

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 26 日現在

機関番号：12611

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2014

課題番号：23540126

研究課題名(和文) 関孝和から建部兄弟へ伝授された数学とその発展の研究

研究課題名(英文) Study on the mathematics which TAKEBE brothers learned from SEKI Takakazu and the development

研究代表者

真島 秀行(MAJIMA, Hideyuki)

お茶の水女子大学・大学院人間文化創成科学研究科・教授

研究者番号：50111456

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：1. 関孝和は江戸時代の日本の数学者で、世界的で初めて所謂、終結式と行列式の研究をしたことで知られる。これらの業績は解伏題之法や大成算経に見出される。最近、算学玄訓という解伏題之法の異本が発見され、これらから我々は彼の行列式の発見の過程を追うことができる。

2. 関孝和は括用算法に書かれているように、所謂エイトケン加速法により円周率の計算をして3.14159265359微弱という数値を得た。建部賢弘は綴術算経、不休綴術、弧背截約集にあるように、円周率の異なる計算法を発見し40桁より少し大きな桁まで正しい数値を得ている。我々は彼の円周率計算法「累遍増約術」の発見の過程を追うことができる。

研究成果の概要(英文)：SEKI Takakazu is a Japanese mathematician in an early period of the Edo era, known as the first person to study the so-called resultant and determinant in the world. These works are found in Kai-fukudai-no-ho and Taisei-sanke. Recently, we found different versions of the Kai-fukudai-no-ho, called the Sangaku-genkun. From the documents, we can follow the process of his discovery of determinant.

SEKI Takakazu found the so-called Aitken's delta-sequenced process in his calculation of pi in Katsuyo-Sampo, but there were some errors in it and he only claimed that his approximate number of pi was a bit less than 3.14159265359. TAKEBE Katahiro followed Seki's method and discovered another method of calculation of pi and elaborate the true number by a little more than 40 digits written in Tetsujutsu-Sankei, Fukyu-Tetsujutsu and Kohai-Settsuyaku-Syu. We can follow the process of his discovery of the method (repeated application of the procedure of incremental divisor) of calculation of pi.

研究分野：数学

キーワード：建部賢弘 累遍増約術 円周率 行列式 関孝和 綴術算経 終結式 解伏題之法

1. 研究開始当初の背景

(1) 2008年を中心に行われた関孝和三百年祭は、国民的に盛り上がるまでに至りはしなかったが、研究代表者による伝記的発見および数学的業績に関する新知見など多くの成果があった。関孝和の伝記的・数学的研究を行う上で、その一番弟子である建部賢弘の著作『研幾算法』、『発微算法演段診解』、『算学啓蒙診解大成』、『綴術算経』等に現れる関孝和に関する記述を調査した。そうした中で、建部賢弘が師関孝和の円周率の計算について(將軍吉宗に献上されたとされる)「綴術算経」(国立公文書館蔵、序文享保七年正月)では「十三万千七十二角に到る截周を求めて十五六位の真数を究め得たり」と書き、「建部先生綴術真本」(東大本)及び「綴術算経」(東北大学 狩野本) (序文、享保七年徐月)では「二十許位の真数を究め」と書いた点に初めて注目し、これらの書物の成立順に関する議論の一つの決定的な論拠を与えたと考えた。しかしながら、多くの先行研究もあり、原稿の成立についてはより複雑な過程があったとも考えられている。これは関流数学の教育・業績の流布の仕方、当時の数学界の有り様がどうであったかにも関わり、今日の数学界・数学の社会的役割を考える上で非常に参考になる。

