

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 9 日現在

機関番号：13501

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23560065

研究課題名(和文) 逐次伝達法の弱形式理論化とそのマイクロ波への適用およびテンソル場への拡張の検討

研究課題名(英文) Investigation of the weak-form theory framework for the recursive transfer method:
Application to the microwave scattering and examination for tensor fields.

研究代表者

加藤 初弘 (KATO, Hatsuhiro)

山梨大学・総合研究部・准教授

研究者番号：00270174

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円

研究成果の概要(和文)：散乱現象を逐次伝達法を用いてコンピュータで解析するために弱形式離散化法を新たに開発した。その特筆できる特徴は、さまざまな運動方程式への適用が可能であること、および、これまで以上に高い精度で解析が可能なことである。この研究で可能となった局在波の解析手法は、応用面でもマイクロ波による加熱装置の効率化や弾性波の共鳴現象の解明に寄与できた。さらに、発展が期待できる成果として、平板の運動方程式を20世紀に発展した数理的な成果をもとに整備したことがあげられる。

研究成果の概要(英文)：As the new method to analyse the scattering method with the computer system by the recursive transfer method, the weak-form discretisation was developed. Noteworthy feature of this discretisation lies in not only the variety of applicable phenomena but also the higher accuracy than ever reported. The effectiveness was demonstrated with the heating phenomenon of microwaves and the resonance phenomenon of elastic plates. Furthermore, as an extendable result, the elastodynamic equation of plates was expressed using the mathematical tools prepared in 20th century.

研究分野：デバイスのモデル化および数値解析

キーワード：弱形式離散化 逐次伝達法 マイクロ波吸収 弾性波散乱 フォノン散乱 重調和方程式

1. 研究開始当初の背景

波動現象に関する数値計算法として有限要素法や境界要素法などが整備され、散乱問題へも応用されている。このとき、解析領域の境界を散乱波が通過する様子を表現する手法として、解析領域の周辺に完全整合層を用いることが多かった([参考文献]①, ②)。完全整合層はエネルギーを吸収する材料を人為的にモデル化したものである。このため、完全整合層に侵入した散乱波を物理的に理解することが困難であった。例えば、固有値問題を用いて散乱波のモードを求める場合などである。一方、完全整合層を用いない手法として逐次伝達法が適用されることもあったが([参考文献]③)、逐次伝達法には2階の微分方程式に従うシステムにしか適用できないという制約があった。そこで、逐次伝達法を多様なシステムに適用できる一般的な定式化が望まれていた。

平板における屈曲波の理論は、19世紀に基礎検討がなされ、20世紀には理論の精密化と応用が進展した。さらに、平板の空間配置を方程式の共変性に注目して定式化する試みもなされた([参考文献]④)。一方、テンソルの基底を用いた表現の開発が、数物理学的な観点から20世紀に著しく進展していた。([参考文献]⑤)。しかし、屈曲波の理論とテンソル基底の議論が結び付けられることは無かった。

[参考文献]

- ①山下栄吉監修, 「マイクロ波シミュレータの基礎」電磁情報通信学会編, 東京 2004.
- ②P. Solin, "Differential equations and the finite element method", Wiley, Hoboken, 2006.
- ③Hatsuhiko Kato and Yoshinori Kanno, "An analysis on Microwave Absorption of the Catalyst in a Thermal Decomposition Reaction by the Recursive Transfer Method", Japanese Journal of Applied Physics, vol.47, no. 6, pp.4846-4850 (2008).
- ④W. Flugge, "Tensor analysis and continuum mechanics", Springer, Berlin 1972.
- ⑤犬井, 田辺, 小野寺, 「応用群論」, 裳華房, 東京 1976.

