

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 1 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23540137

研究課題名(和文) 非有界出力作用素を有する発展方程式系のロバスト安定化とその応用に関する研究

研究課題名(英文) Studies on Robust Stabilization of Evolution Equations with Unbounded Output Operators and its Applications

研究代表者

佐野 英樹 (SANO, HIDEKI)

神戸大学・システム情報学研究科・教授

研究者番号：70278737

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究を通して五つの成果を得ることができた。以下の通りである。(1) 混合定数系の安定化、(2) 拡散プロセスおよび並流型熱交換プロセスの出力トラッキング制御、(3) プラグフロー反応プロセスおよび並流型熱交換プロセスの安定性向上制御、(4) 偏微分方程式を用いたフォーメーション制御、(5) 内部にフィードバックループを有する線形放物型システムの安定化

研究成果の概要(英文)：Through this study, five results were obtained. They are summarized as follows: (1) Stabilization of mixed parameter systems; (2) Output tracking control of a diffusion process and a parallel-flow heat exchange process; (3) Stability-enhancing control of a plug-flow reactor process and a parallel-flow heat exchange process; (4) Formation control using partial differential equations; (5) Stabilization of linear parabolic systems with internal feedback loop.

研究分野：偏微分方程式系の制御理論

キーワード：混合定数系 移流拡散系 境界制御 境界観測 安定化 半群 プラグフロー反応方程式 並流型熱交換方程式

1. 研究開始当初の背景

天井クレーンをモデリングして制御しようとする場合、厳密にモデル化すると、ケーブルの部分は双曲型偏微分方程式によって、荷物の部分は常微分方程式によって記述される。このような無限次元システムと有限次元システムが組み合わさった系、いわゆる混合定数系の制御問題は工学的に重要な研究テーマである。B. Rao は台車の質量を無視した一つの荷物を有する天井クレーンをモデル化して、それに対して台車の変位と速度の線形結合をフィードバックするコントローラを構成し、エネルギー・マルチプライヤー法を用いて系全体が指数安定になることを証明した (B. Rao, Proc. of the Second European Control Conference, Groningen, pp. 314-317, 1993)。それに対し、佐野・大田中は台車の質量を無視した二つの荷物を有する天井クレーンをモデル化して、台車の変位と速度の線形結合をフィードバックするコントローラを構成し、ラサールの不変性原理を用いて系全体が漸近安定になることを証明した (H. Sano & M. Otanaka, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, Vol. 23, No. 3, pp. 225-237, 2006)。さらに佐野は、B. Rao (1993) と Sano & Otanaka (2006) の結果を、台車の質量が無視できない場合に対してそれぞれ拡張した (H. Sano, IMA Journal of Mathematical Control and Information, Vol. 25, pp. 353-366, 2008)。

天井クレーン以外にも、常微分方程式によって記述される有限次元制御対象を放物型偏微分方程式や双曲型偏微分方程式を通して遠隔操作する問題が近年取り上げられている。M. Krstic は、有限次元制御対象と拡散方程式がカスケード接続された系を取り上げ、バックステッピング法により、有限次元制御対象と拡散方程式の双方を、拡散方程式への境界入力を用いて安定化する手法を考案した (M. Krstic, Systems Control Lett., Vol. 58, pp. 372-377, 2009)。さらに M. Krstic は、拡散方程式を波動方程式に置き換えた系も取り上げ、同様に境界入力により安定化できることを示した (M. Krstic, IEEE Trans. Automat. Control, Vol. 54, No. 6, pp. 1362-1368, 2009)。しかしながら、それらの制御則は有限次元制御対象と拡散方程式/波動方程式の状態変数をフィードバックする構造をしており、理論的には無限個の点センサが必要になるため、現実的ではない。実装上は、少ない個数の点センサと有限次元制御則を用いて混合定数系全体を安定化することが要求される。

放物型偏微分方程式の部分のみに着目していえば、空間領域が2次元以上の場合にはノイマン境界制御・ディリクレ境界観測を有する系は、作用素の分数冪を用いた変数変換とグリーンの公式によって非有界出力作用