(2) 建部賢弘の業績については、『研幾算法』(一冊)、(関孝和の『発微算法』の解説本である)『発微算法演段診解 元亨利貞』、(朱世傑の『算学啓蒙』に詳しい注解を加えた)『算学啓蒙診解大成』(七冊)の刊本の内容に関する研究、稿本である「円理弧背術」、「弧背載約集」、「弧背術」、「綴術算経」(国立公文書館蔵)、「建部先生綴術真本」(東大本)及び「綴術算経」(東北大学 狩野本)の内容比較も含めた研究があり、兄の建部賢明と関孝和とともに企画し最終的に建部賢明によって纏められた大著「大成算経」(二十巻)の研究もこの十年間に進んできた。オイラーに10数年先立って建部賢弘が逆正弦関数の自乗の整級数展開を求めていたことが確認され、「大成算経」の巻之四「三要」に書かれた内容が建部賢弘の数理思想の披露であり特に実数論(実数の分類論)を含むものであるとの研究もあり、以前にも増して建部賢弘という数学者の評価は高まって来ていた。

(3) また、建部賢弘は將軍吉宗の命を受けて、地図(享保絵図)の作成、改暦のための準備にもあたった。すなわち、元禄絵図の各部分の境界の接続のための実測を工夫したり、暦の研究のため梅文鼎の『曆算全書』の翻訳にも関わった。為政者にとって地図と暦は重要なものであるが、將軍吉宗の信頼が厚く、建部賢弘はそれの作成に深く係わり、社会的貢献の非常に大きかった人物でもあったことも専門家には知られていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、我が国が誇る世界的な数学者関孝和の一番弟子で幕臣として6代將軍徳川家宣、7代將軍徳川家継、8代將軍徳川吉宗、特に吉宗の相談役として仕えた建部賢弘とその兄の建部賢明の伝記・業績を検証し、数学的な内容の数学史的な意義をいろいろな方面から多角的に調べ、その成果を賢明の生誕350年に当たる2011年から賢弘の生誕350年に当たる2014年の間に社会に公開し、数学の社会的な役割の一端を広く社会に知ってもらい、現代の数学の研究と数学教育に活かせるようにすることにある。

具体的には、関田和に数学的な業績についての継続研究、建部賢弘の「綴術算経」およびその関連本の成立と広まりについて、「大成算経」の成立とその広まりについて、調査し、享保日本図の構成法の数学的な点を明らかにし、「曆算全書」の翻訳と「算曆雑考」にある八線表(今日の三角比表、三角関数表)の成立の関係等を検討する。

3. 研究の方法

宮内庁書陵部、国立公文書館、国立国会図書館、東京都公文書館、日本学士院、東北大学附属図書館、東京大学附属図書館等の関連文献を綿密に比較調査し、先行研究と照らし合わせながら再検討し、研究集会等で議論を行い、再検討結果を発表していく。

4. 研究成果

(1) 「関孝和の行列式」の発想の源、まとめ方について研究を進展させることができた。

本研究課題の研究開始後、関(新助)孝和の「解伏題之法(天和三年重訂)」と「大成算経第17巻伏題」の他に「算学玄訓」に現代数学的には終結式・行列式のことを書いてあることに注目して研究が進展した。「算学玄訓」も少なくとも3種類あるがそのうちの一つの京都大学理学部数学教室所蔵の「算学玄訓」に書かれた特別な形の(対称)行列に関する内容が初稿であろう、との説を得た。というのは、2本の方程式から終結式を導くには対称行列の行列式さえ定義しておけばよいからであり、最初にそれを確立したと考えられるのである。そこから更に行列式の一般論として、冗長であるが自然で上手な数学的な発想である「式の係数に関する展開式」を得ていたが、まとめ方を工夫して「解伏題之法(重訂)」の2次、3次、4次行列の「逐式交乗」による計算の表と、この表からうまく組み合わせることによって「交式斜乗」による計算の図表に表したが、5次以上の行列について「交式斜乗」は誤っているので、「大成算経」では元の自然な考えに戻したと推察されることを指摘した。

