

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 13 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23560530

研究課題名(和文) リスクベース最適化による制御システムの解析と設計

研究課題名(英文) Analysis and Synthesis of Control Systems via Risk Based Optimization

研究代表者

藤崎 泰正 (FUJISAKI, Yasumasa)

大阪大学・情報科学研究科・教授

研究者番号：30238555

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円、(間接経費) 1,230,000円

研究成果の概要(和文)：リスクベース最適化による制御システムの解析と設計に関して、基礎と応用の両面より研究を行った。逐次的ランダム化アルゴリズムについては、確率近似と確率最適化を対象に、リスク解析を行い、厳密な停止則を与えた。シナリオアプローチについては、平均制約とロバスト制約を同時に扱い得る手法を構築した。また、入出力データに含まれるノイズに強いモデル検証アルゴリズムを構築するとともに、可変サンプリング周期システムへのランダム化アルゴリズムの適用を検討した。

研究成果の概要(英文)：Analysis and synthesis of control systems were investigated via risk based optimization from both theoretical and application viewpoints. In particular, rigorous stopping rules with risk assessment were derived for sequential randomized algorithms in stochastic approximation and optimization. A new scenario approach was also developed for optimization subject to robust and average constraints. Then, model invalidation with respect to noisy input-output data was established, and synthesis of control systems with variable sampling rate was considered via randomized algorithms.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学、制御工学

キーワード：制御工学 システム工学 数理工学 アルゴリズム モデル化

## 1. 研究開始当初の背景

制御理論の中心課題の一つは、不確かさや変動をいかに取り扱い、それらの影響をどのように最小化するかにある。

実際、1960年代に集中的に研究された LQG 制御では、制御システムにおけるノイズを取り上げ、制御性能への影響を最小化するものであった。そこではガウス白色雑音を考察対象としており、平均や分散などのスカラー値に着目する統計的最適化を用いている。また、1980年代より研究が盛んになったロバスト制御では、制御システム自体の不確かさや変動を取り上げ、その制御性能へ与える影響の最小化を目指している。ここでは、モデルパラメータの変動を主な考察対象とし、パラメータの集合として確定的に不確かさや変動を記述している。

これらに対して、2000年以降、種々の角度から検討され、成果が結実しつつある確率的ロバスト性解析・設計では、モデルパラメータやノイズなどの不確かさや変動の集合の上に確率測度を導入している。これにより、不確かさや変動の表現力が増すのみならず、導入した確率測度に従ったランダムサンプルを用いるランダムイズドアルゴリズムや、確率的手法を新たに構築することにより、従来のアプローチの限界を乗り越えることが可能になる。実際、研究代表者らは、このような確率的アプローチに関する研究を進める中で、以下を明らかにしてきた。

(1) 切換制御系の設計、パラメトリック不確かさをもつシステムのロバスト最適制御、固定次数コントローラ設計など、取り扱うべきパラメータ数に対して NP 困難である(確定的な意味で厳密な解を実用的な時間内に求めることが期待できない)不確かさ・複雑さをもつ制御問題であっても、ランダムイズドアルゴリズムにより(後述の確率的な意味で)解くことができる。

(2) 不確かさや変動を記述するパラメータ集合に導入する確率測度は、任意もので(正規分布でなくても)よい。

(3) ランダムイズドアルゴリズムを用いる場合、不確かさや複雑さをもつ制御問題を、凸化や低次元化により単純化することなく、本来のパラメータ構造のまま取り扱うことができる。

(4) このようなランダムイズドアルゴリズムで必要となるランダムサンプル数、計算量は、ともに問題サイズの多項式であり、効率的な解法である。

(5) ランダムイズドアルゴリズムが見つかることのできる解は、事前に指定された確率で設計条件を満たすものであり、また予め指

定されたリスク以内で、アルゴリズムはそのような解を出力する。従って、解の精度を与えるパラメータと、解のリスクを与えるパラメータを適切に設定すれば、ランダムイズドアルゴリズムにより、高い信頼度で高精度な解を得ることができる。

本研究課題「リスクベース最適化による制御システムの解析と設計」は、これらの研究成果をさらに発展させ、リスクベース最適化として体系化することを目指し、構想されたものである。

## 2. 研究の目的

本研究課題では、リスクベース最適化による制御システムの解析と設計のための理論構築を目指し、ランダムイズドアルゴリズムと確率的手法に関して、不確かさ・複雑さ・変動をもつ制御問題を対象に、定式化、アルゴリズム、ランダム性の利用方法などを研究した。特に、解きたい問題の解を、確定的に定義するのではなく、確率的に定義することにより、この意味での厳密な解を、指定されたリスク以内で、実用的な時間内に見つける手法を中心に検討した。