素をもつ発展方程式系に変換できることが、南部 (T. Nambu, Funkcialaj Ekvacioj, Serio Internacia, Vol. 28, pp. 267-298, 1985) によって示された。また最近、佐野によって空間領域が1次元の場合にも、同様に非有界出力作用素を有する発展方程式系に変換できることが示されている (佐野英樹, 第39回制御理論シンポジウム予稿集, 大阪, pp. 191-194, 2010)。何れの場合も、非有界出力作用素を有する発展方程式系に変換された後に、有限次元安定化コントローラの構成法が与えられている。ところが、境界制御・境界観測をもつ放物型偏微分方程式に有限次元制御対象がカスケード接続された系については、有限次元安定化コントローラの構成法は与えられておらず、その確立は工学的応用を視野に入れた際に、早急に解決すべき課題となっていた。

2. 研究の目的

有限次元制御対象を放物型偏微分方程式を通して制御する場合には、偏微分方程式の空間領域は1次元の場合のみを考えればよい。

1で述べたように、佐野は空間領域が1次元の場合に、ノイマン境界制御・ディリクレ境界観測を伴う拡散方程式が非有界出力作用素を有する発展方程式系に変換できることを示し、さらに有限次元安定化コントローラの構成法を与えた (佐野, 2010)。本研究ではその結果を発展させる。非有界出力作用素を有する発展方程式系に有限次元制御対象がカスケード接続された混合定数系については、今のところ、有限次元安定化コントローラの構成法は与えられていない。本研究では、その混合定数系に対して有限次元モデルを構築し、モデルの可制御性・可観測性を調べ、剰余モードフィルタ (Residual Mode Filter, 略して RMF と記す) を併用した形の有限次元コントローラ設計を試みる。さらに、ディリクレ境界制御・ディリクレ境界観測を伴う放物型偏微分方程式を含む混合定数系についても同様の研究を進める。

境界入力をもつ放物型偏微分方程式と常微分方程式から構成される混合定数系を状態フィードバック制御により安定化する研究報告はあるが、少ない個数の点センサと有限次元コントローラを用いて安定化できれば、実装上、非常に経済的である。このことが可能かどうかは半群理論を用いることにより証明できる。本研究では、ノイマン制御の場合/ディリクレ制御の場合と場合分けして議論する。ノイマン制御の場合には佐野の最近の結果が使えるが、ディリクレ制御の場合には作用素の分数冪による手法のみでは対応しきれないので、別のアプローチが必要になる。このように本研究は、半群理論を用いてコントローラ的设计法を与えるという学術的な意味をもち、また、有限次元制御対象を無限次元システムを通して遠隔操作

するという工学的応用を視野に入れている。

3. 研究の方法

混合定数系の安定化では、ノイマン境界制御・ディリクレ境界観測を伴う放物型偏微分方程式と常微分方程式から構成される混合定数系を取り上げる。はじめに、1次元領域上で定義されたノイマン境界制御・ディリクレ境界観測を伴う放物型偏微分方程式の部分を関数空間の中で定式化する。これについては佐野の先の結果(佐野, 2010)を用いて、有界入力作用素と非有界出力作用素を有する発展方程式系として定式化できる。これに常微分方程式によって記述される有限次元制御対象をカスケード接続した系が、抽象的空間の中で記述される混合定数系である。混合定数系をモード分解して、三つのサブシステムに分ける。まず、低次のモードに対応するサブシステムを有限次元モデルとし、これに対して効果的に働く安定化コントローラ(A)を構成する。つぎに、中次のモードに対応するサブシステムを用いて RMF (B)を構成する。ここで、(A), (B)からなる有限次元コントローラが元の混合定数系に対して安定化コントローラとして機能するか理論的に考察する。具体的には、有限次元コントローラを取り付けた後の閉ループ系を記述する作用素が、指数安定な半群を生成するか解析する問題になる。もし、指数安定な半群を生成することが示せなかった場合には、カスケード接続の仕方を調整する。これは接続の部分にスピルオーバー現象が生じる可能性があるためである。最終的に、指数安定な半群を生成するような有限次元コントローラ(あるいはそれを含む仕組み)ができた後に、計算機を使って閉ループ系の時間発展を確認するための数値実験を行う。

つぎに、ディリクレ境界制御・ディリクレ境界観測を伴う放物型偏微分方程式と常微分方程式から構成される混合定数系を取り上げる。ディリクレ制御の場合は、ノイマン制御の場合と異なり、作用素の分数冪による手法のみでは対応しきれない。これは出力作用素の非有界性の度合いが高くなり、well-posedでない系になってしまうためである。このため、まず1次元領域上で定義されたディリクレ境界制御・ディリクレ境界観測を伴う放物型偏微分方程式を関数空間の中で定式化し、それに対する有限次元安定化コントローラの構成法を確立する必要がある。その後、基本的にノイマン境界制御のときと同様のステップで研究を行うが、混合定数系を扱う前の問題の難しさがある。