2. 研究の目的

(1) 空間の次元や微分の階数が異なる様々なシステムから2階差分方程式を導出する離散化手法を開発する。この際、運動方程式の弱形式表現で得られる汎関数を利用する(弱形式スキーム)。

(2) 弱形式スキームの下で逐次伝達法の適用範囲を拡張する。この拡張により、ベクトルを“場の量”とする電磁波のみならず、テンソルを“場の量”とする弾性波の解析を可能とする。

(3) 提案する数値計算法を実験により検証する。材料のマイクロ波吸収過程や、弾性波の散乱実験を行い、逐次伝達法により解析した結果と比較する。さらに、既存の手法との差別化を進める。

3. 研究の方法

(1) 逐次伝達法は2階差分方程式を利用する散乱問題の数値解析法である。波動方程式を弱形式理論の枠組みに従い汎関数の停留値問題として定式化することで、この2階差分方程式を導出するシステムの対象を拡大する。

従来の逐次伝達法では、場の変数を補間する手法として、フーリエ級数が利用されていたが、代数補間など新しい補間方法の可能性を探る。

(2) 比較的大きなメモリ容量を有するワークステーションの立ち上げにより、数値計算環境の整備を行う。この際、数式処理システムを導入することでプログラム作成に要する定式化の手続きを省力化する。さらに、行列計算などに要するコンピュータシステムの負担を軽減させる検討を、ソフトウェアおよびハードウェア両面から行う。

(3) 導波路内に散乱体を設置してマイクロ波の散乱および吸収実験を行う。この実験を通じて得たデータと数値計算との比較をおこない提案する解析方法の有効性を検証する。このために、実験データから散乱情報(Sパラメータ)を抽出する高精度な校正方法を開発する。

(4) 弾性導波路から液体への透過実験手法の開発。超音波(フォノン)を導波路から液体に透過させる場合、液体へは縦波のみが伝わる。この現象を利用すると弾性波のモード分離を行うことが可能である。そこで、円柱状の均一媒質や層状構造物で導波路を作成し、モード伝達の基礎過程の解明を行う。

(5) 逐次伝達法のテンソル波(弾性波, フォノン)への拡張の可能性を探る。このために、CuやAg等の棒状物質またはそれらの層状媒質の超音波透過実験と、解析結果との比較検討を行う。

4. 研究成果

(1) 離散化の弱形式スキームを提案:

1次元および2次元空間において散乱問題を支配する微分方程式を、弱形式理論の枠組みの下で離散化する新しい手法即ち弱形式離散化法を提案した。これを、2階および4階微分方程式に従うシステムに適用してその有効性を示した。(雑誌論文②,⑤,

⑥,⑦)

(2) 従来以上の離散化精度を実現：

1次元の2階微分方程式に従う散乱問題を、新たに提案した弱形式スキームの下で数値解をもとめた。このシステムは透過率に関して連続変数での厳密解 T_{cn} が知られており、数値解の誤差を求めることが可能である。図1がその比較であり、離散化手法として従来の Neumerov 法の他に弱形式スキームの下で2次および3次多項式を補間に利用した場合がまとめられている。横軸は離散化の分割幅 h 、縦軸は透過率の数値解 T と厳密解 T_{cn} の比が dB で示されている。最も誤差が少ない場合は、弱形式スキームで3次式補間を用いた場合であり、従来法と比較すると3桁ほど小さな誤差で計算が可能である。補間方法を工夫することで、この誤差を更に小さくすることも可能である。(雑誌論文①)

(3) 擬似局在波の抽出方法を開発：

2次元の2階微分方程式に従う散乱問題において散乱体の周辺に生成される局在波あるいは擬似局在波を、逐次伝達法により抽出する手法を新たに開発した。このために、逐次伝達法と整合性を有し、散乱波を無反射で透過させる新しい境界条件 (RTM 整合ポート境界条件) を提案した。また、この手法を用いて電子波を散乱する量子論的な導波路において Fano 共鳴に關与する擬似局在波を抽出した。この手法の提案により理論的には定式化されていながらこれまで数値的には実現できなかった、複素数をエネルギーとする量子状態を固有値状態として抽出することが初めて可能となった。

電子波の導波路における擬似局在波の抽出結果を図2に示す。(a)は複素エネルギーを有する場合で、エネルギーの放出を伴い有限な寿命で存在する擬似局在波である。

(b)では実数のエネルギーを有する擬似的局在波が示されている。この波は、散乱領域に局在し共鳴透過現象を仲介する。(雑誌論文④)

(4) 局在波を利用した触媒のマイクロ波加熱法を開発：

化学反応の促進や揮発性有機溶剤の分解に利用される触媒を加熱するためにマイクロ波が使用されている。この加熱方法に局在波を利用することで、効率的な加熱が実現できることを実験を通じて検証した。

