する必要はなく、その一部を自由に提供することで提携へのコミットメントの度合いを決定することができる。Aubin はファジィ協力ゲームの応用例として、同質的分割可能財が存在する交換経済において【ファジィ・コア配分】を定式化し、それが【ワルラス配分】(競争均衡配分)に一致することを示した。ファジィ提携を考慮しない場合、市場メカニズムでは実現できないコア配分が一般的に存在するが、交渉解の一つであるファジィ・コア配分は市場メカニズムによって実現することができる。この結果を肯定的に解釈すると、ファジィ提携の導入によって、ゲームの任意の交渉解が市場による解法で達成できる可能性が示唆される。一方、ポスト京都議定書の枠組み作りはCO₂濃度という国際公共財の費用負担とフリー・ライダー問題としての側面もあり、市場メカニズムでは上手く解決できない懸念もある。このような認識にもとづき、ファジィ協力ゲームの解概念を再検討することは、「市場では達成できない可能性がある望ましい解をどのようなゲーム・ルールで実現するか」というポスト京都議定書が直面するきわめて現実的な問題に対して、新たな知見を与えることにも繋がる。

3. 研究の方法

(1) 本研究では、まず先行研究をできるだけ一般化し、幅広い応用を含む雛形モデルとして、通常同質的分割可能財と土地やケーキのような非同質的分割可能財が併存する交換経済でファジィ提携を定式化し、

プレイヤーの選好に関する適切な条件の下でファジィ・コア配分が存在することを明らかにする。同時にファジィ・コア配分とワルラス配分との関係を調べ、支持価格による特徴付けを行い、ファジィ・コア配分が市場メカニズムによって実現できることを示す。

(2) μ -代数上で定義される【精緻ゲーム】の定義域を拡張し、不精密確率論の成果を用いて、確率測度による精緻ゲームの表現形式を与える。これにより、非同質的分割可能財の空間上で定義される効用関数の定義域を一般化された財空間に拡張することができ、拡張された交換経済の中で見つけてきた均衡配分を元の交換経済に適切に戻すことで非同質的分割可能財の均衡配分が得られる。

4. 研究成果

(1) 非同質的分割可能財が存在する交換経済でファジィ・コア配分が存在し、それが支持価格を持つことが示された。

(2) 衡平分割問題において、各経済主体の効用関数が μ -代数上の非加法的集合関数であるとき、凸性の仮定を一切置かずパレート最適無羨望分割の存在を証明した。

(3) Choquet 積分に代わるゲームの拡張概念として、精緻汎関数によるゲームの拡張を定式化し、精緻ゲームのコアと精緻拡張との関係の特徴付けた。また、Fatou条件と法則不変性を持つ精緻拡張による精緻ゲームの確率的表現を考察し、匿名ゲームが原子を持たない確率測度の連続変換になるための必要十分条件を与えた。

(4) μ -代数上で定義される新しいゲームのクラスとして、 μ -凸ゲームを提唱し、平均単調ゲームとの関係を分析した。 μ -凸ゲームのコアに関する性質を衡平分割問題に応用し、 μ -衡平パレート最適分割およびコア分割の存在を証明した。

(5) 最適化理論の編著の第7章を担当し、衡平分割に関する展望論文を執筆した。各経済主体が非加法的集合関数を効用関数に持つ場合の解の存在定理と特徴付け、及び μ -代数上の選好順序の非加法的集合関数による表現定理について、筆者の貢献も踏まえ、最新の研究成果を総合的に報告した。

(6) μ -代数上の選好順序とその応用に関する展望論文を日本語の研究叢書に執筆した。

これらの論文は海外の査読付きジャーナルに掲載され、一定の評価を得ている。一方、チャレンジングな仕事として、ポスト京都議定書の国際協議をモデル化し、どのような解がもっとももらしいか、新しい枠組み作りでも引き継がれると見られる【排出権取引】が市場による解法として有効に機能するか否か、フリー・ライダーを防ぐために【インセンティブ両立性】を満たすルール作りが可能か否かを明らかにすること