4. 研究成果

研究期間全体を通して、1次元領域上で定義されたディリクレ境界制御・ディリクレ境界観測を伴う放物型偏微分方程式の定式化と有限次元安定化コントローラ構成法の確立が鍵となるテーマであったが、研究の早い段階で研究成果(H. Sano, Journal of

Mathematical Analysis and Applications, Vol. 388, pp. 1194-1204, 2012)を得ることができた。その後、それを基にして関連する研究を進めていくことができ、混合定数系の安定化をはじめとし、並流型熱交換プロセスの制御やフォーメーションの制御など、多くの研究成果を収めることができた。以下、順に詳細を記す。

(1) 混合定数系の安定化: はじめに、ノイマン境界制御・ディリクレ境界観測を伴う1次元拡散プロセスと不安定なODEプラントがあるフィルタを通してカスケード接続された混合定数系の、有限次元コントローラによる安定化問題を扱った。ODEプラントは可制御かつ可観測であると仮定した。1次元拡散プロセスの部分は佐野(2010)と同様の手法を用いて、有界な入力作用素、非有界な出力作用素を有する発展方程式系として定式化した。特に、カスケード接続する際のフィルタにRMFを用いたとき、系全体の有限次元モデルが可制御かつ可観測になることを示し、従来のRMFの手法による有限次元安定化コントローラの構成が可能であることを明らかにした。さらに、1次元拡散プロセスの部分を1次元移流拡散プロセスに置き換えても、同様の手法で有限次元安定化コントローラが構成できることを示した。つぎに、ディリクレ境界制御・ディリクレ境界観測を伴う1次元移流拡散プロセスと不安定なODEプラントが、RMFを通してカスケード接続された混合定数系の、有限次元コントローラによる安定化問題を扱った。ここでも、ODEプラントは可制御かつ可観測であると仮定した。1次元移流拡散プロセスの部分はSano(2012)と同様の手法を用いて、有界な入力作用素と非有界な出力作用素、そして直達項を有する発展方程式系として定式化し、これにODEとRMFを取り付けた系全体に対して、モード展開を行うことにより有限次元モデルを導出した。ここで、その有限次元モデルが可制御かつ可観測になることを示し、その事実に基づき、従来のRMFを含む構造をもつ有限次元安定化コントローラの構成が可能であることを半群理論を用いて証明した。

(2) 拡散プロセスおよび並流型熱交換プロセスの出力トラッキング制御: はじめに、ノイマン境界制御・ディリクレ境界観測を伴う1次元拡散プロセスの出力トラッキング制御問題を取り上げた。出力の値を指定したときの平衡状態と、拡散プロセスとの誤差を記述する誤差システムを安定化するために、佐野(2010)と同様の手法を用いて、有界な入力作用素、非有界な出力作用素を有する発展方程式系として定式化し、RMFを併用した有限次元コントローラを構成した。特に、ポテンシャル項の係数に関するある条件のもとで、そのコントローラによって出力トラッキングが達成できることを明らかにした。つぎに、

拡散項を有する並流型熱交換方程式の、ディリクレ境界制御・分布観測のもとでの出力トラッキング制御問題をとり上げた。出力の値を指定したときの平衡状態と、熱交換プロセスとの誤差を記述する誤差システムを安定化するために、バックステッピング法を用いた状態フィードバック則の構成法を与えた。また、分布入力と境界入力をもつ一階双曲型偏微分方程式系により記述される並流型熱交換プロセスに対し、出力トラッキング制御問題を扱った。ここでは、分布入力に静的な出力フィードバックを施し、境界入力をゼロとした閉ループ系を記述する半群が、spectrum determined growth condition を満たすことを示し、バックステッピング法を適用して、出力トラッキングが達成できるように境界への制御入力を決めた。

