

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 12 日現在

機関番号：16301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540211

研究課題名(和文) 流体の方程式に対する、解の時間大域的挙動に関する研究

研究課題名(英文) Large time behavior of the solutions to the equations of fluid motion.

研究代表者

柳 重則 (Yanagi, Shigenori)

愛媛大学・理工学研究科・准教授

研究者番号：10253296

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円、(間接経費) 780,000円

研究成果の概要(和文)：圧縮性粘性流体のモデル方程式を包括するような、一般的な非線形対称双曲・放物型連立系の研究を行い、半空間上における定常解の存在性および漸近安定性に関する結果を得た。定常解の存在性については、その存在条件が負の特性速度の個数で特徴付け出来ることを発見した。また静岡・川島型の安定性条件の下、エネルギー法を用いることにより、ソボレフ空間における定常解の漸近安定性を証明した。

研究成果の概要(英文)：In the present research, we consider the nonlinear symmetric systems of hyperbolic and parabolic type which describe the motion of compressible and viscous fluids. For this system, we show the existence and asymptotic stability of stationary waves in a half space. We show that the condition for the existence of stationary waves is characterized by the number of negative characteristics. We also prove the asymptotic stability of the stationary waves in a suitable Sobolev space by using the energy method under the stability condition of Shizuta-Kawashima type.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：Navier-Stokes 方程式 圧縮性流体 時間大域的挙動

1. 研究開始当初の背景

(1) Inflow - Outflow 問題

1次元半空間において、境界から流体の流入や流出があるモデルについて考察を行う。この問題は松村氏の論文において提起され、Huang、Xiaoding、Novo等によって研究が進められてきた。その中で、時間大域解は、境界値および初期値の無限遠方における値によって決まる定常解に漸近すると予想されている。一方、柳らは従来より Cauchy 問題に対する Riemann 問題について研究を行ってきたが、この問題の定常解と対応する Riemann 問題とは密接な関係にあることがわかっている。本研究は先行する全空間の結果との相違を明らかにすることにより、境界からの影響を解明する研究として位置づけることができる。

(2) 燃焼モデル方程式に対する初期 - 境界値問題

燃焼モデル方程式に対する初期 - 境界値問題について考察する。このモデル方程式に対しては Bebernes、Bressan 等が先駆けて研究を行ってきたが、解の評価が時間に依存しており、漸近挙動は不明であった。この問題点を解決したのが、柳の結果である。しかしながら、最適な漸近レートは得られておらず、本研究は、漸近の速さの精密化を目指す研究として位置づけられる。

(3) 半導体のモデル方程式に対する問題

半導体のモデル方程式について考察する。このモデル方程式に対しては Markowich 等の研究成果が有名であるが、Doping profile が十分小さい場合にしか適用できないなど、物理的な状況をカバーするものとはなっていない。この点において、本研究では、Doping profile に課す条件を物理的要請を完全に満足する程度まで一般化し、半導体のモデルとして一般性のある研究としての位置づけを行う。

2. 研究の目的

圧縮性 Navier-Stokes 方程式に対する研究は、空間1次元有界領域における1968年のKanel'の論文に端を発し、1970年代にKazhikhov、Shelukhin、板谷氏等によって基礎的な問題はほぼ解決された。その後、外力が存在する場の研究が進められ、1980年代の後半になってB. da Veiga、西田、松村氏等によって様々な問題が解決された。さらに、松村氏と柳は、解が一様有界であるための外力に対する条件を解析し、解の漸近挙動に関する成果を得た。また、柳は燃焼モデル方程式への応用を試み、解の漸近挙動に関する新たな結果を得た。

本研究の目的は、上述の結果を手がかりとして、非有界領域における圧縮性粘性流体の

方程式や、燃焼現象などの流体力学モデル方程式について、特に大きな初期データに対して時間大域解を考察し、その時間大域的挙動を明らかにすることである。

3. 研究の方法

研究は、文献調査および机上における計算を中心に進める。直ちに、燃焼モデル方程式の研究に着手する。この問題に対しては、エネルギー法によるアプローチ、即ち適当なエネルギー不等式を導出し、解の評価を行う方法を検討する。従来の研究においては、定数定常解への漸近および漸近の速さを計算したが、初期値が定数であれば、空間に依存しない解が存在するはずである。この解の性質については容易に解析できるので、これを第一近似と考え、この近似解との差を考察することにより、漸近レートの精密化が行える可能性がある。その際、反応 - 拡散方程式に対して行った、川島氏らの手法を参考とした。

並行して、Inflow - Outflow 問題や半導体モデル方程式の問題について考察を進めていく。手法としては、燃焼モデル方程式の場合と同様、エネルギー法によるアプローチが有効である。Inflow 問題に対するアプローチとしては、1次元モデルにおいて、無限遠方での状態が亜音速のみならず、超音速になっても量子効果により定常解が存在して、この定常解は漸近安定であることを示した松村氏らの手法を参考にして研究を進めていきたい。また、半導体モデル方程式に対しては、中村氏や西畑氏らの最新の結果を参考にして研究を進めていきたい。

