

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 6 日現在

機関番号：18001

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540314

研究課題名(和文) 磁場を持つ高密度天体の平衡・準平衡解計算法の総合的開発と重力波天文学への応用

研究課題名(英文) Formulations and numerical methods for strongly magnetized compact objects in equilibrium or quasi-equilibrium, and their applications to gravitational wave astronomy

研究代表者

瓜生 康史 (Uryu, Koji)

琉球大学・理学部・教授

研究者番号：40457693

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円、(間接経費) 1,080,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、マグネターのモデルである強磁場を伴う中性子星の数値解を求めるための定式化と、様々な単独または連星の高密度天体の平衡・準平衡状態を計算する数値計算コード、COCAL (Compact Object Calculator) の開発を行った。このコードで求まる数値解は、これらの高密度天体の構造を調べるだけでなく、数値シミュレーションの初期条件や重力波源のモデルとしても応用が可能である。これまでに、高速で剛体または差動回転する中性子星、強磁場を伴う中性子星、連星ブラックホールの数値計算コードを開発した。現在これらのコードの精度の較正と、連星中性子星コードの開発を継続している。

研究成果の概要(英文)：We have derived new formulations for computing equilibria of strongly magnetized compact objects, and have been developing a set of new versatile codes, COCAL (Compact Object Calculator), for computing numerical solutions of various compact objects. Those solutions are useful not only for studying the structures of the compact objects, but also serve as initial data of simulations. The codes for computing uniformly or differentially rotating compact stars, strongly magnetized compact stars, and binary black hole initial data with the excision boundary as well as the trumpet puncture methods have been successfully developed. Calibrations of these codes are in progress, and the code for computing binary neutron stars in quasi-equilibrium is under construction.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：相対論・重力(理論) 重力波 相対論的宇宙物理学 数値相対論 相対論的回転星 中性子星磁場  
連星ブラックホール 連星中性子星

### 1. 研究開始当初の背景

本研究計画を開始した 2011 年度に、国内でも世界の次世代重力波検出器と同等の性能を持つレーザー干渉計型重力波検出器 KAGRA の建設が始まった。当時、米国の重力波検出器 LIGO、フランス - イタリア共同の VIRGO、ドイツの GEO600 等が、重力波を直接検出することには成功しなかったものの、設計上の最高感度に到達し、様々な重力波源の出現頻度上限を与えられるようになっていた。これらの後継である次世代検出器 Advanced LIGO, VIRGO, KAGRA は、早ければ 2015 年頃にも稼働し、その数年後に連星中性子星や連星ブラックホールの合体直前の最後の数分間に放射される重力波を初めて直接検出し、さらに検出器が最高感度に達した際には、この様な重力波を年に数回 ~ 数十回程度検出すると期待されている。また、LISA, DECIGO といった人工衛星を用いた検出器は連星白色矮星、銀河中心の巨大ブラックホールの合体や宇宙論的な背景重力波等、様々な重力波源からの重力波を観測できると考えられている。これらの重力波観測により、高密度星の中心部やブラックホール近傍、あるいは宇宙の晴れ上がり以前の初期宇宙など、光では観測不可能な所からの情報を得られるようになる。10 ~ 20 年後には、重力波天文学は宇宙物理の分野で重要な位置を占めるようになるだろう。

重力波観測から重力波源の物理を読み取るためには重力波源となる高密度天体と重力波形の精密な理論モデルを構築する必要がある。最近では、数値相対論を用いて地上の重力波検出器の最も有力な重力波源である連星中性子星、連星ブラックホール、中性子星 - ブラックホール連星、及び大質量星のコアの重力崩壊のシミュレーションが世界的に活発に行われている。最も困難とされていた円軌道からのブラックホール合体のシミュレーションが、2005 年頃から十分な精度で行われるようになり、数値相対論の方法はほぼ確立された。近年では、数値相対論は現実的な高密度天体に関する現象から、理論的な問題まで、広い範囲に応用されるようになってきた。例えば、ニュートリノ輸送や電磁場を考慮に入れた現実的な重力崩壊シミュレーション、特異点形成や表面積定理などのブラックホールの理論的問題の解明、あるいは、重力波観測に利用する連星ブラックホールや連星中性子星の重力波形のテンプレートの作成等に応用されるようになってきた。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は現実に宇宙に存在すると考えられる様々な高密度天体の平衡状態（または準平衡状態）を求めるための、最も一般的な定式化とこれらを統一的に計算可能な数値計算コードを開発することである。目標とする天体は、高速で一樣回転または差動回転する中性子星、回転と強磁場で変形する中

