

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 27 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23560485

研究課題名(和文)線形空間論に基づく協力ゲームの特性とその解に関する研究

研究課題名(英文)Studies on Properties and Solutions of Cooperative Games Based on the Theory of Linear Spaces

研究代表者

谷野 哲三(TANINO, Tetsuzo)

大阪大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：50125605

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文):本研究では、譲渡可能効用を持つ協力ゲーム全体をひとつの線形空間と見て、線形空間論の立場からゲームの特性やその解(利得分配法)について考察を進めた。ゲーム空間の基底として満場一致ゲームやその双対であるサポートゲームを考えることにより、ゲーム空間を解析しゲームの解を最良近似問題と関連付けて求めることが可能となった。さらに、提携の実現に制限のある一般的な場合のゲームの解を与え、特にファジィなコミュニケーション構造や階層構造のもとでのゲームの取り扱いを可能にした。また最小コスト全域木問題のアルゴリズムと派生するゲームとの関連を明らかにし、コスト分担法を提案した。

研究成果の概要(英文): In this research, we have regarded the whole set of cooperative games with transferable utility as a linear space and investigated some properties and solutions (allocation schemes of profits) of games based on the theory of linear spaces. Using the unanimity games and their dual support games as bases in the game space, we have analyzed the game space and obtained solutions of games through best approximation problems. Moreover, games with general restrictions on feasible coalitions have been dealt with and their solutions have been proposed, and games with fuzzy communication structures or with fuzzy hierarchical structures have been investigated. Relationships between the algorithm for minimum cost spanning tree problems and the games derived from them have been made clear and some cost allocation methods have been proposed.

研究分野：数理工学、システム工学

キーワード：協力ゲーム 線形空間 満場一致ゲーム ディヴィデンド 双対ゲーム ファジィ伝達構造 ファジィ階層構造 最小コスト全域木問題

#### 1. 研究開始当初の背景

(1) ゲーム理論は、複数の意思決定者の関与する状況での意思決定問題を数理的に解決する手法として、理論的にも実用的にも有用な分野であることから、半世紀以上に渡り学際的な発展を遂げてきた。そのうちでも協力ゲーム(提携形ゲーム)は、インフラ整備における合理的なコスト分担などに応用され、その重要性が高まっていた。

(2) 提携形のゲーム理論における最も重要な課題は、提携の結果得られる利得をプレイヤー間で分配する合理的な方法(それを通常ゲームの解と呼ぶ)の確立であり、幾つかの視点からの解が提案されてきた。また凸ゲームなどそれらの解が関連をもつ有用なクラスのゲームについての研究も進められてきた。

(3) さらに近年、実現可能な提携に制限のあるゲーム、提携への参加度を考慮したファジィゲーム、種々の最適化問題から派生するゲームなどが重要な研究課題として注目を集めていた。

#### 2. 研究の目的

(1) プレイヤー集合を固定した場合の提携形ゲーム、特に譲渡可能効用をもつゲームは特性関数によって記述されるので、その全体は線形空間をなす。さらにゲームの解に相当する利得ベクトルの空間は加法的ゲームからなる部分区間になる。したがってこの視点から、線形代数の知見を活かして、提携形ゲームの理論的基礎を数理科学的に与えることを研究の目的とした。

(2) 特に近年活発な研究が進んでいる、提携に制限のあるゲーム、ファジィゲーム、最適化問題から派生するゲームなどのテーマをとりあげ、線形空間論の視点からのゲーム特性の解析、ゲームの解の提案を意図した。

#### 3. 研究の方法

(1) 線形空間としての協力ゲーム(譲渡可能効用ゲーム)空間の構造について考察した。空間の基底としては満場一致ゲームが良く知られており、これに関連したディヴィデンドが重要な役割を果たす。それ以外の基底の可能性について考察し、基底表現間の関連性について研究した。また双対ゲームを考えることにより、上記の関連を明瞭にし、凸ゲームやShapley値などの解に関する双対性を論じた。また、加法的ゲーム(全体が部分空間をなす)と同一視できることを利用した求解法も論じた。

