

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 6 日現在

機関番号：12613

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23530250

研究課題名(和文) 確率的コピュラモデルの統計的推定とそのファイナンスへの応用

研究課題名(英文) Statistical Inference of Stochastic Copulas and Their Application to Finance

研究代表者

中村 信弘 (Nobuhiro, Nakamura)

一橋大学・大学院国際企業戦略研究科・教授

研究者番号：90323899

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円、(間接経費) 930,000円

研究成果の概要(和文)：コピュラ関数の相互依存性を表すパラメータが確率的に変動するタイプの確率的コピュラ関数の統計的推定方法で、幾つかの代表的手法のうち、粒子フィルター法が有効であることを示した。コピュラ関数に基づく確率ボラティリティモデル、確率的ヴァインコピュラモデル、マルチ・ファクター型多変量確率ボラティリティモデルなどを開発した。更に、テールリスクパリティ/バジェット・アプローチに基づく新たなポートフォリオ最適化モデルを提案した。

研究成果の概要(英文)：We find out that the particle filtering technique is an effective method for statistical inference of stochastic copulas with time-varying dependence structure. As financial applications we have developed copula-based stochastic volatility(SV) model, multi-variate SV model, stochastic vein copula model, and so on. Furthermore, we have proposed new types of portfolio optimization based on the tail-risk parity/budgeting approach.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：確率的裾依存性コピュラ 確率的ヴァインコピュラ 粒子フィルター法 CVaR最小化 レバレッジ付き
確率ボラティリティ テールリスク・パリティ 動的条件付きコピュラ ボラティリティ・パズル

1. 研究開始当初の背景

ある2資産のリターンで、共に上昇する局面より共に下落する局面ほど相関が強くなるという非対称な共変動現象が実証ファイナンスの文献で報告されている。これは、2資産のリターンの相互の依存関係が正規分布のような対称な分布では説明できないことを意味している。

このことが契機となり、その後、非対称な裾依存性をもつペアコピュラでその現象を説明しようとする研究が進展した。初期の研究は裾依存のパラメータが静的なモデルであったが、分析期間を変えると裾依存性が変化することも報告されており、その後、動的に変化するコピュラモデルの研究が現れた。

その流れの一つが、Patton(2006)のようなパラメトリックコピュラ関数の裾依存性を表す変数が決定論的な自己回帰構造をもつモデルである。もう一つの代表的なモデルはEngleらのDCC(Dynamic Conditional Correlation)モデルである。

これらの2つのアプローチは、いずれも決定論的な裾依存変量の時系列モデルであるのに対して、最近、裾依存変量自体が確率的に変動するモデルが研究され始めている。我々もこのような確率的裾依存コピュラモデルを考案し、EIS(Efficient Importance Sampling)法で最尤推定する方法を提案した。

多変量モデルへの拡張に関しては、Bedford and Cooke(2002)により開発されたヴァイン・コピュラ(vine copula)と呼ばれる多変量コピュラが、変数間の多様な依存性を柔軟にモデル化することが可能な構造になっている。しかし、このモデルの裾依存性は決定論的なものにとどまっていたため、確率変動する裾依存構造をもつコピュラモデルへの拡張研究が研究課題として存在していた。

確率的コピュラの推定に関しては、当初、2変量のペアコピュラに対してのみ、EISフィルターを用いた研究(Hafner and Manner(2009))や、ベイズ統計に基づくMCMC法を用いた研究(Almeida and Czado(2010))などが散見されていたが、多変量の確率的コピュラの研究は皆無であった。

2. 研究の目的

本研究は、前節の研究背景のもとで、多変量の確率的コピュラの統計的推定の方法論を確立し、そのファイナンスへの応用を研究することを目的とした。現実の市場で観察されるリスク資産の非対称な動的共変動性を表現することができ、適切なリスク管理法とポートフォリオ最適化法の組み合わせにより、リスク資産のポートフォリオ管理・運用の新たな方法論の構築を行う。

我が国の公的年金基金である年金積立金管理運用独立行政法人(GPIF)から企画競争入札を経て委託研究を受託しているため、本研究の成果を、GPIFの年金基金のリスク管

理・運用に還元することも目的の一つである。

その他、ファイナンスの諸問題への応用の可能性の探究も重要な課題である。その一つが、個別株のシステムティックリスクファクターを控除した残差リターンのボラティリティ(当該企業の固有ボラティリティ)と一期先リターンの負の関係を指す「ボラティリティ・パズル」という現象の解明である。

3. 研究の方法

確率的コピュラは相互依存構造を記述する変数が、直接、観測できない潜在変数であるため、その統計的推定方法は限定される。前述のEISフィルター法やMCMC法の他に、粒子フィルター法の適用を試みた。