性子星、連星ブラックホール、連星中性子星、ブラックホール - 中性子星連星、ブラックホールその周りの自己重力ガス円盤、などである。特に、強磁場を持つ相対論的回転星の解については、これまでに計算されていないトロイダルとポロイダル両成分の磁場を持つ平衡解を計算できるコードを開発し、マグネターのモデルとなり得るような強い磁場を持つ中性子星の解を求める。さらにこの解を数値相対論的シミュレーションの初期条件として提供するのに必要なシステムの構築を試みる。

また、地上の干渉計型重力波検出器の最も重要な重力波源である、連星中性子星や連星ブラックホールの準平衡状態を計算するコードを開発し、数値シミュレーションの現実的な初期条件や、準平衡状態を元にした重力波形のモデルを構築し、この波形を用いて中性子星内部の高密度核物質の状態方程式の不定性に対する制限を導くといった問題に取り組む。

### 3. 研究の方法

(1) 高密度天体の平衡状態や定常状態を計算する際には、MHD-Euler 方程式に含まれる時間微分項を（慣性系または回転系で）落とした方程式を解く必要がある。このような偏微分方程式を直接積分することは困難であるため、通常この方程式の第一積分を導出して解く。磁場を持つ連星中性子星については、これまでに Bekenstein らによって導かれた定式化を元にして、パリ天文台の Eric Gourgoulhon 氏とサウサンプトン大の Charalampos Markakis 氏との共同研究で一般化された熱力学の定式化と MHD-Euler 方程式の第一積分の導出に成功している。これは磁気流体の流れ場がポテンシャル流であることを仮定して第一積分を求めるものである。両氏に加えて東大の江里口良治氏、東北大の吉田至順氏、東大大学院生の藤澤幸太郎氏らと共同で、磁場を持つ定常軸対称回転中性子星の定式化を行う。この場合も Bekenstein らによる定式化があるが、これをより一般化するとともに数値計算に適した方程式系に書き直す。

(2) このような定式化を用いて、実際に高密度天体の平衡状態や定常状態の数値解を求める計算コードを開発する。このために、平成 20 ~ 22 年度科研費基盤研究 (C) (20540275) 「磁場をもつ連星中性子星の準平衡状態の計算法の開発」で開発した COCAL (Compact Object CALculator) コードを継続的に発展させていく。COCAL コードでは、基本的な差分法を用いて上述の定式化を数値積分して解く。コードを誰にでも理解しやすく、コード開発に参加しやすくするために、差分公式には主に 2 次精度のものを採用するなど可能な限り単純な方法を用いる、コードを Fortran 90 の標準的なコーディングルールに沿って作成する、といった工夫をし

ている。これにより、卒業研究生や大学院生に対する教育と研究を両立させながらコード開発を進めることが出来る。実際、過去3年間の卒業研究の一部として COCAL コードに重力波放出の四重極公式、連星計算用の Poisson solver, Helmholtz solver, 等を実装した。本計画でも、非等質量連星計算のための計算格子と Poisson solver 等の COCAL コードの基盤整備を継続する。さらに、フランクフルト大の Antonios Tsokaros 氏と共同で、連星ブラックホールを計算するためのサブルーチンの開発を行う。ブラックホールの取り扱い方には、見かけの地平面で境界条件を課す方法と、トランペット型パンクチュア法を用いる。前者は平衡解を計算しやすく、後者は数値シミュレーションに応用しやすいという利点がある。またこれらを取り扱うために必要なグリーン関数などを順次 COCAL コードに実装して行く。