(2) 実現可能な提携に制限のあるゲームについて考察した。解のゲームに関する線形性を仮定して、自然な解を提案した。さらに提携可能集合がコミュニケーションの実現可

能度や階層構造での支配関係の強度によって規定される場合について、ゲームの特性や解の性質について考察した。

(3) 最小コスト全域木問題およびその発展である最小有向木問題について、協力ゲームの観点からの考察を交えることで有効なコスト分担の方法を考察した。

#### 4. 研究成果

(1) 協力ゲーム(譲渡可能効用ゲーム)の空間に満場一致ゲームからなる基底を導入したときのゲームの線形結合表現係数を与えるのがディヴィデンドである。ゲームの空間とディヴィデンドの空間はこの対応により同形となる。ゲームの解は加法的ゲームと同一視できるが、その全体はディヴィデンド空間では簡単な条件で示される部分空間をなす。この点に着目し、ゲームの解を求める問題をディヴィデンド空間における最良近似問題として定式化し、適当な内積を定める方法を明らかにした。これにより目的に合った簡単な2次計画問題を解くことによりゲームの解を与えることができ、有用な成果である。さらにディヴィデンド空間を考えることにより、ファジィゲームの凸性についても論じた。

(2) ゲーム空間の別の基底として、サポートゲームを考えた。満場一致ゲームがそのメンバー全員の支持を必要とする(ANDの立場)に対し、サポートゲームは1名だけの支持でもよい状況を表している(ORの立場)。双対ゲームの概念を導入すれば、サポートゲームは満場一致ゲームの双対ゲームとなることから、これを用いたゲームの表現係数を双対ディヴィデンドと呼ぶことにした。ゲームの値、ディヴィデンド、双対ディヴィデンドの相互関係を明らかにし、有用なクラスである加法的ゲームや凸ゲームなどのそれらを用いた特徴づけを与えた。またShapley値の表現、さらには多重線形拡張とLovasz拡張の表現について興味深い成果を得た。また加法的ゲームや凸ゲームに関する双対性、ゲームの解としてのコアやシャプレイ値などの双対性についても論じた。また双対ゲームの多重拡張、Lovasz拡張の具体的表現も与えた。ゲームを多様な視点から捉えることは、その特徴解析や解の導出に有用であることが明らかになった。

(3) 通常の協力ゲームでは、すべての提携が実現可能と仮定されているが、現実にはこの仮定が成り立たず実現されない提携も存在する。その状況は一般的には実現可能な提携全体からなる集合システムによって表現される。これを反映して定義される修正ゲームのディヴィデンドについて考察した。さらに、集合システムに特別な仮定を置かない一般的な場合について、ゲームに関する線形性を

前提としたゲームの解の定義を与え、その公理的特徴付けを行った。実現可能な提携に対する値のみを利用した場合の解と、それ以外の提携に対する値も利用した解を提案し、それらが一致する条件も求めた。前者は修正ゲームの解と関連することを示した。この成果は幅広い現実的なゲーム状況において利得（あるいはコスト）の分配法を与えるものであり、意義深い。

(4) 提携の実現可能性に制限を伴うファジィ協力ゲームに対し、利得の分配方法を与える解を提案した。これはファジィ提携の超立方体において空提携から全体提携に至る実現可能提携の点列あるいは曲線に沿ってのプレイヤーの貢献に基づいており、実際の意味付けを持ち計算も容易であることから有用である。

(5) プレイヤー間のコミュニケーションの実現可能性を $[0,1]$ 区間の実数で表現したファジィ伝達構造を導入し、この状況の下での修正ゲームを Choquet 積分を用いることにより定義した。得られた修正ゲームの諸性質について考察を加えた。また、修正ゲームに基づくもとのゲームの解のもつ性質についても論じた。さらにプレイヤー提携への参加が階層的に上位の位置にいる他のプレイヤーの許可を要する階層構造を支配の強度を考慮したファジィ階層構造へと拡張し、その状況での修正ゲームをやはり Choquet 積分を用いることによって定義した。得られた修正ゲームの性質、それに基づく解の性質について論じた。コミュニケーションや支配に強度を導入することは現実的な状況への対応可能性を高め、協力ゲーム理論の実用性を高めることに寄与する。

(6) 最小コスト全域木問題からはそのノードをプレイヤーと見ることにより提携形ゲームが派生する。これは、最適化問題から得られるゲームの中でも最も興味深くかつ有用性が高いものである。

この問題においても実現可能な提携の集合を導入した場合、実現可能な全域ネットワーク(木)をどう定義できるかを明らかにし、その存在性を論じた。さらに自然なコスト分担法を提案した。

