

平成 26 年 6 月 11 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540106

研究課題名(和文) 葉層構造に対する Thurston の不等式と接触トポロジーに関する研究

研究課題名(英文) A research on Thurston's inequality for foliations and contact topology

研究代表者

三好 重明 (Miyoshi, Shigeaki)

中央大学・理工学部・教授

研究者番号：60166212

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000 円、(間接経費) 690,000 円

研究成果の概要(和文)：葉層構造は可積分接平面場であるが、1次元接平面場に、より強い可積分条件を課した完全積分可能なベクトル場に関し、閉葉の位置の問題に関する研究を行った。即ち、3次元開多様体内に与えられた絡み目を平面への沈め込みの1点の逆像として実現する問題に関し、その為の必要十分条件を与え、さらに結び目の場合にその古典的な不変量による記述を与えた。

完全積分可能なベクトル場に横断的な2次元葉層構造は Thurston の不等式を自然に満たし、開多様体上のそのような自然な族を与える。開多様体上で Thurston の不等式を満たす葉層構造を考察する為の一つの自然な雛形を与えることができる。

研究成果の概要(英文)：As a foliation is an integrable tangent plane field, in the case of 1-dimensional line fields, we treated a completely integrable vector field, which satisfies an extra integrability condition. We consider a placement problem of a closed leaf (i.e., a periodic trajectory) of the 1-dimensional foliation tangent to a completely integrable vector field on an open 3-manifold. Such a foliation is given by the inverse images of a submersion to the plane. We gave a necessary and sufficient condition for the realization for any given link, and in the case of a knot, we described the condition by the words of classical invariants.

A 2-dimensional foliation transverse to a completely integrable vector field satisfies Thurston's inequality and it gives a natural class of such foliations. Thus, we can consider such a class of foliations as a natural class on an open 3-manifold.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：葉層構造 接触トポロジー Thurston の不等式 h 原理 沈め込み分類理論

1. 研究開始当初の背景

Thurston の不等式を満たす葉層構造に関する研究は本研究代表者、分担者他により始められた。その発端は Thurston により示された十分条件 (Reeb 成分を持たない) が必要条件では無いという例が自然に見出されたことであり、Reeb 成分を必然的に持つ回転可能葉層に対する組織的研究として開始された。回転可能葉層を定めるモノドロミーの Dehn 捻りによる記述に関する条件により或る程度満足のいく結果が得られており、Thurston の不等式を満たさない葉層構造の例が初めて得られていた。また或る種の回転可能葉層の Reeb 成分を張り替える Dehn 手術により Reeb 成分を持ちながら Thurston の不等式を非自明に満たす葉層構造の族を構成した。

接触トポロジーの観点からは接触構造に対する類似の不等式 (Thurston-Bennequin の不等式) は或る意味で解明されている。即ち、接触構造が tight である為の必要十分条件はその相対版の不等式が成立することであり、相対版が成立すれば絶対版が成立することであることが知られていた。さらに接触構造は回転可能構造に自然に対応し、tight 性はその monodromy 微分同相写像の言葉で完全に解明されている。葉層構造は接触構造で近似されるが、葉層構造の幾何学的性質の言葉での記述はまだ十分とは言えない。

2. 研究の目的

本研究の目的は、3次元多様体上の余次元1葉層構造の或る種の緊張性 (或いは凸性) を表すと考えられている Thurston の不等式の幾何学的意味を解明する事にある。3次元の特殊性から接触構造と葉層構造とは親近性があり、接触トポロジーの観点からはかなり満足のいく結果が得られているが、葉層構造論の視点からは未だ謎に包まれており、本研究はそれを解明する事を目標としている。

葉層構造の (位相幾何学的) 性質の言葉での不等式成立の解明は未だに不十分であり、妥当かつ有効な記述等が求められる。また、開多様体への適切な一般化も模索すべきである。

3. 研究の方法

Thurston の不等式の絶対版に関しては、Dehn 充填に於ける Thurston ノルムの縮退の現象を精緻に記述することにより Reeb 成分が不等式成立の障害であることの本質を解明する。相対版に関しては葉層構造に横断的で零ホモロガスな結び目についての記述方法や定式化を構築する。さらに開多様体上の葉層構造に関しての一般化として、完全積分可能なベクトル場に横断的な葉層構造を対象とすべく、まず完全積分可能ベクトル場の軌道による1次元葉層構造の位相幾何学的理解を深める。