また、数学的な解析手法を相互補完する手段として、数値実験的なアプローチも実施する。

4. 研究成果

燃焼モデル方程式に対する初期 - 境界値問題を考察し、解の時間大域的挙動について研究を行った。特に、反応次数の総和を表すパラメータに着目し、このパラメータ m が1より大きい場合に、解は定常解への程度の速さで漸近していくか解析を行った。時間のみに依存し、空間に関しては一様な解が唯一存在し、定常解へ少なくとも t の $-1/(m-1)$ 乗の速さで漸近するとの結論を得た。さらにこの解と方程式の解との差を評価することによって、非常に小さな摂動に対して、残燃料の濃度および絶対温度を表す関数の適当な線形和は、 t の $-1/(m-1)$ 乗の速さで減衰することが示された。

また圧縮性粘性流体のモデル方程式を包括するような一般的な非線形対称双曲・放物型連立系の研究を行い、半空間上における定常解の存在性と漸近安定性に関する結果を得た。定常解の存在性については、その存在条件が負の特性速度の個数で特徴付け出来ることを発見した。また静田・川島型の安定

性条件の下、エネルギー法を用いることにより、ソボレフ空間における定常解の漸近安定性を証明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 5 件)

T. Nakamura and S. Nishibata, "Energy estimate for a linear symmetric hyperbolic-parabolic system in half line." *Kinet. Relat. Models* **6** 883--892 (2013) 査読有

P. M. N. Dharmawardane, T. Nakamura and S. Kawashima, "Decay estimates of solutions for quasi-linear hyperbolic systems of viscoelasticity" *SIAM J. Math. Anal.* **44**, 1976--2001 (2012) 査読有

T. Nakamura and S. Nishibata, "Stationary wave associated with an inflow problem in the half line for viscous heat-conductive gas." *J. Hyperbolic Differ. Equ.* **8**, 651--670 (2011) 査読有

P. M. N. Dharmawardane, T. Nakamura and S. Kawashima, "Global solutions to quasi-linear hyperbolic systems of viscoelasticity." *Kyoto Journal of Mathematics* **51**, 467--483 (2011) 査読有

Y. Ueda, T. Nakamura and S. Kawashima, "Energy method in the partial Fourier space and application to stability problems in the half space." *J. Differential Equations*, **250**, 1169--1199 (2011) 査読有

[学会発表](計 11 件)

T. Nakamura, "Stationary wave to systems of viscous conservation laws in half line" *IMS Workshop on Nonlinear PDEs from Fluids and Related Topics*(招待講演), Chinese University of Hong Kong, 2014 年 3 月 24 日

中村 徹, 「消散的な対称双曲放物型連立系に現れる定常波の存在性と漸近安定性」, 第 11 回浜松偏微分方程式研究集会(招待講演), 静岡大学, 2013 年 12 月 24 日

中村 徹, 「1 次元対称双曲放物型連立系に現れる境界層解について」第 3 回室蘭非線

形解析研究会(招待講演), 室蘭工業大学, 2013 年 11 月 2 日

T. Nakamura, "Stationary wave to systems of viscous conservation laws in half line" *RIMS Workshop "Kinetic Modeling and Related Equations: Conference in Memory of Seiji Ukai"* (招待講演), 京都大学, 2013 年 10 月 29 日

T. Nakamura, "Boundary layer solution to system of viscous conservation laws in half line" 研究集会「第 9 回非線型の諸問題」(招待講演), 高知大学, 2013 年 9 月 5 日

T. Nakamura, "Boundary layer solution to the symmetric hyperbolic-parabolic system" *The 7th Japanese--German International Workshop on Mathematical Fluid Dynamics* (招待講演), 早稲田大学, 2012 年 11 月 8 日

T. Nakamura, "Boundary layer solution to systems of viscous conservation laws in half line" *14th International Conference on Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications*, University of Padova, Italy, 2012 年 6 月 26 日

中村 徹, 「半直線上の粘性的保存則系に対する定常解の存在性と漸近安定性」非線形解析セミナー, 東京工業大学, 2012 年 5 月 28 日

T. Nakamura, "stationary wave to the symmetric hyperbolic-parabolic system in half space" *Analysis of Partial Differential Equations*, San Diego, California, USA, 2011 年 11 月 5 日

中村 徹, 「熱伝導圧縮性粘性流体に現れる境界層解の存在性と漸近安定性」日本流体力学会, 首都大学東京, 2011 年 9 月 7 日

T. Nakamura, "Asymptotic stability of stationary waves for symmetric hyperbolic-parabolic system in half space" *RIMS 研究集会「流体と気体の数学解析」*, 京都大学数理解析科学研究所, 2011 年 7 月 8 日

[図書](計 0 件)

[産業財産権]
出願状況(計 0 件)

名称:

発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

柳 重則 (YANAGI, Shigenori)
愛媛大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：10253296

(2) 研究分担者

中村 徹 (NAKAMURA, Tohru)
九州大学・大学院数理学研究院・助教
研究者番号：90432898

(3) 連携研究者

()

研究者番号：