

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 1 日現在

機関番号：14403

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2015

課題番号：23540047

研究課題名(和文) アルチン環の研究

研究課題名(英文) Study of artinian rings

研究代表者

馬場 良始 (BABA, YOSHITOMO)

大阪教育大学・教育学部・教授

研究者番号：10201724

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：原田環はすべての non-small R -加群が零ではない移入的部分加群をもつものとして定義された。この環は研究代表者をはじめとするアルチン環の研究者により集中的な研究が行われ、その成果は纏められ、研究代表者と大城紀代市山口大学名誉教授との共著の図書として World Scientific 社から出版されている。しかし、ここに記されているのは、片側原田環の研究結果であり、両側原田環の研究に関しては手つかずのままである。

本研究では、両側原田環の構造研究に取り組んだ。具体的には、 i -pair の位置に注目し、右・左の原田環がもたらす制限要因を調べることにより、両側原田環特有の構造研究を行った。

研究成果の概要(英文)：We call that R is a Harada ring if any non-small R -module contains a non-zero injective submodule. This ring is carried out intensive research by the researchers of Artinian ring, including the principal investigator of this study. The results are gotten together, and it has been published by World Scientific Publ. as a book co-authored with the principal investigator of this study and Kiyochi Oshiro, Professor Emeritus of Yamaguchi University. However, what is written there is the research results of one-sided Harada ring, it remains untouched with respect to two-sided Harada rings.

In this study, we worked on the structure of two-sided Harada rings. In particular, focusing on the position of i -pair, by examining the relation of right Harada rings and left Harada rings, we studied the structure of two-sided Harada rings.

研究分野：代数学

キーワード：環論 R-加群論 原田環

1. 研究開始当初の背景

古典的アルチン環を新たな視点で再考察することを可能にした新たなアルチン環である原田環は、これまで研究代表者や研究分担者により研究されてきた。その成果は、研究代表者と大城紀代市山口大学名誉教授によって、図書として 2009 年に World Scientific 社から出版され、この分野の研究成果を広く知らしめた。しかし、これまでの研究はすべて片側に関するものであり、両側に関する本質的な研究は、その困難さゆえなされてこなかったのが現状であった。

2. 研究の目的

アルチン環はイデアルに関する降鎖条件を見出す環であり、最近の様々な研究の結果、さらに多くの疑問が生じている環である。

そして、最近のアルチン環の研究において、最も重要な研究対象と言える原田環は、片側原田環についての研究が行われてきたが、両側を仮定した場合の本質的な構造は研究されてこなかった。

本研究の目的は、その困難さゆえにこれまで行われてこなかった、両側原田環の構造を明らかにすることである。

3. 研究の方法

文献の精査や、研究分担者をはじめとする、この分野の研究者との綿密な研究打ち合わせ等を行いながら研究を行う。

4. 研究成果

最大の成果は、これまで手が付けられてこなかった両側原田環の研究に取り組んだ結果、今後の研究の重要な手がかりになると思われる成果が得られたことである。

中山正によって準フロベニウス環と中山環が導入されて以来、様々な研究者により綿々とその構造研究がなされ続けてきた古典的アルチン環は、1978 年の原田学が導入し、後に原田環と呼ばれるようになった新しいアルチン環の研究により、新たな視点からの再研究がなされることになった。その研究成果は、研究代表者と大城紀代市・山口大学名誉教授による図書 “ Classical artinian rings and related topics ” , World Scientific (2009) に、2009 年時点での研究成果が纏められているが、そこに書かれているのは、片側原田環の成果のみである。強いて、挙げれば、原田環がもつであろうと予想され、長年研究され続けてきた森田自己双対性を、実はもたないことの反例が (研究分担者の小池寿俊氏による画期的な研究成果である)、両側原田環で与えられているところに出てくる位である。原田環は、準射影加群・準移入加群を用いて一般化され、準原田

環が導入されて、QF-3 環と原田環の関係が太刀川-Ringel の定理の視点から整理されたが、準原田環は両側で考えると美しい形で表現された。原田環も同様に、両側で考えたときに、特有の美しい形をもつものと予想される。しかし、右側原田環を表現する直交原始べき等元の完全集合と、左側原田環を表現する直交原始べき等元を、どのように融合させていくのか? という問題は手の付きにくい難題であり、これまで成果が得られなかったことは既に述べたとおりである。

本研究では、 i -pair の位置に注目し、右・左の原田環がもたらす制限要因を調べることにより、両側原田環特有の構造研究を行った。片側原田環だけを考えている状況では、 i -pair はどこにでも現れるので、それが環を表現する折の場合分け条件にはなっても、本質的に制限条件にはなりにくいのであるが、両側原田環では本質的な意味をもち、これを用いて両側の表現が行えることが分かった。片側原田環は co - H -series と呼ばれる直既約射影的加群の列により、その構造が特徴付けられる。本研究では、左原田環の構造を表す直交原始べき等元の完全集合を用いて、右原田環の co - H -series を表すことを行った。

