

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 10 日現在

機関番号：54301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23560545

研究課題名(和文) 行列拡大と二乗和多項式による数値最適化とゲインスケジューリング制御系設計

研究課題名(英文) Gain Scheduling Control System Design Based on Numerical Optimization via Matrix Expansion and Sum of Squares

研究代表者

川田 昌克 (Kawata, Masakatsu)

舞鶴工業高等専門学校・電子制御工学科・教授

研究者番号：90311042

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,200,000円、(間接経費) 1,260,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、まず、アーム型倒立振子を対象とし、二乗和多項式(SOS)に基づくゲインスケジューリング(GS)制御の性能が、状態依存リカッチ方程式(SDRE)法と比較して良好であることを示した。つぎに、パラメータ変動領域を箱型ではなく、スーパー楕円や二次曲線で囲まれた領域に選ぶことにより、SOSを利用したGS制御系設計の保守性が軽減できることを示した。また、パラメータの適切な変動領域を設定するために、ディスクリプタ非多項式システムの吸収領域解析を行うことを検討した。最後に、差分進化(DE)を利用し、簡単な形式のGSコントローラを設計することを提案した。

研究成果の概要(英文)：Firstly, we confirmed that our proposed GS (gain scheduling) control based on SOS (sum of squares) had good performance compared with the SDRE (state-dependent Riccati equation) method through some experiments applied to an ADIP (arm driven inverted pendulum). Secondly, we investigated a GS control system design whose parameter variation region is not a box but a superellipse or two quadratic curves. As a result, performance improvements were illustrated by non-box regions. Thirdly, we investigated the computational methods of estimating the DA (domain of attraction) for the descriptor non-polynomial system. Finally, the DE (Differential Evolution) method were used to get an approximate solution of the nonlinear optimal regulator problem. In proposed method based on the DE, we could design a simple GS controller.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：二乗和多項式 ディスクリプタ表現 行列不等式 ゲインスケジューリング制御 数値最適化

1. 研究開始当初の背景

パラメータ依存線形行列不等式 (PDLMI: Parameter Dependent Linear Matrix Inequality) の保守性の低い数値解を得ることを目的として、行列拡大による方法、SOS による方法、確率的な方法など、これまで様々な研究が行われてきた。

冗長なディスクリプタ表現や伸張型 LMI などを利用した「行列拡大による方法」では、補助変数を導入して PDLMI のサイズを拡大することで、PDLMI における多項式の次数を低く抑えることができるという利点がある。しかし、有限個の LMI に帰着させる限り、数値解の保守性の低減には限界がある。また、計算量の軽減という観点から、SDP (半正定値計画問題) の決定変数の中から不必要な (あるいは重要度の低い) 補助変数を削減することが望ましい。

一方、「二乗和 (SOS: sum of squares) による方法」では、元の標準的な PDLMI を SOS 多項式による表現で記述することで、保守性の低い数値解を得ることを目指している。この方法は、有限個の LMI に帰着する必要がなく、数値解の保守性を低減させるための突破口となることが期待されている。しかし、標準的な PDLMI が高次の多項式であるため、SOS 多項式の次数を大きく選ばざるを得ず、決定変数の数が増大し、計算量の増大に起因する数値的な不安定さをもたらすという欠点がある。

また、計算量の問題のため、従来の先行研究では、SOS による方法の有効性を簡単な数値例のみで検証することが多い。わずかに、検討されている実システムへの応用例で扱われているのは、単一的设计仕様であり、比較的、計算量が少ない例である。

2. 研究の目的

近年、非線形システムに対する制御性能の向上を目指し、PDLMI に基づくゲインスケジューリング (GS: Gain Scheduling) 制御が注目されている。しかし、状態空間表現に基づく標準的な多項式型 PDLMI は高次になるため、パラメータの端点条件 (有限個の LMI) に帰着することにより得られる数値解は、厳密解とのギャップ (保守性) が大きいものとなる。本研究では、この問題に対処するため、「行列拡大による方法」と「SOS による方法」の利点を融合することで、PDLMI に基づく新しい実用的な GS 制御系設計法を確立することを目的としている。また、倒立振子に代表される不安定かつ非線形な劣駆動システムへ応用した実機実験により、その実用性を検証する。

3. 研究の方法

(1) SOS による GS 制御系設計法と SDRE 法との比較

図 1 に示すアーム型倒立振子は、鉛直面を回転するアームを駆動することにより、その

先端に取り付けられた振子の倒立を維持させることを目的とした実験装置である。アームが水平状態に近づくにつれ、アームから振子に伝達されるトルクが非線形的に小さくなり、倒立を維持したままアームを大きな目標角度に追従させることは困難である。そのため、線形制御理論での制御性能は、設計された平衡点近傍に限定される。

