

平成 26 年 6 月 9 日現在

機関番号：17401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540147

研究課題名(和文) 時間依存の摂動をもつマルコフ過程の大域的性質とその応用

研究課題名(英文) Global properties for Markov processes with time dependent perturbations and their applications

研究代表者

金 大弘 (KIM, Daehong)

熊本大学・自然科学研究科・准教授

研究者番号：50336202

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、時間に依存する摂動をもつマルコフ過程における大域的性質を究明し、その結果を広い意味での最適化問題とその周辺問題へ応用することができた。特に、ディリクレ形式論やポテンシャル論といった解析学的な取り組みを通じてマルコフ過程を扱うことで、時間に依存する摂動をもつマルコフ過程における様々な確率論的主張およびその応用分野の諸問題に対して、新しくより見通しの良い解析学的理論展開を構築することができた。

研究成果の概要(英文)：In this study, we were able to investigate the global properties of Markov processes with time dependent perturbations and applied our results to the surrounding problems such as optimizations in a broad sense. In particular, by making use of potential theory and Dirichlet form theory, we were able to obtain some new analytic perspective in studying the Markov processes with time dependent perturbations.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：確率論 確率解析 確率過程論

1. 研究開始当初の背景

(1) 摂動パラメータをもつ拡散過程モデルにおける研究は、広い意味での最適化問題とその周辺問題への応用の要請から様々な側面より取り組まれてきた。その中でも、ある領域上における摂動パラメータ付き拡散過程の滞在時間や初到達時間の分布などを考える問題で、ドリフト項や領域の境界条件など、いわゆる正則性を持たない場合が問題となっていた。実際、この場合においては古典的な手法である大偏差原理論や伊藤の確率解析などの確率論的アプローチが困難である。

(2) 一方、M. Silverstein 氏や福島正俊氏によって発展されてきたディリクレ形式論は、一般的にマルコフ過程という非常に都合のよい確率過程と深い繋がりがあることが判明されており、正則性を持たない摂動パラメータ付き拡散過程の研究において新しい一つの突破口になりうる。本研究の背景には、ディリクレ形式論という解析学的取り組みを用いて、より広い意味での摂動付きマルコフ過程に関する様々な確率論的主張を明らかにすることであった。

2. 研究の目的

(1) 本研究では、数理物理や数理工学分野などにおいてその必要性が幅広く要求されつつある“時間に依存する摂動パラメータ”をもつマルコフ過程に対する大域的性質とその周辺問題を(時間依存の)ディリクレ形式論やポテンシャル論といった解析学的取り組みを通じて解析することで、より広いクラスの“時間非同次マルコフ過程”における様々な確率論的主張およびその応用分野の諸問題に関する新しくより見通しの良い解析学的理論展開を構築することを目的とした。

(2) 研究の目的における重要な意味づけを大きく分けて3つほど挙げられる。その1つ目は、クーリング・スケジュールと呼ばれる時間に依存する摂動パラメータをもつ拡散過程である焼きなまし過程(simulated annealing)などを遙かに含む、より一般的な時間依存の摂動をもつマルコフ過程の大域的性質における総括的な扱いが容易であること。その2つ目は、時間依存の摂動をもつ一般的な拡散過程がどのような条件の下で再帰的あるいは非再帰的であるかは、ディリクレ形式論の立場より解析的に調べることがより見通しがよい。その3つ目は、時間によって変化する任意領域上で定義された広いクラスの拡散過程に対する挙動解析は、時間依存の摂動をもつ拡散過程問題へ帰着できること。

3. 研究の方法

(1) 本研究は、申請者と分担者である桑江一洋氏とで定期的に研究打ち合わせを行うこ

とで共同研究をおこない、その成果を連携研究者の上村稔大氏と塩沢裕一氏に検討をお願いする形式で研究を進行させてきた。また、関連する最新の研究資料と情報の収集や類似分野の書籍・論文集などを購入することにより、それらを通じて研究に必要な知識や手法も修得した。

(2) 国内外の他の関連研究者との定期的な研究打ち合わせや情報交換を行なうことで、その成果を本研究に還元することができた。特に、アメリカ University of Washington の Z.-Q. Chen と韓国ソウル大学の Panki Kim の両教授を招聘して本研究課題の成果における意見交換や新しい応用分野への共同研究計画の立ち上げなどを行うこともできた。

