

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 5 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23560073

研究課題名(和文) 弾性波散乱解析のための係数行列の導出が不要な積分方程式の新しい高速解法の開発

研究課題名(英文) a fast integral equation method for elastic wave scattering free from a coefficient matrix

研究代表者

東平 光生 (Touhei, Terumi)

東京理科大学・理工学部・教授

研究者番号：50246691

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円、(間接経費) 450,000円

研究成果の概要(和文)：固体を伝わる波動は障害物に入射すると散乱する。生じた散乱波がどのような性質を持つかを調べることは、障害物の情報を逆に推定する上でも重要な課題である。こうした散乱波の性質を調べることは積分方程式と呼ばれるクラスの方程式を用いることが多い一方で、数値計算を実際に行う場合には大規模で密な係数行列を導出しなければならない。本研究は、こうした積分方程式に付随した数値計算上の問題を解決する手法を提案するとともに、実際に数値計算を行い、波動場中の障害物の情報を取り出す数学理論の提案と検証を行った。

研究成果の概要(英文)：Waves propagating in solids cause scattering in the case that waves encounter obstacles in a wave field. Investigation of scattered waves in solids is an important task to reconstruct the information of the objects. In general, analysis of the scattered waves are carried out by means of the class of integral equation, that sometimes requires the derivation of huge and dense coefficient matrix for numerical calculations. It is known that huge and dense coefficient matrices for the integral equations are the obstacles for the numerical calculations. The present study proposed a fast method for the integral equation free from the derivation of coefficient matrix and mathematical theory for reconstructing the scattering object from the observed scattered waves based on the proposed method.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎

キーワード：計算力学 弾性波散乱問題 積分方程式 高速解法 散乱逆問題

1. 研究開始当初の背景

弾性波の伝播のプロセスで、不均質領域に到達することで生じる散乱波の解析は地震学や地震工学、資源探査などに関わる重要な課題である。また、観測された散乱波は不均質領域の情報を保有しており、そこから媒質の不均質領域を再構成する技術を展開することも重要な課題である。散乱波動場の数学的表現には、積分方程式を用いることが多く、積分方程式の数値解析手法も20世紀の終わりごろから近年にかけて大きな進歩を遂げてきている。しかしながら、一方で領域型の積分方程式を扱う場合には、大規模で密な係数行列を導出しなければならず、こうした点で解析手法を洗練して行くことが求められてきた。

2. 研究の目的

波動場の不均質領域がいわゆる揺らぎのように媒質の平均的な値からの変動で表現される場合、波動場の数学的表現には領域型の積分方程式が優れている。このタイプの方程式に対して、大規模で密な係数行列を導出することなく、高速に数値解析が可能となる手法を展開する。さらに積分方程式から媒質の不均質性を表現する演算子を分離することで、観測された散乱波から、媒質の不均質性を再構成するアルゴリズムを展開する。ここでも、係数行列を不要とする積分方程式法の特徴を生かすようにする。

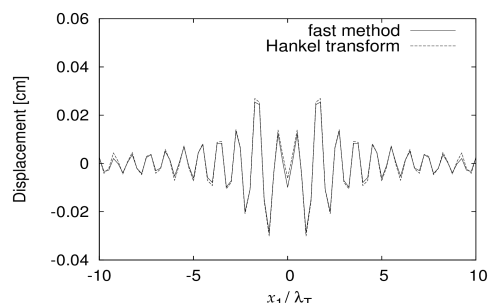
3. 研究の方法

まず、弾性波動場の Green 関数のスペクトル表現を導出する。さらに、スペクトル表現を構成する固有関数の性質を用いて波動場の積分変換を導出する。この積分変換を積分方程式の求解の反復過程に組み入れることで係数行列を導出することなく積分方程式を解く手法を展開する。特に、領域型の積分方程式に境界積分の項が加わる場合にも、デルタ関数を援用して境界積分を領域積分に変換し統一的な解法を実現する。

また、波動場の積分変換を積分方程式に適用することで、媒質の不均質を分離することが可能となる。この性質を基に逆散乱解析手法を展開する。この手法それ自体も係数行列の導出が不要な積分方程式の高速解法である。いくつかの数値解析を通して、展開手法の検証を行う。

4. 研究成果

図-1 は Green 関数のスペクトル表現の数値計算における妥当性を検証したものである。鉛直方向に地中の一点を調和加振した場合の地表面の鉛直方向の応答を示している。実線



はスペクトル表現された Green 関数の計算結果、破線は Hankel 変換による波数積分の結果である。両者は良好に一致している。

図-1 Green 関数のスペクトル表現の妥当性の検証

図-2 は半無限弾性は半無限弾性波動場に媒質の変動領域を設定したテスト計算モデルである。地中の一点に振源を設定し媒質の揺らぎに照射する。提案手法によって、このときの地表面応答を計算する。