## 3. 研究の方法

本研究の最終的な目標は、ランダムイズドアルゴリズムに関するこれまでの個々の研究成果を踏まえ、その基礎と応用の両面より研究をさらに進めることにより、制御システムの解析と設計におけるリスクベース最適化を、整理・体系化することにある。この最終目標に向けて、基礎と応用のそれぞれについて、以下に示すような具体的な課題を設定し、理論研究を進めた。

(1) リスクベース最適化の基礎：適用範囲の広いランダムイズドアルゴリズムや確率的解析法の開発を通して、リスクベース最適化の整理・体系化を目指す。研究課題としては、「確率近似と確率最適化のリスク解析」、「シナリオアプローチのリスク解析」など。

(2) リスクベース最適化の応用：実用的な制御系設計問題に対する確率的手法の適用法の具体的な検討を通して、リスクベース最適化の整理・体系化を目指す。研究課題としては、「モデル検証への展開」、「ネットワーク化制御への適用」など。

## 4. 研究成果

本研究課題により得られた成果は次のようにまとめることができる。

(1) リスクベース最適化の基礎  
システム同定や適応・学習アルゴリズムの

基礎を与えるアルゴリズムの一つに、確率近似法がある。確率近似法とは、未知方程式の解を、雑音に乱された残差の観測値より逐次的に推定する反復法であり、逐次的ランダムイズドアルゴリズムの原点を与えるものである。また、未知方程式として目的関数の勾配が零になる条件を選べば、最適化アルゴリズムになることから、確率最適化としても研究が進められてきた。そこで、リスクベース最適化の基礎として、「確率近似法と確率最適化のリスク解析」という課題を設定し、研究を実施した。

最初に、未知方程式が線形である場合の確率近似法について、厳密な停止則を導出した（雑誌論文、学会発表）。ここでは、残差が平均零で共分散が有界な独立同分布の加法的雑音とともに観測される場合を考えた。そして、アルゴリズムの出力する解の推定値の確率的な精度とリスクを任意に指定するとき、指定されたリスクのもとで指定された精度を達成するための反復回数を、具体的に示した。また、この停止則を用いる場合、確率近似法で実行される反復回数は問題サイズの多項式であることを明らかにした。

また、以上の結果を補完するものとして、反復において平均化を利用する場合（学会発表）、未知方程式が非線形である場合（学会発表）についても検討を行った。

さらに、確率近似法のリスク解析に関するこれら研究成果を、確率最適化のリスク解析へと発展させた。確率最適化のアルゴリズムとしては、有限差分確率近似と同時摂動確率近似を取り上げ、指定したリスクのもとで指定した確率的精度の解を得るための反復回数を導出して、厳密な停止則を与えた（雑誌論文、学会発表）。

一方、逐次的でないランダムイズドアルゴリズムとしては、シナリオアプローチが最も基礎的なものである。そこで、「シナリオアプローチのリスク解析」という課題を設定し、シナリオアプローチの適用範囲を広げることを目指した研究を行った。

標準的なシナリオアプローチはロバスト制約を対象とするものであり、確率的ロバスト制約としてのリスク解析が行われてきた。ロバスト制約以外の工学的に有用な制約としては、平均制約がある。そこで、平均制約とロバスト制約を同時に扱い得るシナリオアプローチについて、研究を実施した。ここでは、不確かなパラメータに依存する線形行列不等式制約のもとで線形関数を最小化する問題を取り上げた。そして、不確かさを確率変数とみなすことで、平均制約とロバスト制約を定式化し、行列版の Hoeffding の不等式を援用することで、シナリオアプローチにより確率的に厳密な保証のある解を求めることが可能であることを明らかにした（雑誌論文、学会発表）。

また、平均制約が有用な制御問題の例として、平均的極配置を定式化した（学会発表）。

ここでは、応答の速さに関する平均制約と、安定性に関するロバスト制約を考え、これらに対するシナリオアプローチの具体的な適用方法を明らかにした。

## (2) リスクベース最適化の応用

不確かなシステムを記述するためのモデル集合の候補が与えられたとき、それが実際に得られる入出力データに整合しているかを検証する問題は、制御系設計の出発点である。この問題は、モデル検証と呼ばれ、データに含まれるノイズによるリスクの取り扱いが問題となる。そこで、「モデル検証への展開」という課題を設定し、研究を実施した。

この課題のもと、有限長の入出力データに基づいてモデル検証を行う方法を考案した。ここでは、リフティング信号に対する共分散行列で表現された無限大ノルムの解析条件を経由することにより、入出力データにノイズが含まれる場合でも、妥当なリスクのもとで検証結果を得ることができるよう、ノイズに強いモデル検証アルゴリズムを構築した（雑誌論文、学会発表）。