また、原田環の視点から古典的アルチン環を考察する、本研究やこの分野の研究の重要性を、広く一般に知らしめるため、岩波書店から出されている「数学」にアルチン環に関する論説文を発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 12 件)

Yoshitomo BABA, Takeshi Yamazaki, On almost N -simple-projectives, Math. J. of Okayama Univ., 査読あり, 53, 2011, pp101-109

Yoshitomo BABA, A new trend in Artinian rings (Japanese), Sugaku, 査読あり, 67, 2015, No.3, pp271-290

Yoshitomo BABA, 古典アルティン環と関連する話題, 第 58 回代数シンポジウム報告集, 査読なし, 58, 2013, pp86-91

Yosuke KURATOMI, Goldie extending modules and

generalizations of quasi-continuous modules. Tsukuba J. Math., 査読あり, 38, 2014, No.1, pp25-37

Yosuke KURATOMI, Direct sums of H-supplemented modules, J. Algebra Appl., 査読あり, 13, 2014, No.1, 1350075, 12pp.

Keskin Tütüncü Derya, Yosuke KURATOMI, On mono-injective modules and mono-jective modules, Math. J. of Okayama Univ., 査読あり, 55, 2013, pp117-129

Yosuke KURATOMI, Goldie extending modules, Proceedings of the 43rd Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 査読なし, 43, 2013, pp88-91

Kazutoshi KOIKE, Global dimension of Harada rings and serial rings, J. Algebra Appl. 14, 査読あり, 2015, No.7, 1550115, 13pp

Kazutoshi KOIKE, Morita duality and ring extensions, J. Algebra Appl., 査読あり, 12, 2013, No.2, 1250160, 23pp

Kazutoshi KOIKE, A characterization of the class of Harada rings, Proceedings of the 47th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 査読なし, 47, 2015, pp93-99

Yasuhiko TAKEHANA, Complements and closed sbmodules relative to torsion theories, Proceedings of the 46th Symposium of Ring Theory and Representation Theory, 査読なし, 2014, pp202-208

Takahiko FURUYA, Weakly sectional paths and bypasses in Auslander-Reiten quivers, Proceedings of the 43rd Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 査読なし, 43, 2013, pp36-38

[学会発表](計 11 件)

Yoshitomo BABA, 古典的アルティン環と関連する話題, 代数学シンポジウム, 2013 年 8 月 27 日, Hiroshima Univ.

Hideo KAMIMURA, Isao KIKUMASA, Yosuke KURATOMI, On direct projective H-supplemented modules, 日本数学会 2016 年度年会, 2016 年 3 月 19 日, Tsukuba Univ.

Hideo KAMIMURA, Isao KIKUMASA, Yosuke KURATOMI, Direct sums of direct projective H-supplemented modules, 平成 27 年度 日本数学会 中国・四国支部例会, 2016 年 1 月 24 日, Hiroshima Univ.

Yosuke KURATOMI, On Goldie extending modules with finite internal exchange property, 45th Symposium of Ring Theory and Representation Theory, 2012 年 9 月 7 日, Shinsyu Univ.

Yosuke KURATOMI, Goldie extending 加群と extending 加群について, 2012 年度 日本数学会 秋季総合分科会, 2012 年 9 月 21 日, Kyusyu Univ.

Yosuke KURATOMI, Semi-lifting 加群について, 2012 年度 日本数学会 秋季総合分科会, 2012 年 9 月 21 日, Kyusyu Univ.

Kazutoshi KOIKE, 森田双対性と有限環拡大, 2012 年度 日本数学会 秋季総合分科会, 2012 年 9 月 20 日, Kyusyu Univ.

Kazutoshi KOIKE, A characterization of the class of Harada rings, 47th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2014 年 9 月 15 日, Osaka City Univ.

Kazutoshi KOIKE, 有限三角拡大の自己双対性, 2014 年度日本数学会 秋季総合分科会, 2014 年 9 月 27 日, Hiroshima Univ.

Takahiko FURUYA, On the existence of a bypass in the Auslander-Reiten quiver, 45th Symposium of Ring Theory and Representation Theory, 2012 年 9 月 9 日, Shinsyu Univ.

Yasuhiko TAKAHANA, Complements and closed submodules relative to torsion theories, 46th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2013 年 10 月 13 日, Tokyo Univ. of Science

6 . 研究組織

(1)研究代表者

馬場 良始 (BABA YOSHITOMO)
大阪教育大学・教育学部・教授
研究者番号：10201724

(2)研究分担者

小池 寿俊 (KOIKE KAZUTOSHI)
沖縄工業高等専門学校・総合科学科・教授
研究者番号：20225337

倉富 要輔 (KURATOMI YOUSUKE)
山口大学・理工学研究科・准教授
研究者番号：60370045

(3)連携研究者

竹花 靖彦 (TAKEHANA YASUHIKO)
函館工業高等専門学校・一般科目理数系・
准教授
研究者番号：70236496

古谷 貴彦 (FURUYA TAKAHIKO)
明海大学・歯学部・講師
研究者番号：90459727