(3) プラグフロー反応プロセスおよび並流型熱交換プロセスの安定性向上制御：はじめに、ディリクレ境界制御・ディリクレ境界観測を伴うカップリングした1次元移流拡散方程式系を、代数的方法と非有界作用素の分数冪を用いて、有界な入力作用素、非有界な出力作用素をもつ発展方程式系として定式化した。特に、系への入力には入力変数とその時間微分が入り、出力に入力変数が含まれる構造になっている。この系に対して、モード展開法を用いて有限次元モデルを導出し、それが可制御かつ可観測になることを示し、そのモデルに対して安定度を高めるための有限次元コントローラを構成した。そして、そのコントローラにRMFを追加した有限次元コントローラが、元の無限次元系に対して安定度を高めるためのコントローラとして機能することを半群理論を用いて示した(H. Sano, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 388, pp. 1194-1204, 2012)。また、拡散項を有する並流型熱交換方程式の、ディリクレ境界制御・ディリクレ境界観測のもとでの安定性向上問題に対しても、Sano (2012)と同様の手法を用いて安定度が高められることを示した。一方、バックステッピング法を用い、境界制御および境界観測のもとで、拡散項を有する並流型熱交換方程式の安定度を高めるための制御系設計問題を扱った。ここでは、新しい変数を導入することにより、カップリングしない二つのサブシステムに分離している。各サブシステムに対してバックステッピング法を適用し、オブザーバを基にして構成された無限次元コントローラが、元の系全体に対して安定度を高めるためのコントローラとして働くことを示した。センサとアクチュエータの配置が、コロケートされた場合とそうでない場合についてそれぞれコントローラを与えた。

(4) 偏微分方程式を用いたフォーメーション制御：はじめに、群ロボットのフォーメーション制御などに対し、集中定数系からの

アプローチにおいて、しばしば用いられている分散合意の常微分方程式系を、境界条件に時間微分が入った拡散方程式で近似し、境界上のディリクレデータおよびノイマンデータをシステムからの出力とする境界制御・境界観測系の、平衡状態への安定化問題を取り上げた。ここでは、RMFを含む構造をもつ有限次元コントローラを提案し、指定した減衰率をもつ速さでフォーメーションが達成できることを示した。つぎに、上述の拡散方程式を、スツルム・リウヴィル型作用素によって記述される放物型偏微分方程式で置き換えた問題を取り上げた。このように、作用素を一般化することで、達成し得るフォーメーションの形状をより一般化できるという利点がある。このシステムに対し、Sano (2012)と同様の手法を用いて、有界入力作用素と非有界出力作用素を有する発展方程式系として定式化し、モード展開を行うことにより有限次元モデルを導出した。そして、その有限次元モデルが可制御かつ可観測になることを示し、RMFを含む構造をもつ有限次元コントローラによって、平衡状態への安定化が任意の減衰率で達成できることを半群理論を用いて証明した。さらに、Matlabを用いた数値実験を行い、構成された制御則の有効性を検証した。図1は“U”の字へのフォーメーションを行ったときの例である。

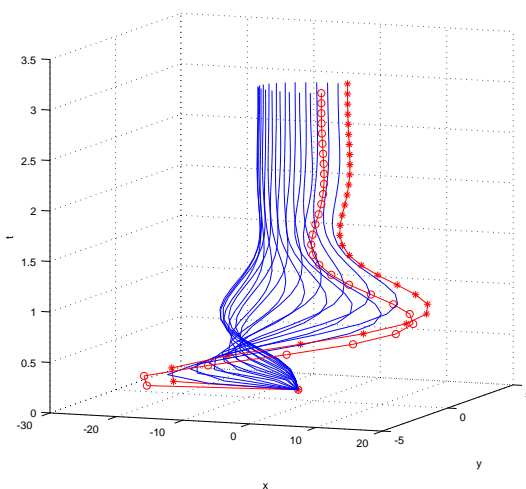


図1 “U”の字へのフォーメーション

(5) 内部にフィードバックループを有する線形放物型システムの安定化：はじめに、内部にフィードバックループを有する線形放物型システムの、出力フィードバック制御による安定化問題を扱った。例えば、固体燃料ロケットの燃焼を表す最もシンプルなモデルとして用いられる、境界上に点熱源をもつ熱拡散系は、内部にフィードバックループを有する線形放物型システムと見なすことができるが、この放物型システムに対して、分布制御・分布観測のもとで有限次元コントローラによる安定化法を考案した。この系は、

Sano (2012)と同様の手法を用いて重み付けられたルベーク空間の中で定式化すると、有界な入出力作用素をもつが、システム作用素が自己共役ではない発展方程式系として表される。特に、内部で働くフィードバック項の影響でシステム作用素の自己共役性が崩れるため、制御が難しくなっている。ここでは、内部のフィードバックループのゲインに有限次元性の仮定をおき、モード展開を行うことにより有限次元モデルを導出し、有限次元モデルの可制御性・可観測性に関する仮定のもとで、安定半径に基づく方法ならびにRMFを併用した方法の、二通りの方法で有限次元安定化コントローラの構成が可能なことを半群理論を用いて示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 17 件)