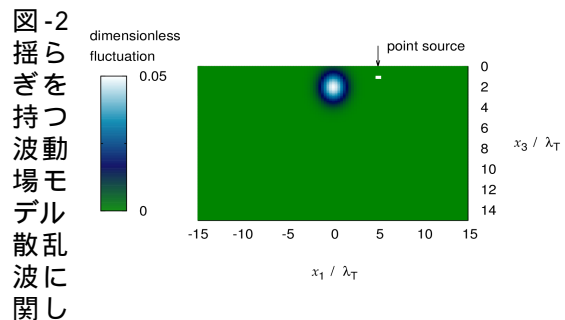


図-2 揺らぎを持つ波動場モデル散乱波に關しての積分方程式の解と Born 近似を比較した結果を図-3 に示す。この結果によると媒質の変動がそれほど大きくないことにより、Born 近似の結果と積分方程式の解はほぼ一致している。また、後方散乱に比べ前方散乱が卓越していることも見てとれる。これらの結果は、図-2 に示す波動場の特徴を捉えているものと言える。

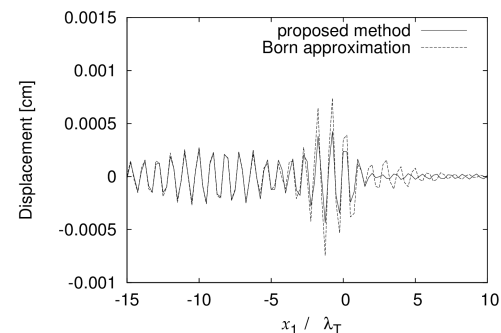


図-3 積分方程式の解と Born 近似の比較

なお、演算時間については解析モデルの grid 数 N と CPU time の関係を調べている。この結果

については図-4 に示している。この結果によると CPU time は $N \log(N)$ に比例しており、係数行列を導出することなく、高速アルゴリズムの実装によって求解の反復過程の演算量を $N \log(N)$ に比例するように定式化したことが成功していることを示している。

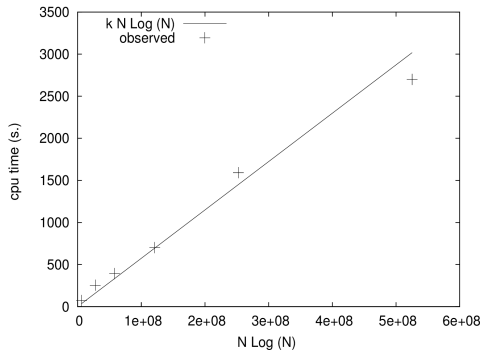


図-4 解析 grid 数と CPUtime の関係

次に、この積分方程式法を用いて散乱逆解析を行ってみる。図-5 は媒質の変動のターゲットモデルと地表面上に設定した振源の位置であり、ここから媒質の変動領域に波動を照射する。媒質の変動領域は表面から深さ 5 km の位置に設定し、媒質の変動は back ground の弾性定数から 0.1GPa 変動している。また、図-6 は散乱逆解析結果のなかから、せん断弾性係数のゆらぎの再構成結果を示している。図-6 によれば再構成結果はターゲットとは良好に一致していることが分かる。

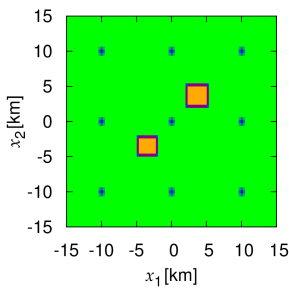


図-5 散乱逆解析のターゲットモデルと媒質の変動領域に照射する波動の振源の位置

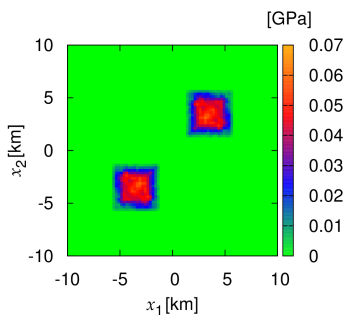


図-6 媒質の揺らぎの再構成結果 (せん断弾性係数)

以上のように、提案した積分方程式法にて、散乱ならびに逆散乱解析が可能となり、演算量についても期待どおりの結果が得られることとなった。今後に残された課題は、散乱逆解析の精度を向上させるための方法論の確立と、Green 関数の計算のさらなる高速化の工夫が求められている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 4 件)

1. Terumi Touhei: A fast volume integral equation method for elastic wave propagation in a half-space, Int.J.Solids and Struct, 3194-3208, Vol.48, 2011

2. Terumi Touhei: A boundary-volume integral equation method for the analysis of wave scattering, Coupled systems mechanics, Vol.1, No.2, 183-204, 2012

3. Terumi Touhei, Takuya Hinago and Yasufumi Fukushima:

Inverse scattering analysis of an elastic half-space by means of the fast volume integral equation method, Engineering analysis with boundary elements, in press, 2014

4. Terumi Touhei and Takuya Hinago:

Inverse scattering analysis of an elastic half-space by means of the fast volume integral equation method, Boundary elements and mesh reduction methods, Vol. 35, 177-186, 2013

[学会発表](計 3 件)

1. Koichi Kuranami and Terumi Touhei: A fast integral equation method for elastic wave propagation free from mesh and coefficient matrix, Annual meeting of Society of Engineering Science, North Western University, 2011.

2. Terumi Touhei, and Takuya Hinago: Inverse scattering analysis of elastic half-space by means of the fast volume integral equation method, Annual meeting of Society of Engineering Science, Georgia Tech. Inst., 2012

3. Terumi Touhei and Takuya Hinago, Inverse scattering analysis of an elastic half space by means of the fast volume integral equation method, apcom2013, Singapore, 2013.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

東平光生 (TOUHEI TERUMI)

東京理科大学・理工学部・教授

研究者番号 : 50246691