また、今後の展開につながる新たなアイデアの発掘のために、近年重要性を増している「ネットワーク化制御への適用」という課題を設定した。

ここでは、計算や通信のリソースの変動に対処する可変サンプリング周期をもつシステムを対象に、サンプリング周期を変動する不確かなパラメータであるとみなして、逐次的ランダムイズドアルゴリズムの適用可能性を検討した（学会発表）。

以上のように、雑誌論文 5 件、学会発表 10 件を通して、本研究課題を実施して得られた成果の公表を行った。これら以外にも、「ロバスト凸最適化のためのランダムイズドアルゴリズム」と題した解説記事を計測自動制御学会の学会誌「計測と制御」の 2011 年 11 月号に寄稿し、関連する研究内容の発信を広く行った。なお、研究発表を行った研究代表者の研究室の大学院生は、この発表により、システム制御情報学会より 2013 年度学会賞奨励賞を受賞している。

## 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 5 件)

Naoki Tsutsumoto, Yasumasa Fujisaki,  
A Scenario Approach to Optimization  
Subject to Robust and Average LMIs,  
Proceedings of the 44th ISCTE  
International Symposium on Stochastic  
Systems Theory and Its Applications,  
査読有, CD-ROM, 2013, 158~161

Takayuki Wada, Yasumasa Fujisaki,  
A Stopping Rule for Finite-Difference  
Stochastic Approximation,  
Proceedings of the 44th ISCIE  
International Symposium on Stochastic  
Systems Theory and Its Applications,  
査読有, CD-ROM, 2013, 144~147

Takayuki Wada, Yasumasa Fujisaki,  
A Stopping Rule for Simultaneous  
Perturbation Stochastic Approximation,  
Proceedings of the 2013 European Control  
Conference,  
査読有, USB, 2013, 644~649

Kazunori Maeda, Yasumasa Fujisaki,  
An H-infinity Norm Condition Based on  
Input-Output Covariances,  
Proceedings of the 43rd ISCIE  
International Symposium on Stochastic  
Systems Theory and Its Applications,  
査読有, CD-ROM, 2012, 1~4

和田孝之, 井浜崇充, 藤崎泰正,  
線形確率近似法に対する停止則,  
システム制御情報学会論文誌,  
査読有, 25 巻, 2012, 39~44

〔学会発表〕(計 10 件)

李浩鎮, 藤崎泰正,  
可変サンプリング周期システムの安定化,  
計測自動制御学会第 1 回制御部門マルチシン  
ポジウム,  
2014.3.7, 調布

和田孝之, 藤崎泰正,  
平均化を用いる確率近似法の停止則,  
第 57 回システム制御情報学会研究発表講演  
会,  
2013.5.17, 神戸

Naoki Tsutsumoto, Yasumasa Fujisaki,  
A Scenario Approach to Optimization  
Subject to Robust and Average LMIs,  
The 44th ISCIE International Symposium on  
Stochastic Systems Theory and Its  
Applications,  
2012.11.2, 東京

Takayuki Wada, Yasumasa Fujisaki,  
A Stopping Rule for Finite-Difference  
Stochastic Approximation,  
The 44th ISCIE International Symposium on  
Stochastic Systems Theory and Its  
Applications,  
2012.11.1, 東京

和田孝之, 藤崎泰正,  
同時摂動確率近似に対する停止則,

計測自動制御学会第 41 回制御理論シンポジ  
ウム,  
2012.9.18, 葉山

筒本直樹, 藤崎泰正,  
不確かなシステムに対する平均的極配置,  
第 56 回システム制御情報学会研究発表講演  
会,  
2012.5.23, 京都

藤崎泰正, 和田孝之,  
線形方程式に対する確率近似法と停止則,  
第 54 回自動制御連合講演会,  
2011.11.19, 豊橋

Kazunori Maeda, Yasumasa Fujisaki,  
An H-infinity Norm Condition Based on  
Input-Output Covariances,  
The 43rd ISCIE International Symposium on  
Stochastic Systems Theory and Its  
Applications,  
2011.10.28, 大津

和田孝之, 藤崎泰正,  
確率凸最適化に対する停止則,  
計測自動制御学会第 40 回制御理論シンポジ  
ウム,  
2011.9.28, 大阪

和田孝之, 藤崎泰正,  
多次元確率近似法の二乗平均誤差解析,  
第 55 回システム制御情報学会研究発表講演  
会,  
2011.5.17, 吹田

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

藤崎 泰正 (FUJISAKI, Yasumasa)  
大阪大学・大学院情報科学研究科・教授  
研究者番号: 30238555