(2) 建部賢弘が円周率計算に使った「累遍増約術」がどのような発想から生まれたか考察した。

関孝和の『括要算法』の第四巻にある円周

率の近似値計算に対して、「綴術算経」（内閣文庫本）、「建部先生綴術真本」（東大本）及び「綴術算経（東北大学 狩野本）」、さらに建部賢弘の著と考えられる「弧背截約集」の上巻には円周率の計算表が掲載されている。これらを考え合わせ、どのような数値計算から一連の階差の比の予想を立て「累遍増約術」に至ったか、その発想の源を探った。

(3) (1)と(2)の論考に加えて、『研幾算法』の序文成立が天和3年秋で「大成算経」プロジェクトの開始がその前の天和3年夏であることに再度注目し、建部賢弘の研究は関孝和がやり残した問題、円周率のより精密な数値計算および近似分数を求める方法、弧の長さを計算するより精密な式の発見、等に重点があったことを確認した。つまり、『研幾算法』の凡例中に「弧法、環矩術、零約術、円率、遍約術、翦管術、右師伝之秘訣也、別書載之」として師の関孝和の方法を引用し別所に掲載すると書かれているが、関孝和自身の方法は稿本があり関氏孝和先生遺稿・荒木村英検閲・大高由昌校訂の『括要算法』（正徳二壬辰年正月月上旬(1712年中)）として刊行され、「大成算経」にそれを発展させた建部兄弟の方法が書かれることとなったというのが研究代表者が得た結論である。2014年8月末にお茶の水女子大学で開催した“**Traditional Mathematics of East Asia and Related Topics**”（通称“**Takebe Conference 2014**”）でこれらを発表した。

(4)江戸幕府八代将軍徳川吉宗から命を受け享保日本図を作成したことが史実として知られていたが、どのような地図であったかはよく知られていなかった。広島県立歴史博物館の寄託資料から2013年2月に発見され、(3)に書いた国際研究集会に合わせて開催した「建部賢弘生誕350周年記念展示会」で展示し、どのような方法で作成したか研究するとともに一般に公開した。

(5)前後するが、第10回全国和算研究大会を建部賢弘の生涯と業績をテーマとして、関孝和や建部賢弘の勤務先であった江戸城跡近くのKKRホテル東京（昔の竹橋会館）で開催し、これまでの研究について概説的な発表を行った。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 6 件）

- ① 真島秀行、「算学玄訓」における関孝和の行列式、京都大学数理解析研究所講究録別冊、査読有、B50、(数学史の研究)、2014、pp35-40
- ② Majima, Hideyuki, Seki Takakazu, his

life and bibliography, in “Seki, Founder of Modern Mathematics in Japan” A Commemoration on His Tercentenary, Ser. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 査読有, Vol. 39, Knonloch E., Komatsu H., Liu D. (Eds), 2013, pp3-20

<http://www.springer.com/us/book/9784431542728>

- ③ 真島秀行：『解伏題之法』の行列式と『大成算経』の行列式について、京都大学数理解析研究所講究録、(通常はないがこの号は) 査読有、1831(『大成算経』の数学的・歴史的研究)、2013、pp31-52 <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1831-03.pdf>

〔学会発表〕（計 3 3 件）

- ① 真島秀行、「関孝和および建部賢弘の業績研究の備忘録」、日本数学史学会研究発表会、2014年11月16日、同志社大学
- ② 真島秀行、「関孝和の行列式」、名古屋数学史研究会、名城大学名古屋駅サテライト、2014年9月13日（招待）
- ③ 真島秀行、「享保日本総図と建部賢弘」、「数学史の研究」集会、2014年9月3日、京都大学数理解析研究所
- ④ MAJIMA, Hideyuki, “When did Takebe Katahiro verify the calculation of pi by Seki Takakazu?”, Aug. 28, 2014, in the “Takebe Conference 2014, A Satellite Conference of SEOUL ICM 2014, Traditional Mathematics of East Asia and Related Topics”, at Ochanomizu University
- ⑤ 真島秀行、「建部賢弘の履歴、業績研究の備忘録」、第10回全国和算研究大会2014年8月24日、KKRホテル東京
- ⑥ 真島秀行、「建部賢弘の履歴と業績～建部賢弘生誕350年を記念して～累遍増約術の発想と享保日本図」、名古屋大学数学教育セミナー、於名古屋大学多元数理科学棟5階、2014年7月12日
- ⑦ 真島秀行、「和算における帰納法について」、日本数学史学会年会、2014年6月1日、同志社大学（京都市）
- ⑧ 真島秀行、「関孝和、建部賢弘の円周率の計算の発想について」、日本数学史学会