#### 4. 研究成果

(1) 初年度の前半で磁場を持つ高密度天体の定式化を整備した。Ericourgoulhon 氏, Charalampos Markakis 氏, 江里口良治氏らとの共同で、理想磁気流体の方程式系が定常軸対称の場合に可積分であることを仮定した際の最も一般的な定式化を行った。特に、定常軸対称を生成するベクトルに垂直な子午面を分離し、その面上で定義されるマスターポテンシャルを導入することで、相対論的 Grad-Shafranov 方程式を含む Transfield 方程式を、微分形式を用いて完全に共変的な形で導くことに成功した。また、可積分条件がマスターポテンシャルの関数で書かれていることから、例えば、磁場がない場合の回転星、回転がなく磁場だけを持つ星、トロイダルまたはポロイダルのどちらか一方の磁場の成分のみを持つ回転星など、これまで求められてきた様々な場合を統一的に取り扱うことが可能となった。

(2) 期間の2年度から3年度目にかけてこの定式化を数値計算に利用しやすい形に修正した後、COCAL コードに実装した。重力と電磁場の計算には Einstein 方程式と Maxwell 方程式の全成分を解く、Waveless 定式を用いた。この定式化では、座標(ゲージ)条件として、一般化された横波条件(Dirac 条件と Coulomb ゲージ条件)を用いる。これにより場の方程式が楕円型方程式となり、COCAL に実装されている楕円型方程式ソルバーで解を求めることができるようになる。これと、上述の磁気流体の方程式系の第一積分を同時に逐次的に解くコードを開発した。このコードを用いて、約 1.4 太陽質量で質量半径比  $M/R$  が幾何学単位系で約 0.14 程度の星のモデルで、 $10^{17} \sim 10^{18}$  ガウスに達する極めて強い磁場を持つ回転高密度星の数値解の計算に成功した。図1はこのような解の子午面内の図で、矢印は磁場のポロイダル成分、色密度プロットは磁場のトロイダル成分、等高線は星

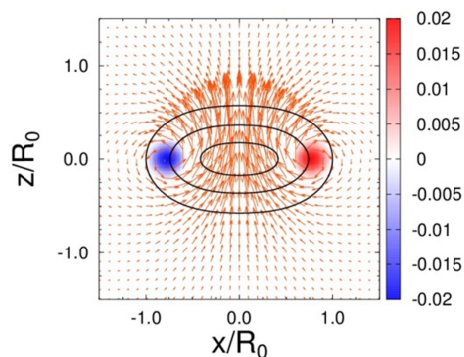


図1: 強磁場により変形した回転星の子午面内での磁場と密度分布

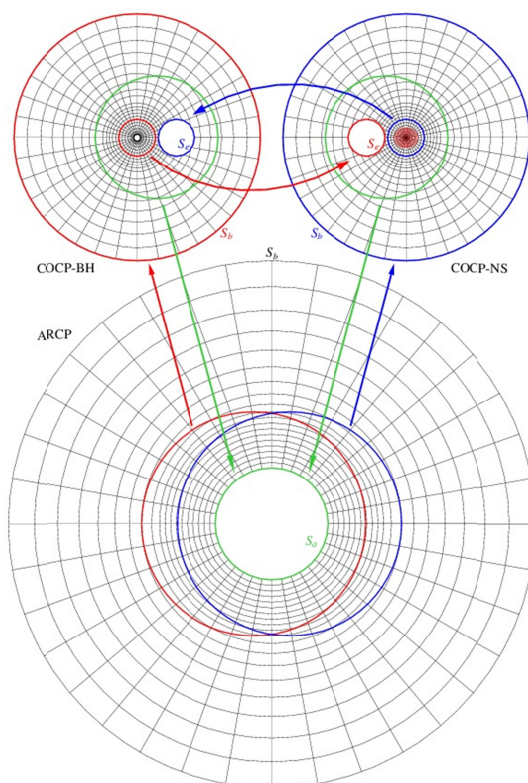


図2: 連星計算用の極座標格子(赤道面)

の等密度線を表し一番外側の等高線は星の表面に対応する。この結果を論文にまとめ現在学術誌に投稿中である。

(3) 初年度の前半には、上述の COCAL コードの基礎、特に複数の極座標を組み合わせた座標格子の生成法と、その座標格子上で楕円型方程式の数値解法も完成させた。COCAL コードの楕円型方程式ソルバーは極座標展開した Green 関数を用いるため、図2のように、ブラックホールや中性子星の中心と連星の重心に座標の原点を取った極座標格子を3パッチ準備する。この数値解法を用いて、バイナリーブラックホール(以下 BBH)の初期データを計算することに成功した。ここでは、空間的メトリックが共形平坦であることを仮定した下で Einstein 方程式の拘束条件と空間的トレースの 5 成分を解く Isenberg-Wilson-Mathews(以下 IWM)定式(または Thin-Sandwich 定式)を用いた。また、見かけの