図3にその解析と実験の結果をまとめた。(a)は導波路に発生させた局在波、(b)はマイクロ波の吸収率分布の予想、(c)はサーモグラフィによる吸収材の温度分布観測であり、実験と解析の一致は十分である。(雑誌論文⑦、発表論文③,④)

(5) フォノンの液体へ伝達過程の解明
円柱構造物から液体へのフォノンの透過過程において、等価インピーダンスの発散に起因した透過率の低下を理論的に予想し、実験により検証した。(雑誌論文③)

(6) 共変性を明示した屈曲波理論の提案
Kirchhoff-Rayleigh に従った弾性平板の運動理論において、座標の回転による共変性の表現が剪断力ベクトルに關して必ずしも明示的ではなかった。このような原因から応用が進んでいる割には、整合的で見通しがよい理論展開が妨げられていた。テンソル基底を用いた定式化により、共変性を明示しつつ平板の、回転運動を含めた拡張が可能であることを初めて示した。また、エ

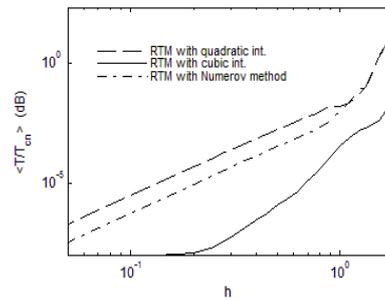


図1 弱形式スキームによる解析精度の改善。

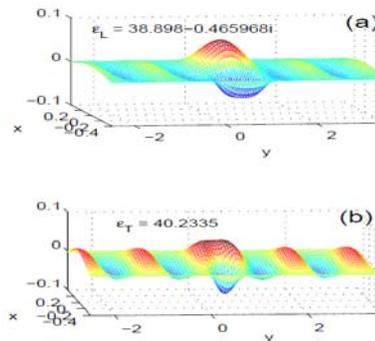
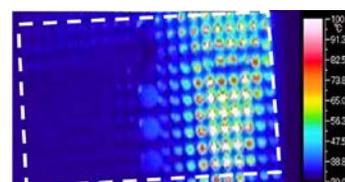
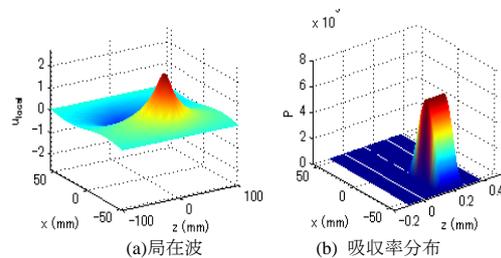


図2 Fano 共鳴に關与する局在波の抽出。
(a) 複素数のエネルギーを持つ擬似局在波。
(b) 共鳴透過を仲介する擬似局在波。



(c) 片面被覆試料の温度分布
図3 局在波による触媒加熱。

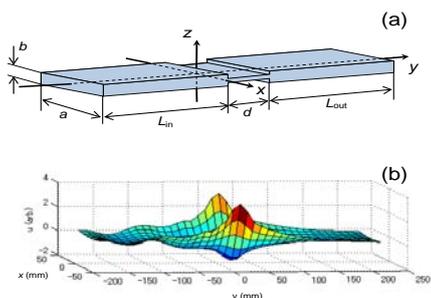


図4 弾性導波路とそこにおける屈曲波の共鳴散乱.

エネルギー流束の合理的な定式化を行い、弱形式理論による共変性を明示した定式化を可能にした。(雑誌論文⑧)

(7) 弾性導波路における Fano 共鳴の予想

テンソル基底を用いた屈曲波の運動表現は弱形式理論との整合性がよい。この性質を利用して弱形式スキームによる屈曲波システムの離散化を行い、逐次伝達法による数値解析を可能にした。また、弾性導波路での散乱問題の解析に応用して、局在波が関与する共鳴現象 (Fano 効果) の存在を明らかにした。さらに、この共鳴に関与する局在波を抽出する手順を初めて示した。図4(a)が弾性導波路の概要であり、(b)が共鳴状態での屈曲波の様子である。(雑誌論文②, ⑤)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

①加藤初弘, 加藤初儀,

「逐次伝達法のための弱形式離散化スキームとその離散化誤差」, 日本応用数理学会 論文誌, vol.25, no.1, pp. 31-46, (March 2015). 査読有