4. 研究成果

本研究期間中挙げられた研究成果は大きく分けて4つの分野別テーマに渡る。

(1) ランダム媒質中の多次元拡散過程における挙動解析：自己相似性をもつランダム媒質中の1次元拡散過程における劣拡散性をめぐる問題は、多次元モデルへのアプローチが容易ではないとされていた。この研究では摂動パラメータ付きの多次元拡散過程(焼きなまし過程)におけるスペクトルギャップの摂動を弱めたときの漸近挙動の評価がランダム環境を表すポテンシャルから定まるある幾何学的量に関連することを利用してランダム媒質中の多次元拡散過程における軌跡集合過程の劣拡散性をディリクレ形式論の枠組みで証明した(発表論文 参照)。また、未知であるマルコフ連鎖のターゲット密度関数を近似する方法について、逐次モンテカルロに対する効率的なノン・ランダム的リサンプリング法の可能性を韓国科学技術院の Daeyoung Kim 教授チームとの共同研究で一定の成果得た(発表論文 参照)。

(2) 一般化されたファインマン-カツツ汎関数付き Donsker-Varadhan 型大偏差原理：零エネルギー加法汎関数を含む飛躍型ファインマン-カツツ汎関数付きの Donsker-Varadhan 型大偏差原理を、その汎関数に対応する Revuz 測度の最も弱い条件で成立させた。また、その結果を用いることで零エネルギー加法汎関数を含む飛躍型ファインマン-カツツ半群のスペクトル半径の L_p 独立性も証明した。この L_p 独立性の結果は、ファインマン-カツツ汎関数における可積分性の問題と深いかわりがあり、シュレディンガー作用素に対する劣臨界性問題(正值グリーン関数の存在性問題)へ取り組むための準備的な位置づけをもつ研究であった。研究結果は現在専門ジャーナルへ投稿中である。

(3) 一般化されたファインマン-カツツ汎関数の可積分性問題とその解析学的特徴づ

け：(2)の研究で明らかにした零エネルギー加法汎関数を含む飛躍型ファインマン・カツ半群に対するスペクトル半径の L_p 独立性を用いてシュレディンガー作用素の劣臨界性やファインマン・カツ汎関数に対する可積分性などが判定できる解析学的特徴づけを与えることで、この問題における Z. Zhao, Z.Q. Chen や竹田雅好氏などによる先駆的な研究結果をはるかに含む結果を得ることができた。この研究成果は 2012 年にポーランドで開催された 6th Inter. Conf. Stochastic Analysis and Applications で発表された。研究論文は現在専門ジャーナルへ投稿中。

(4) 一般化されたファインマン-カツ汎関数の可積分性に対する解析学的特徴づけをめぐる応用問題：(3)の研究で明らかにした可積分性に対する解析学的特徴づけの結果の応用問題として、マルコフ過程に対するグローバルな熱核の上下評価や超縮小性をもつマルコフ過程から生成される半群に対して、零エネルギー加法汎関数を含む飛躍型ファインマン・カツ半群を考えた際に、上述した解析学的特徴づけの条件は、グローバルな熱核の上下評価や超縮小性などが保たれるか否かを判定する基準としてその重要な役割を果たすことを証明した(発表論文 参照)。一方、ファインマン・カツ汎関数の可積分性に対する解析的特徴づけは一意的ではない。従って、最も計算が容易な特徴づけを与えることができるのは応用上重要な意味をもつが、本研究では、この問題に対しても意味ある一定の結果を得ることに成功した。研究結果は現在専門ジャーナルへ投稿中。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計8件)

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae, On a stability of heat kernel estimates under generalized non-local Feynman-Kac perturbations for stable-like processes, Festschrift Masatoshi Fukushima (World Scientific Reivew), 査読有, 2014, 掲載決定.