- ① H. Sano, Feedback stabilization of one-dimensional parabolic systems related to formations, Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Technical Sciences, 査読有, Vol. 63, No. 1, 2015, pp. 295-303
DOI:10.1515/bpasts-2015-0034
- ② Hideki Sano, Boundary control of a parallel-flow heat exchange process with boundary observation, Preprints of the 8th Vienna International Conference on Mathematical Modelling, 査読有, 2015, pp. 771-776
- ③ Hideki Sano, Dirichlet boundary stabilization of unstable mixed parameter systems, Proceedings of the 2014 International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and Industry, 査読有, 2014, pp. 261-266
DOI:10.1109/MCSI.2014.14
- ④ Hideki Sano, Modal control of linear parabolic systems with internal feedback loop, Advances in Differential Equations and Control Processes, 査読有, Vol. 14, No. 1, 2014, pp. 55-70
- ⑤ Hideki Sano, Modal control of a diffusion system related to linear formations, Advances in Differential Equations and Control Processes, 査読有, Vol. 11, No. 1, 2013, pp. 53-70
- ⑥ Kouta Matsumoto and Hideki Sano, On output tracking control of a parallel-flow heat exchanger equation with diffusive terms, JP Journal of Heat and Mass Transfer, 査読有, Vol. 6, No. 3, 2012, pp. 213-222
- ⑦ 佐野英樹, 有限次元コントローラを用いた不安定な混合定数系の安定化, 計測自動制御学会論文集, 査読有, Vol. 48, No. 4, 2012, pp. 185-192
- ⑧ Hideki Sano, Stability-enhancing control of a coupled transport-diffusion system with Dirichlet actuation and Dirichlet measurement, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 査読有, Vol. 388, 2012, pp. 1194-1204
DOI:10.1016/j.jmaa.2011.11.011
- ⑨ 佐野英樹, 榎園大知, 南條雅文, 江頭佑典, バックステップング法を用いた拡散項を有する並流型熱交換方程式の出力フィードバック制御, システム制御情報学会論文誌, 査読有, Vol. 24, No. 11, 2011, pp. 269-279
- ⑩ Hideki Sano, Output tracking control of a parallel-flow heat exchange process, Systems & Control Letters, 査読有, Vol. 60, 2011, pp. 917-921
DOI:10.1016/j.sysconle.2011.07.011
- ⑪ Hideki Sano, Output tracking control of a diffusion process with boundary inputs, JP Journal of Applied Mathematics, 査読有, Vol. 1, No. 1, 2011, pp. 19-34

[学会発表] (計 12 件)

- ① 佐野英樹, 並流型熱交換プロセスに関連した移流拡散系の境界制御, 第1回計測自動制御学会 制御部門マルチシンポジウム, 2014.3.5, 電気通信大学(東京都)
- ② 佐野英樹, 内部にフィードバックループを有する線形放物型システムのモード制御, 日本応用数理学会 環瀬戸内応用数理研究部会 第17回シンポジウム, 2014.1.12, 愛媛大学(愛媛県)
- ③ 佐野英樹, Stabilization of linear parabolic systems with internal feedback loop, 岡山理科大学における微分方程式セミナー(微分方程式セミナー通算第36回), 2013.9.9, 岡山理科大学(岡山県)
- ④ 佐野英樹, フォーメーションに関連した放物型システムの制御について, 第38回発展方程式研究会, 2012.12.23, 日本女子大学目白キャンパス(東京都)
- ⑤ Hideki Sano, Dirichlet boundary control

of an unstable ODE plant with a diffusion process in the actuation path, MTNS' 12, 20th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, 2012. 7. 13, Melbourne (Australia)

- ⑥ Hideki Sano, Feedback stabilization of an unstable ODE plant with a diffusion process in the actuation path: an RMF approach, EUROSAM' 11, 2011. 12. 29, Montreux (Switzerland)
- ⑦ 佐野英樹, 拡散プロセスを通して駆動される集中定数プラントの安定化, 第 37 回 発展方程式研究会, 2011. 12. 24, 岐阜大学 教育学部 (岐阜県)
- ⑧ 佐野英樹, ある不安定な混合定数系の安定化について, 第 40 回制御理論シンポジウム, 2011. 9. 27, ホテルコスモスクエア 国際交流センター (大阪府)

[図書] (計 0 件)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐野 英樹 (SANO, Hideki)

神戸大学・大学院システム情報学研究科・
教授

研究者番号：7 0 2 7 8 7 3 7