地平面で境界条件を課し、非等質量で任意の方向に自転をする2つのブラックホールがほぼ円軌道にあるようなデータを計算した。自転と公転が同期している場合と非回転的な場合については軌道半径を変化させた解系列の計算を行い、先行研究の結果と一致していることを確認した。また、Philippe Grandclement 氏が開発中の KADATH コードで計算した BH 初期データと COCAL コードで計算した同じモデルのデータとの比較を共同で行い数値解の精度の評価を行った。これらの結果は Tsokaros 氏、Grandclement 氏との共著で3本の論文にまとめ出版された。

BBH 初期データについては、さらに、トランペットパンクチュア型の解を求めるためのコードを開発した。この計算コードのために COCAL に実装されている Green 関数を用いた楕円型方程式ソルバーでトランペットパンクチュア型の解を求めるのに適した定式化も行った。単独のトランペットパンクチュア型ブラックホールのデータは先行研究の結果と良く一致し、現在 BBH の場合についてテスト計算を行っている。これにより、見かけの地平面内をくり抜く手法だけでなく、数値相対論的シミュレーションで良く用いられるトランペットパンクチュア型データを COCAL コードで計算できるようになった。今後さらにテスト計算を進め、論文にまとめたい。

(4) 最終年度の前半で、COCAL コードの基本的な部分をなす相対論的高速回転星計算コードの精度の改良と、差動回転する場合への拡張を行った。ここでも、空間的メトリックが共形平坦である IWM 定式を用いて解を計算した。差動回転への拡張については、東大の吉田慎一郎氏と共同で、計算のしやすい新たな差動回転則を導き、これをコードに実装した。剛体回転と差動回転の両方の場合について数値解が相対論的なピリアル定理を満たすこと、また複数の異なった方法で計算した質量や角運動量が矛盾なく計算出来ているかを確認することで、コードの較正を行った。さらに、同様のテスト計算を上述の Waveless 定式を用いたコードについても進めており、これまでの所、剛体回転の場合には矛盾なく計算が出来ていることを確認している。図3は、ピリアル定理が理論通り2次精度でゼロに収束する様子を示している。ここでは、 $M/R=0.15$ 、回転星の赤道方向と極方向の半径の比を  $0.6875$  のモデルについて、IWM 定式の場合(CF)と Waveless 定式の場合(WL)の結果をプロットしている。これらの結果は今後論文にまとめて出版したい。

さらに、一様回転する相対論的回転星の数値解は、吉田慎一郎氏が開発した線形摂動方程式を解く新しい方法による振動モードの計算に利用された。

(5) 最後に、表に現在までの COCAL コードの進捗状況を図4にまとめる。この図では、コード開発が半分程度しか進んでいないよう

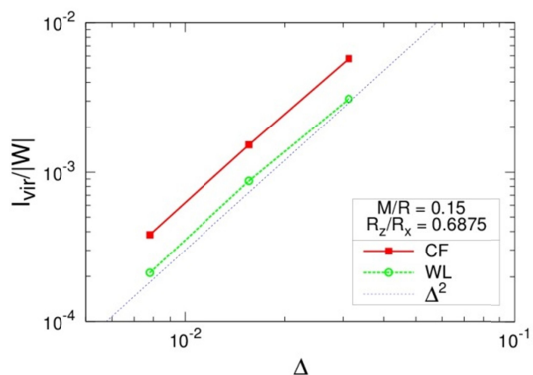


図3：ピリアル定理を利用した相対論的高速回転星の解の精度評価

COCALコードの進捗状況 (記入部分が開発済み)				
高密度天体	自転	重力	電磁場	極座標
回転NS	剛体回転 差動回転	共形平坦 Waveless	Waveless	1パッチ
連星BH	任意のスピンの	共形平坦		3又は1パッチ
連星NS	公転に同期	共形平坦		3パッチ
連星BH-NS				
BH又はNSと ガスディスク				
重力波テスト		スカラー波		3又は1パッチ