Kazuhiro Kuwae, Jensen's inequality on convex spaces, Calc. Var. Partial Differential Equations 49, 査読有, No.3-4, 2014, 1359-1378.
DOI:10.1007/s00526-013-0625-5

Inpyo Hong, Daeyoung Kim and Daehong Kim, Restrained Resampling for Sequential Monte Carlo Methods, Proceedings of the IASTED International Conference Signal and Image Processing, (Honolulu, USA) 査読有, 2012, 68-78.
DOI: 10.2316/P.2012.786-083

Zhen-Qing Chen and Kazuhiro Kuwae, On subharmonicity for symmetric Markov processes, J. Math. Soc. Japan, 査読有, Vol.64, No.4, 2012, 1181-1209.
<http://projecteuclid.org/DPubS?service=UI&version=1.0&verb=Display&handle=euclid.jmsj/1351516773>

Kazuhiro Kuwae, On Calabi's strong maximum principle via local semi-Dirichlet forms, Potential Anal. 査読有 Vol.37, No.4, 2012, 387-413.
DOI: 10.1007/s11118-011-9266-5

Daehong Kim, Some limit theorems related to multi-dimensional diffusions in a random environment, J. Korean Math. Soc. 査読有, Vol.48, No.1, 2011, 147-158.
DOI : 10.4134/JKMS.2011.48.1.147

Kazuhiro Kuwae, Invariant sets and ergodic decomposition for semi-Dirichlet forms, Forum Math. 査読有, Vol.23, No.6, 2011, 1259-1279.
DOI: 10.1515/form.2011.046

K. Kuwae and T. Shioya, A topological splitting theorem for weighted Alexandrov spaces, Tohoku Math. J. (2), 査読有, Vol.63, No.1, 2011, 59-76.
<http://projecteuclid.org/DPubS?service=UI&version=1.0&verb=Display&handle=euclid.tmj/1303219936>

[学会発表](計11件)

Daehong Kim, Convergence of penalized measures under generalized non-local Feynman-Kac perturbations, Kumamoto probability seminar (2014, 01.06), 熊本大学.

Daehong Kim, On a stability of heat kernel estimates under generalized non-local Feynman-Kac perturbations, マルコフ過程とその周辺 (2013, 11.19), 東北大学.

Kazuhiro Kuwae, Another analytic characterizations of gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals, マルコフ過程とその周辺 (2013, 11.19), 東北大学.

Daehong Kim, Stability results for heat kernels under generalized

non-local Feynman-Kac perturbations, 6th Engineering Workshop between Kumamoto, Shandong and Ajou (2013, 11.09), Ajou University, Korea.

Kazuhiro Kuwae, Resolvent flows for convex functionals and p-harmonic map, Dirichlet Forms and Applications German-Japanese Meeting on Stochastic Analysis (2013, 09.20), Mathematisches Institut der Universität Leipzig, Germany.

Daehong Kim, On a stability of heat kernel estimates under generalized non-local Feynman-Kac perturbations, Okayama Analysis and Probability Seminar (2013, 08.19), 岡山大学.

Kazuhiro Kuwae, Large deviation principles for generalized non-local Feynman-Kac functionals and its applications, Workshop on Stoch. Anal. Rel. Topics. (2012, 11.07), Chinese Academy of Science, China

Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae, On analytic characterization of gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals, 6th Inter. Conf. Stoch. Anal. Appl. (2012, 09.12), Bedlewo, Poland.

Daehong Kim, Analytic condition of gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals, Kyusyu probability seminar (2012, 02.19), 熊本大学

Daehong Kim, Large deviation principles for generalized non-local Feynman-Kac functionals and its applications, 確率解析とその周辺 (2011, 12.21), 関西大学.

Daehong Kim, On a gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals and its applications, Seminar on probability theory and related fields (2011, 07.11), Kansai University.

熊本大学・自然科学研究科・教授
研究者番号：80243814

(3) 連携研究者

上村 稔大 (UEMURA, Toshihiro)
関西大学・理工学部・教授
研究者番号：30285332

塩沢 裕一 (SHIOZAWA, Yuichi)
岡山大学・自然科学研究科・准教授
研究者番号：60454518

6. 研究組織

(1) 研究代表者

金 大弘 (KIM, Daehong)
熊本大学・自然科学研究科・准教授
研究者番号：50336202

(2) 研究分担者

桑江 一洋 (KUWAE, Kazuhiro)