前述の「ボラティリティ・パズル」という現象を説明するために、レバレッジ付き確率ボラティリティモデル(SVL)とその拡張(リターンと確率ボラティリティの依存構造をコピュラ関数で記述する)モデルを開発し、比較検討する実証分析を行った。

リスク資産のポートフォリオ最適化では、推定した確率的コピュラからサンプリングしたリターンを用いて確率計画法により、CVaR最小化等の最適資産配分問題を解いた。その他、最近、注目を集めているリスク・パリティ、リスク・バジェット投資の概念をテールリスクに拡張したポートフォリオ最適化手法も研究した。

4. 研究成果

(1) Bayes統計に基づくMCMC法を用いて多変量の確率的コピュラ推定の研究を行い、学会発表した(学会発表)。正規コピュラを選択すると、確率的相関モデルとなる。周辺モデルもSVモデルを選ぶとHestonのSVモデルの多次元版となる。裾依存性をもつコピュラを選択すると、非対称な共変動現象をもつ資産クラスの変動を説明するモデルを構築することが可能となる。例えば、下方リスクを考慮した資産配分問題や非正規多資産バスケットオプションの評価等に応用できるであろう。

(2) コピュラ関数に基づく非対称レバレッジ依存構造をもつ新たな確率ボラティリティモデルを考案し、粒子フィルター法による効率的推定方法を提案した。その応用として、ボラティリティ・パズル現象に関連して固有ボラティリティ(IVOL)と実現リターンとの関係や、より説明力のある変数を作りそれを用いたボラティリティ、実現リターンの予測可能性を明らかにした。

(3) マルチ・ファクターモデルの共通ファクターにクロスレバレッジ付き多変量確率ボラティリティ(MSVL)モデルを、固有リターンに単変量レバレッジ付き確率ボラティリテ

イ(SVL)モデルを適用した個別株マルチファクターモデルの研究を行い、固有リターンの分布には、歪度、尖度を表現する自由度の高い一般化双曲的スキュー-t 分布が適合度が高いこと明らかにした。個別銘柄の統計的推定では、MCMCではなく、粒子フィルター法が計算時間の観点から効率的であることを示した。実証分析では、Fama-French 3 ファクターと TOPIX500 の個別株式(1981-2010 の 30 年間の日次データ)を用いて、パラメータ推定を行い、ボラティリティ・パズルの検証、本モデルから得られる特徴的な説明変数がリターンの予測可能性に有効であることを示唆した結果を得た。最後に、本モデルを用いて、CVaR 最小化による投資戦略を幾つかの期間でバックテストし、その有効性を確認した。

(4) レバレッジ付き確率ボラティリティ(SVL)で表現された攪乱項をもつ時系列モデルを用いて、株式ペアの共和分関係の研究を行い、粒子フィルターと MCMC を組み合わせた適合的粒子フィルター MCMC 法の適用可能性を確認した。並列計算に適合するアルゴリズムであるため、GPU 計算を行い、計算時間が、どの程度、短縮できるかを明らかにした。応用例として、株式のペア・トレード投資戦略を分析した。従来の ADF テストでは、2 段階推定を行っているが、ここでは、上記の推定法で、共和分係数と SVL のパラメータの同時推定を行った点が新しい。

(5) 資産クラスの相互依存構造を規定する各パラメータが確率的時変性をもつ多次元確率的ヴァインコピュラの統計的推定問題に関して、粒子フィルター法を用いて推定可能であることを示した。ポートフォリオ最適化への応用として、CVaR 最小化による最適資産配分問題を考察した。実証例として、東証の 33 業種のうち、下方共変動性をもつ景気敏感業種を選び出し、それらの依存構造を確率的ヴァイン(Clayton)コピュラで表し、バックテストを行った。混ぜると危険な下方共変動性をもつ資産クラスへ投資する際に、有用な新たなリスク管理法であることを確認した。

(6) コピュラ関数の相互依存性が内生変数でなく、外生変数で記述される新たな動的条件付きコピュラ関数のクラスを提案した。特に、周辺モデルとして GARCH モデルを選択し、各周辺モデルの条件付きボラティリティの線形和でコピュラ関数の依存パラメータが表されるものに焦点を当てた。不動産ファイナンスの文献では、US 市場の株式インデックスと REIT インデックスでこのような依存関係が報告されているため、日本市場の実証分析で、このようなモデルが適合する金融データ系列の有無を調べた。その結果、TOPIX と J-REIT、共和分関係にある 2 つの個別株式、

TOPIX と為替、Fama-French のファクターどうし、東証 33 業種の景気敏感業種群などでそのような依存構造があることを見出した。最後に、2 変量から多変量に拡張した動的条件付きヴァインコピュラモデルを構築し、ポートフォリオ選択問題への応用として、リスク・パリティ投資の概念を用いた投資戦略と組み合わせる方法が有効であることをバックテストで明らかにした。