が残された課題である。

本研究の基礎理論は、協力ゲーム理論、一般均衡理論、公共経済学、環境経済学、非加法的期待効用理論、ファジィ積分論、不精密確率論などの多岐に渡る学際分野と関連しており、本研究を通して、研究代表者がこれまで実践してきた【社会科学と数理科学の学術交流】にさらに貢献することができた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計9件)

Nobusumi Sagara and M. Ali Khan, “Weak sequential convergence in $L^1(\mu, X)$ and an exact version of Fatou's lemma”, (2014). *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 412, pp.554-563, 査読有, DOI: 10.1016/j.jmaa.2013.10.082.

Nobusumi Sagara and M. Ali Khan, “Maharam-types and Lyapunov's theorem for vector measures on Banach spaces”, (2013). *Illinois Journal of Mathematics* 近刊予定, 査読有.

Farhad Hüsseinov and Nobusumi Sagara, “Existence of efficient envy-free allocations of a heterogeneous divisible commodity with nonadditive utilities”, (2013). *Social Choice and Welfare*, vol.41, pp.923-940, 査読有, DOI: 10.1007/s00355-012-0714-y.

Nobusumi Sagara, “A probabilistic characterization of exact games on \mathcal{A} -algebras”, (2013). *Fuzzy Sets and Systems*, vol.216, pp.34-51, 査読有, DOI: 10.1016/j.fss.2012.04.008.

Nobusumi Sagara, “Representation of preference orderings with an infinite horizon: Time-additive separable utility in continuous time”, (2013). *Journal of International Economic Studies*, no.27, March, pp.3-22, 査読無, <http://repo.lib.hosei.ac.jp/handle/10114/7928>.

Farhad Hüsseinov and Nobusumi Sagara, “Concave measures and the fuzzy core of exchange economies with heterogeneous divisible commodities”, (2012). *Fuzzy Sets and Systems*, vol.198, pp.70-82, 査読有, DOI: 10.1016/j.fss.2011.12.021.

佐柄信純「 \mathcal{A} -代数上の選好順序と効用表現について」, (2012). 宮崎憲治 編『選好と国際マクロ経済学』, 法政大学出版局, 第2章, pp.33-46, 査読無.

Nobusumi Sagara and Milan Vlach, “A new class of convex games on \mathcal{A} -algebras and the optimal partitioning of measurable spaces”, (2011). *International Journal of Game Theory*, Vol.40, pp.617-630, 査読有, DOI: 10.1007/s00182-010-0258-2.

Nobusumi Sagara, “Fair division

problems with nonadditive evaluations: Existence of solutions and representation of preference orderings”, (2011). In: J. Varela and S. Acuña (eds.), *Handbook of Optimization Theory: Decision Analysis and Application*, Nova Science Publishers, Hauppauge, pp.153-184, 査読無.

〔学会発表〕(計20件)

Nobusumi Sagara, “Weak sequential convergence in $L^1(\mu, X)$ and an exact version of Fatou's lemma”, 日本数学会2014年度年会, 実関数論分科会, 2014年3月17日(学習院大学・目白キャンパス)

Nobusumi Sagara, “The bang-bang and purification principles in infinite-dimensional spaces: Additional characterizations of saturation property”, V Workshop on Equilibrium Analysis, 2014年1月25日(イタリア, Department of Economics and Statistics, University of Naples Federico II)

Nobusumi Sagara, “Weak sequential convergence in $L^1(\mu, X)$ and an exact version of Fatou's lemma”, The International Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, 2013年12月22日(台湾・高雄, 国立中山大学)

Nobusumi Sagara, “Fuzzy extensions of cooperative games and the coincidence of Weber sets”, The 9th International Conference on Optimization: Techniques and Applications, 2013年12月15日(台湾・台北, 国立台湾科技大学)

佐柄信純, “The bang-bang and purification principles in infinite-dimensional spaces: Additional characterizations of saturation property”, 数理経済学会「経済の数理解析」研究集会, 2013年12月8日(慶應義塾大学・三田キャンパス)