最小コスト全域木問題およびその発展形により難しい最小コスト有向木問題について、実際に最小コスト木を求めるアルゴリズムに基づいた、簡明なコスト分担法を与える解を提案した。提案した解の特徴について考察を加えた。

上のアルゴリズムで得られる値がサポートゲームに基づく双対ディヴィデンドに他ならないことを明らかにし、解のゲームの観点からの意味づけを与えた。

最小コスト全域木問題、有向木問題がインフラ整備などで出現する問題であることが

ら、その際の合理的コスト分担法を提案することは社会的にも意義が大きい。

(7) 以上を総括して、線形空間という数学的概念を基にした基礎理論的アプローチは、協力ゲームの包括的理解と具体的問題への応用に大いに資するものであり、今後のさらなる研究発展が期待できる。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計1件)

Tetsuzo Tanino, One-point solutions obtained from best approximation problems for cooperative games、Kybernetika、査読有、Vol. 49、No. 3、pp. 395-403、<http://www.kybernetika.cz/content/2013/3/395>

[学会発表](計13件)

江守 司、楠木 祥文、谷野 哲三、提携に制限のある協力ゲームに対する線形性に基づく解、第59回システム制御情報学会研究発表講演会、2015年5月22日、中央電気倶楽部(大阪府大阪市北区)

Tetsuzo Tanino and Yoshifumi Kusunoki, Duality in the linear space of transferable utility games、17<sup>th</sup> Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making under Uncertainty、2014年9月17日、北九州国際会議場(福岡県北九州市小倉区)

Yoshifumi Kusunoki and Tetsuzo Tanino, Characterization of irreducible cost matrices in minimum cost arborescence problems、京都大学数理解析研究所研究集会「非線形解析学と凸解析学」、2014年8月20日、京都大学数理解析研究所(京都府京都市左京区)

Yoshifumi Kusunoki and Tetsuzo Tanino, Sharing rules for minimum cost arborescence problems、20<sup>th</sup> Conference of the International Federation of Operational Research Society、2014年7月15日、Barcelona (Spain)

Tetsuzo Tanino and Yoshifumi Kusunoki, The linear space of transferable utility games、16<sup>th</sup> Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making under Uncertainty、2013年9月21日、Marianske Lazne (Czech Republic)

Masahiro Noda, Yoshifumi Kusunoki and Tetsuzo Tanino, A cost allocation rule for minimum cost arborescence problems, Eighth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2013年8月3日、弘前大学創立50周年記念会館(青森県弘前市)

Seiki Yamamura, Yoshifumi Kusunoki and Tetsuzo Tanino, Cooperative games with fuzzy permission structures, Eighth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2013年8月3日、弘前大学創立50周年記念会館(青森県弘前市)

Tetsuzo Tanino and Yoshifumi Kusunoki, Some issues in the linear space of transferable utility games, Eighth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2013年8月2日、弘前大学創立50周年記念会館(青森県弘前市)

Seiki Yamamura, Yoshifumi Kusunoki and Tetsuzo Tanino, Definitions and properties of cooperative games with fuzzy communication structures, 15<sup>th</sup> Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making under Uncertainty, 2012年9月25日、大阪大学待兼山会館(大阪府豊中市)

Tetsuzo Tanino and Yoshifumi Kusunoki, Harsanyi dividends in cooperative games with restrictions on coalitions, Third Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, 2012年9月5日、くにびきメッセ(鳥根県松江市)

Kanako Sato, Yoshifumi Kusunoki and Tetsuzo Tanino, Minimum cost spanning tree problems with restrictions on coalitions, Third Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, 2012年9月5日、くにびきメッセ(鳥根県松江市)

Tetsuzo Tanino, Values for cooperative fuzzy games with restrictions on coalitions, 14<sup>th</sup> Czech-Japan Seminar on Data Analysis and Decision Making under Uncertainty, 2011年9月20日、Hejnice (Czech Republic)

Tetsuzo Tanino, Some considerations on convexity in cooperative games, Seventh International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, 2011年8月2日、Busan (Korea)

〔図書〕(計1件)

谷野 哲三, システム線形代数 工学系への応用、朝倉書店、2013、220

〔その他〕

ホームページ等

<http://sa.eei.eng.osaka-u.ac.jp/tanino/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

谷野 哲三 (TANINO Tetsuzo)

大阪大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：17538656