(7) ポートフォリオのトータルリスクを各資産で等分担するリスク・パリティと所与のバジェット比で分担するリスク・バジェット投資を、ポートフォリオのテールリスクに拡張する研究を行った。テールリスクの尺度はコーヒレントな CVaR(Conditional Value-at-Risk)を用いた。株式(TOPIX)と債券(BPI)を例に、テールリスクパリティ(TRP)/バジェット投資(TRB)投資の特徴(解の非一意性と投資制約による回避法等)を明らかにし、従来の最小分散投資、最小 CVaR 投資などと比較した。TRP の応用として共和分関係にあるペア株式のゼロコストポートフォリオのテールリスクを用いた最適資産配分問題を提案し、実際に数値計算で解けることを示した。また、資産リターンの非正規性をコピュラ関数でモデル化することで、テールリスク寄与度の差異を表現できることを明らかにした。最後に、日本株市場の代表的 4 インデックス(TOPIX、JASDAQ、Mothers、J-REIT)をヴァインコピュラでモデル化し、それらに対して TRP 投資を行った結果、従来の最小分散投資では捉えられない分布の裾の変動に対処可能であることを見出した。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計 6 件)

Nobuhiro Nakamura, Tail Risk Parity/Budgeting Investment: Copula Approach to Tail Dependence Structure, Proceedings of the 40-th JAFEE meeting, 査読無, (2013:Winter), 43-54.

Nobuhiro Nakamura, Dynamic Conditional Copula with Marginal Volatility Dependence Proceedings of the 39-th JAFEE meeting, 査読無, (2013:Summer), 41-52.

Nobuhiro Nakamura, Stochastic Vine Copula -Particle Filtering Approach-, Proceedings of the 38-th JAFEE meeting, 査読無, (2012:Winter), 100-111.

Nazir Napoleon and Nobuhiro Nakamura, Modeling and Estimation of Pairs Trading Dynamics using Stochastic Volatility Model and Bayesian Inference, Proceedings

of the 37-th JAFEE meeting, 査読無, (2012:Summer), 194-205.

Nobuhiro Nakamura, Dynamic Factor Stochastic Volatility Models with Idiosyncratic Stochastic Volatilities -Particle Filtering Approach-, Proceedings of the 36-th JAFEE meeting, 査読無, (2011:Winter), 59-70.

Nobuhiro Nakamura, Copula-Based Asymmetric Leverage in Stochastic Volatility Models - Particle Filtering Approach -, Proceedings of the 35-th JAFEE meeting, 査読無, (2011:Summer), 241-252.

[学会発表](計 8 件)

中村信弘, Tail Risk Parity/Budgeting Investment: Copula Approach to Tail Dependence Structure, 日本金融・証券計量・工学学会, 2014年1月10日, 慶応大学三田キャンパス(東京都)

中村信弘, Dynamic Conditional Copula with Marginal Volatility Dependence, 日本金融・証券計量・工学学会, 2013年8月4日, 明治大学駿河台キャンパス(東京都)

中村信弘, Dynamic Factor Stochastic Volatility Models with Idiosyncratic Stochastic Volatilities -Particle Filtering Approach-, 日本ファイナンス学会, 2013年6月2日, 武蔵大学江古田キャンパス(東京都)

中村信弘, Stochastic Vine Copula -Particle Filtering Approach-, 日本金融・証券計量・工学学会, 2013年1月25日, 筑波大学東京キャンパス(東京都)

Nazir Napoleon, 中村信弘, Modeling and Estimation of Pairs Trading Dynamics using Stochastic Volatility Model and Bayesian Inference, 日本金融・証券計量・工学学会, 2012年8月4日, 成城大学(東京都)

中村信弘, Dynamic Factor Stochastic Volatility Models with Idiosyncratic Stochastic Volatilities -Particle Filtering Approach-, 日本金融・証券計量・工学学会, 2012年3月12日, 筑波大学東京キャンパス(東京都)

中村信弘, Copula-Based Asymmetric Leverage in Stochastic Volatility Models - Particle Filtering Approach -, 日本金融・証券計量・工学学会, 2011年10月15日, 慶応大学三田キャンパス(東京都)

野澤勇樹, 中村信弘, Interacting Copulas

via Stochastic Tail Dependence - Bayesian Inference Based on a Multi-Move Sampler-, 日本ファイナンス学会, 2011年5月14日, 早稲田大学早稲田キャンパス(東京都)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中村 信弘 (NAKAMURA NOBUHIRO)

一橋大学大学院国際企業戦略研究科, 教授

研究者番号: 90323899