- 研究発表会，同志社大学，2013年11月17日
- ⑨ 真島秀行，「建部賢弘はいつ関孝和の円周率の計算の検算をしたのか」，日本数学会秋季総合分科会，2013年9月26日，愛媛大学城北キャンパス
- ⑩ 真島秀行，「綴術算経の附録の問題について」，「数学史の研究」集会，2013年8月30日，京都大学数理解析研究所
- ⑪ 真島秀行，『関孝和の武士としての履歴と数学的業績』，於第48回中数研総会日時：2013年6月8日（土），筑波大学附属中学校
- ⑫ 真島秀行，「関孝和，建部賢弘の円周率の計算への注意—なぜ累遍増約術を発想できたか」，日本科学史学会年会，2013年5月25日，日本大学商学部キャンパス
- ⑬ 真島秀行，「建部賢弘の円周率の計算についての注意—なぜ累遍増約術を発想できたか」，日本数学会年会，2013年3月20日，京都大学吉田キャンパス
- ⑭ MAJIMA, Hideyuki, “Seki Takakazu: his life and bibliography”, 19 Oct. , 2012, at Franco-Japanese workshop on Logic, Language and computation in a multi-cultural perspective”
- ⑮ 真島秀行，「「算学玄訓」における関孝和の行列式」，「数学史の研究」集会，2012年8月30日，京都大学数理解析研究所
- ⑯ 真島秀行，「建部賢弘の「綴術算経」及びその類書の関孝和への言及の比較研究，第二回九州数学史シンポジウム（招待講演）2012年2月20日，九州大学伊都キャンパス
- ⑰ 真島秀行，「解伏題之法」の行列式と「大成算経」の行列式について，「大成算経の研究」集会（森本光生代表）（招待講演），2012年2月9日，京都大学数理解析研究所
- ⑱ 真島秀行，数学に関わる者の業績と社会的な役割—磯村吉徳，関孝和，建部賢弘，西田明則，藤澤利喜太郎を中心に，第14回 和算にまなぶ（招待講演）2011年10月9日，江戸東京博物館

⑲ 真島秀行，関孝和の行列式について2，日本数学会秋季総合分科会，2011年9月27日，信州大学

⑳ 真島秀行，関孝和の行列式について，日本科学史学会年総，2011年5月29日，東京大学

〔その他〕
ホームページ等

普及活動の中での研究成果発表

真島秀行，「和算講座中級コース（第7期）」（2013年10月～2014年2月），NPO 和算を普及する会主催，於東京理科大学

・関孝和・建部賢弘の円周率の計算について～建部賢弘はいつ関孝和の円周率の計算の検算をしたのか～」，於東京理科大学神楽坂キャンパス，2013年11月9日

・「算学玄訓」における関孝和の行列式」，於東京理科大学神楽坂キャンパス，2013年12月14日

2014年特別展示「建部賢弘生誕350周年記念展示会—建部賢弘の和算における業績と享保日本図」
http://archives.cf.ocha.ac.jp/info_2014_takebe.html

6. 研究組織

(1) 研究代表者

真島秀行 (MAJIMA, Hideyuki)
お茶の水女子大学大学院
人間文化創成科学研究科 教授
研究者番号：5011456