M. Ali Khan, “The bang-bang and purification principles in infinite-dimensional spaces: Additional characterizations of saturation property”, Modeling Market Dynamics and Equilibrium - New Challenges, New Horizons, 2013年8月22日(ドイツ, Hausdorff Research Institute for Mathematics, University of Bonn)

佐柄信純, “Fuzzy extensions of cooperative games and the coincidence of Weber sets”, The 9th International Conference on Optimization: Techniques and Applications, 第2回マクロ政策分析研究会科研費プロジェクト「平均限界税率をもちいた日本経済のマクロ政策分析」研究成果発表ワークショップ, 2013年8月8日(新潟産業大学経済学部)

Nobusumi Sagara, “The purification and

bang-bang principles in infinite-dimensional spaces: Additional characterizations of saturation property”, The 2013 ASIAN MEETING of the Econometric Society (AMES2013), 2013年8月4日 (シンガポール, Department of Economics, National University of Singapore)

Nobusumi Sagara, “The purification and bang-bang principles in infinite-dimensional spaces: Additional characterizations of saturation property”, SIAM Conference on Control & Its Applications, 2013年7月10日 (アメリカ, San Diego, Town and Country Resort & Convention Center)

M. Ali Khan, “General equilibrium theory with *goods and bads*: A sixty-year old retrospective”, GEdays 2013, 2013年6月4日 (イギリス, University of York)

佐柄 信純, “Maharam-Types and Lyapunov's Theorem for Vector Measures on Banach Spaces”, 日本数学会2013年度年会, 実関数論分科会, 2013年3月20日 - 3月23日 (京都大学・吉田キャンパス)

佐柄信純, 「衡分割理論と非加法的測度についての総合報告」, 第1回マクロ政策分析研究会科研費プロジェクト「平均限界税率をもちいた日本経済のマクロ政策分析」研究成果発表ワークショップ, 2012年8月11日 (信州大学経済学部)

Nobusumi Sagara, “Existence of efficient envy-free allocations of a heterogeneous divisible commodity with nonadditive utilities”, GAMES2012 - Fourth World Congress of the Game Theory Society, 2012年7月22日 (トルコ, Istanbul, Bilgi University)

Nobusumi Sagara, “A probabilistic characterization of exact games on $-$ algebras”, 14th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, 2012年7月10日 (イタリア, Catania, Palazzo delle Scienze)

佐柄 信純, “A probabilistic characterization of exact games on $-$ algebras”, 日本数学会2012年度年会, 2012年3月27日 (東京理科大学神楽坂キャンパス)

Nobusumi Sagara, “Existence of efficient envy-free allocations of a heterogeneous divisible commodity with nonadditive utilities”, International Symposium on Nonlinear Analysis and Optimization 2012, 2012年2月8日 (韓国・釜山, 釜慶大学校)

佐柄信純, “Concave measures and the fuzzy core of exchange economies with

heterogeneous divisible commodities”, 日本OR学会秋季研究発表会, 2011年9月16日 (甲南大学)

Nobusumi Sagara, “A probabilistic characterization of exact games on $-$ algebras”, The Seventh International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2011年8月3日 (韓国・釜山, 釜慶大学校)

Nobusumi Sagara, “Concave measures and the fuzzy core of exchange economies with heterogeneous divisible commodities”, The 7th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology, 2011年7月21日 (フランス, Aix-les-Bains)

Nobusumi Sagara, “A probabilistic characterization of exact games on $-$ algebras”, 11th SAET Conference, 2011年6月27日 (ポルトガル, Ancao)

[その他]

ホームページ等

<http://home.v00.itscom.net/nsagara/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐柄 信純 (SAGARA, Nobusumi)

法政大学・経済学部・教授

研究者番号: 90286005

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

フセイノフ ファルハド (HÜSSEINOV, Farhad)

ビルケント大学・経済学部・教授

研究者番号: 50599488

宮崎 憲治 (MIYAZAKI, Kenji)

法政大学・経済学部・教授

研究者番号: 10308009