② Hatsuhiro Kato, Hatsuyoshi Kato and Takaaki Ishii, “Application of the recursive transfer method to flexural waves II: Reflection enhancement caused by resonant scattering in acoustic waveguide”, IEICE Transactions: Fundamentals, vol. E98-A, no. 1, pp. 354-361, (1 Jan. 2015). 査読有

<http://search.ieice.org/bin/index.php?category=A&lang=E&curr=1>

③ Hatsuyoshi Kato and Hatsuhiro Kato,

“Transmission of acoustic waves from a solid cylinder into a liquid and equivalent acoustic impedances”, Journal of Physical Society of Japan, vol.83, no. 4, 044602(-1,7) (2014). 査読有

<http://journals.jps.jp/journal/jpsj>

④ Hatsuhiro Kato and Hatsuyoshi Kato

“Weak-form discretization, waveguide boundary conditions and extraction of quasi-localized waves causing Fano resonance”, IEICE Transactions: Fundamentals, vol. E97-A no.8, pp. 1720-1727 (1 Aug. 2014). 査読有
<http://search.ieice.org/bin/index.php?category=A&lang=E&curr=1>

⑤ Hatsuhiro Kato and Hatsuyoshi Kato

“Application of the recursive transfer method to flexural waves I: Novel discretization scheme using weak form theory framework and waveguide modes on inhomogeneous elastic plates”, IEICE Transaction A: Fundamentals vol.E97-A, no.5, pp.1075-1085, (May. 2014). 査読有
<http://search.ieice.org/bin/index.php?category=A&lang=E&curr=1>

⑥加藤初弘, 加藤初儀

「逐次伝達法を拡張する弱形式離散化スキーム」, 研究会報告集 (日本応用数理学会) pp.77-84, 2014. 査読無

⑦ Hatsuhiro Kato and Hatsuyoshi Kato,

“New formulation for the recursive transfer method using the weak form theory framework and its application to microwave scattering”, IEICE Transactions: Fundamentals, vol.E96-A, No.12, pp. 2698-2708, (Dec. 2013). 査読有
<http://search.ieice.org/bin/index.php?category=A&lang=E&curr=1>

⑧ 加藤 初弘 加藤初儀

「非等質な弾性平板におけるテンソル基底を用いた新しい定式化」, 応用数理学会誌, vol.22, no.4, pp.253-267, (25 Dec. 2012). 査読有

⑨秋山省悟, 加藤初弘, 杉山順一,

「RTM 法を用いたマイクロ波吸収効率に対する局在波効果」, 電子情報通信学会技術研究報告 MW2012-139(2012.12), vol. 112, no. 355. pp.73-76, 2012. 査読無

[発表論文] (計 4 件)

① Hatsuhiro Kato, Hatsuyoshi Kato and Takaaki Ishii, “Weak-Form Discretization Scheme for Recursive Transfer Method”, KCNADE2014 (Kyoto Conference on Numerical Analysis of differential equations) 2014.9.16-19 (Kyoto, Japan. 16-19, Sep. 2014. 2014.9.19-19 (発表 19 Sep. 2014), 京都市 京大 楽友会館.

②加藤初弘、加藤初儀

"Weak-form discretization and perfectly absorbing boundary condition for recursive transfer method"、日本応用数理学会 「常微分方程式の数値解析とその周辺 2014」、静岡理工科大学、静岡県袋井市 2014.3.5-7.

③秋山省悟、加藤初弘、杉山順一

「RTM 法を用いたマイクロ波吸収効率に対する局在波効果」、電子情報通信学会 マイクロ波研究会、山梨大学、甲府市 2012.12.14.

④加藤初弘、中沢亮平、加藤初儀、

「逐次伝達法の弱形式理論による定式化と導波管の局在波抽出」、電子情報通信学会 2012 年総合大会、岡山大学 対馬キャンパス、岡山市 2012.3.23.

[その他]

ホームページ

<http://www.szr.yamanashi.ac.jp/lab/kato/Okura/index.htm>

6. 研究組織

(1)研究代表者

加藤 初弘 (KATO, Hatsuhiro)
山梨大学・総合研究部・准教授
研究者番号：00270174

(2)研究分担者

加藤 初儀 (KATO, Hatsuyoshi)
苫小牧工業高等専門学校・理系総合学科・教授
研究者番号：80224525