NS - Neutron Star, BH - Black Hole, Waveless - 場の方程式の全成分を解く

図4：COCAL コード開発の進捗状況

に見えるが、計算格子生成等の基本サブルーチンや Einstein 方程式を含む各方程式の計算ルーチン等の開発は概ね終わっており、後は、これらを組み合わせることで各々の高密度天体を計算するコードを開発することができる。現在は連星中性子星の計算コードを中心に開発している。また、近年、連星白色矮星合体による超新星爆発モデル等にも興味を持たれるようになってきていることから、このような連星合体シミュレーションの初期条件となり得るような、近接した連星白色矮星の定常解を計算するコードの開発にも挑戦して行きたい。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 5件)

1. 瓜生 康史, “強い磁場を持つ相対論的回転星の数値解”, 原子核研究, 57, 59-62 (2013), 査読無し.

2. Antonios Tsokaros and Koji Uryu, “Binary black hole circular orbits computed with coccal”, Journal of Engineering Mathematics, 82, 133-141 (2013), 査読有り, DOI:10.1007/s10665-012-9585-6.

3. Koji Uryu, Antonios Tsokaros and Philippe Grandclement, “New code for equilibriums and quasiequilibrium initial data of compact objects. II. Convergence

tests and comparisons of binary black hole initial data”, Physical Review D 86, 104001--1-10 (2012), 査読有り, DOI:10.1103/PhysRevD.86.104001.

4. Koji Uryu, and Antonios Tsokaros, “New code for equilibriums and quasiequilibrium initial data of compact objects”, Physical Review D 85, 064014--1-25 (2012), 査読有り, DOI:10.1103/PhysRevD.85.064014

5. Eric Gourgoulhon, Charalampos Markakis, Koji Uryu, and Yoshiharu Eriguchi, “Magnetohydrodynamics in stationary and axisymmetric spacetimes: a fully covariant approach”, Physical Review D 83, 104007--1-25 (2011), 査読有り, DOI:10.1103/PhysRevD.83.104007.

〔学会発表〕(計 5 件)

1. Koji Uryu(発表者) and Antonios Tsokaros, “COCAL: A new code for compact objects in (quasi-)equilibriums”, YKIS 2013 “Gravitational Waves - Revolution in Astronomy & Astrophysics”, 2013 年 6 月 3 日～7 日, 京都大学基礎物理学研究所.

2. Koji Uryu(発表者), “Equilibriums and quasi-equilibrium initial data of compact objects”, YITP long term workshop “Gravitational waves and numerical relativity”, 2013 年 5 月 23 日, 京都大学基礎物理学研究所.

3. Takumu Kawamura(発表者), Antonios Tsokaros, Koji Uryu, and Naomichi Yonaha, “Trumpet puncture initial data for black holes on COCAL”, 3rd Iberian Gravitational-Wave Meeting 2013, 2013 年 3 月 20 日～22 日, ADEIT, Universitat de Valencia, Spain.

4. Koji Uryu(発表者), Eric Gourgoulhon, Charalampos Markakis, and Yoshiharu Eriguchi, “磁場を持つ相対論的回転星の数値解”, ハドロン物質の諸相と状態方程式 - 中性子星の観測に照らして - 研究会, 2012 年 8 月 30 日～9 月 1 日, 京都大学基礎物理学研究所.

5. Antonios Tsokaros(発表者) and Koji Uryu, “COCAL: A new code for equilibriums and quasi-equilibrium initial data of compact objects”, Tercentenary of the Laplace-Runge-Lenz vector, 2011 年 11 月 23 日～27 日, Salt Rock Hotel, Ballito, KZN, South Africa.

〔その他〕

琉球大学理学部 物質地球科学科 物理系 宇宙物理学研究室ホームページ  
[http://www.phys.u-ryukyu.ac.jp/~apweb\\_user/](http://www.phys.u-ryukyu.ac.jp/~apweb_user/)  
COCAL コードドキュメントページ (仮設)  
[http://www.phys.u-ryukyu.ac.jp/~uryu/COcal\\_tmp/](http://www.phys.u-ryukyu.ac.jp/~uryu/COcal_tmp/)

## 6 . 研究組織

### (1) 研究代表者

瓜生 康史 (URYU, Koji)

琉球大学・理学部・教授

研究者番号：4 0 4 5 7 6 9 3