4. 研究成果

開多様体上の余次元1葉層構造へ一般化する為に、対象として完全積分可能ベクトル場の軌道による1次元葉層構造に横断的なものを取り上げた。そしてまず位相幾何学的に横断的な状況を解明する為にそのような1次元葉層構造の閉葉の位置の問題についての結果を得た。この結果はプレプリント "Links and submersions to the plane on an open 3-manifold" として投稿中である。本研究のその他の側面については必ずしも当初の計画通りに進まなかったが、研究代表者、分担者の多くの研究発表に見られる通り、様々な新たな知見及び研究方向の萌芽を見出している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

[1] T. Takakura, On vector partition functions with negative weights, RIMS

Kokyuroku Besstsu B39, (2013), 183-195.

(査読有)

[2] Y.Mitsumatsu, Helicity in differential topology and incompressible fluids on foliated 3-manifolds, *Procedia IUTAM 7*, (2013), 167-174. (査読有)

[学会発表](計 13 件)

[1] 三好重明 「結び目を平面への沈め込みの逆像として実現する構成について」, 東北結び目セミナー2013, 東北大学片平キャンパス, 2013 年10 月26 日.

[2] Y.Mitsumatsu, Leafwise symplectic structures on codimension 1 foliations on S^5 , *Geometry and Foliations 2013*, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, Sept. 10, 2013.

[3] T.Takakura, Vector partition functions and the topology of the multiplicity varieties, *Knots, Manifolds and Group Actions*, Adam Mickiewicz University, Slubice, Poland, Sept. 14, 2013.

[4] 高倉樹, Vector partition functions and the topology of multiplicity varieties, 第60 回トポロジーシンポジウム, 大阪市立大学, 2013 年8 月8 日.

[5] 三好重明 「3次元開多様体上の絡み目と平面への沈め込み」, 第59 回トポロジーシンポジウム, 2012 年08 月12 日, 佐賀大学.

[6] Y.Mitsumatsu, Leafwise symplectic structures on codimension one foliations on the 5-sphere, *Foliations 2012*, University of Lodz, Poland, June 29th, 2012.

[7] Y.Mitsumatsu, End-periodic symplectic structure on cubic Fermat surface and Lawson's foliation on the 5-sphere", *Max Planck Institute for Mathematics in Bonn*, Germany, June 11th, 2012.

[8] Y.Mitsumatsu, L'enlacement asymptotique sur la variete de dimension 3 et la topologie des champs de plan,

Seminaire: Theorie des noeuds et topologie en petites dimensions, Inst. de mathematique de Toulouse, France, May 15th, 2012.

[9] Y.Mitsumatsu, Les structures symplectiques sur les feuilles du feuilletage de Lawson, *Seminaire de Geometrie et Dynamique*, ENS-Lyon, UMPA, France, March 7th, 2012.

[10] T.Takakura, On multiplicity varieties", T. Takakura, *Topology and Analysis on foliations*, The 11th International Mathematics Conference, Nagoya University, March 21st, 2012.

[11] 三好重明, Links and submersions on an open 3-manifold, 多様体の平面場と微分同相群 2011, 東京大学玉原国政セミナーハウス, 2011 年11 月2日.

[12] Y.Mitsumatsu, Leafwise symplectic structures on Lawson's foliations, *Vannes Seminaire Topologie Differentielle a Universite de Bretagne-Sud*, France, March 29th, 2011.

[13] T.Takakura, Intersection theory on double weight varieties, 第58 回幾何学シンポジウム, 山口大学, 2011 年8 月29 日.

(図書)(計 0 件)

(産業財産権)
出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:

取得年月日：

国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

三好 重明 (Miyoshi, Shigeaki)

中央大学理工学部・教授

研究者番号：60166212

(2) 研究分担者

三松 佳彦 (Mitsumatsu, Yoshihiko)

中央大学理工学部・教授

研究者番号：70190725

高倉 樹 (Takakura, Tatsuru)

中央大学理工学部・准教授

研究者番号：30268974

(3) 連携研究者

()

研究者番号：