本研究では、システムの固有値をある領域に拘束したうえで線形二次形式の評価関数を最小化する問題を考え、SOS に基づいて PDLMI の数値解を得る方法により GS 制御系設計を行うことを検討する。提案法の有効性は、最適レギュレータおよび、状態依存リカッチ方程式をリアルタイムで解く SDRE (State Dependent Riccati Equation) 法と比較した実機実験により検証する。

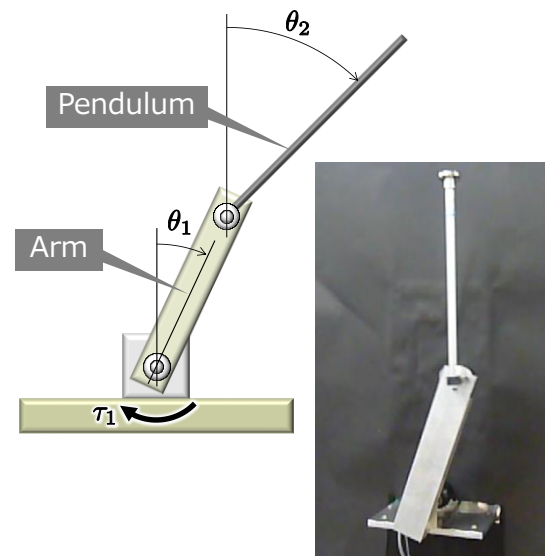


図 1 アーム型倒立振子

(2) パラメータ変動領域を工夫した SOS による GS 制御系設計

従来の GS 制御系設計法の多くは、設計仕様を満足させるための条件を多項式型の PDLMI で表す。そのうえで、PDLMI のパラメータ変動を凸多面体で囲み、その頂点を考えた有限個の LMI に帰着する。しかし、この方法では、PDLMI の次数が高い場合、PDLMI と有限個の LMI との実行可能領域のギャップが大きく、非常に保守的な結果しか得ることができない。

一方、近年、行列値の SOS に基づく GS 制御系設計が注目されている。この方法では、考慮するパラメータ変動領域を多項式で表し、PDLMI を満足する数値解を求める。既存の研究では、複数の変動パラメータがある場合や、変動パラメータとその時間微分を考慮する必要がある場合、変動領域を箱型に選ぶことが多かった。しかし、実際のパラメータの軌跡との整合性を考えると、変動領域を箱型ではなく曲線で構成した方が自然である場合も少なくない。

本研究では、図 1 に示すアーム型倒立振子のサーボ制御を例として、スーパー楕円 (Lame 曲線) や 2 次曲線といった曲線を利用したパラメータ変動領域を設定することで、箱型の変動領域を考えた場合と比べ、PDLMI を解く際の保守性を軽減可能かどうかを検討する。

(3) ディスクリプタ形式を利用した LMI 最適化による非多項式システムの吸収領域の推定

ディスクリプタ非多項式システムの吸収領域解析を行うため、まず、状態方程式に含まれる非多項式関数の級数展開を任意の次数で近似し、近似誤差を表すパラメータを導入する。つぎに、吸収領域に対して、パラメータを含む近似関数値が取る範囲がもとの非多項式関数値が取る範囲に含まれるように、パラメータの上界と下界を決める。その結果、ディスクリプタ非多項式システムは、パラメータを含むディスクリプタ多項式システムに帰着される。このシステムに対して、非対称なリアプノフ変数を用いた一般化リアプノフ関数を用いて、吸収領域解析を行う。さらに、解析条件を零化多項式行列を用いた行列多項式条件に変換する。以上を数値計算によって評価する。すなわち、与えられたリアプノフ関数に対して、従来法による解析、ディスクリプタ形式による解析、行列多項式条件による解析を行い、同等な解析性能をもつことを示す。

(4) 進化型計算による GS 制御系設計

PDLMI を数値的に解いて GS 制御系を設計する方法は、指定した領域での制御性能を保証することができるという利点がある。しかし、PDLMI の保守性の低い解を得るためには、解の構造を複雑にしなければならず、その結果、実装すべきコントローラは複雑な形式となる。そこで、このような厳密性を保証しない代わりに、簡便な形式のコントローラを進化型計算によって設計することを検討する。また、図 1 に示すアーム型倒立振子への応用例により PDLMI に基づく GS 制御系設計法との性能比較を行う。

進化型計算に基づく設計では、有限時間での二次形式評価関数が最小になるような GS コントローラのゲインを探索する。ゲインの探索手法としては、メタヒューリスティクスな探索法の一つである粒子群最適化 (PSO: Particle Swarm Optimization) および差分進化 (DE: Differential Evolution) を利用する。

4. 研究成果

(1) SOS による GS 制御系設計法と SDRE 法との比較

SOS による GS 制御系設計法では、標準的な PDLMI を SOS 多項式行列を用いた形式で表すことで、保守性の低い数値解を得る

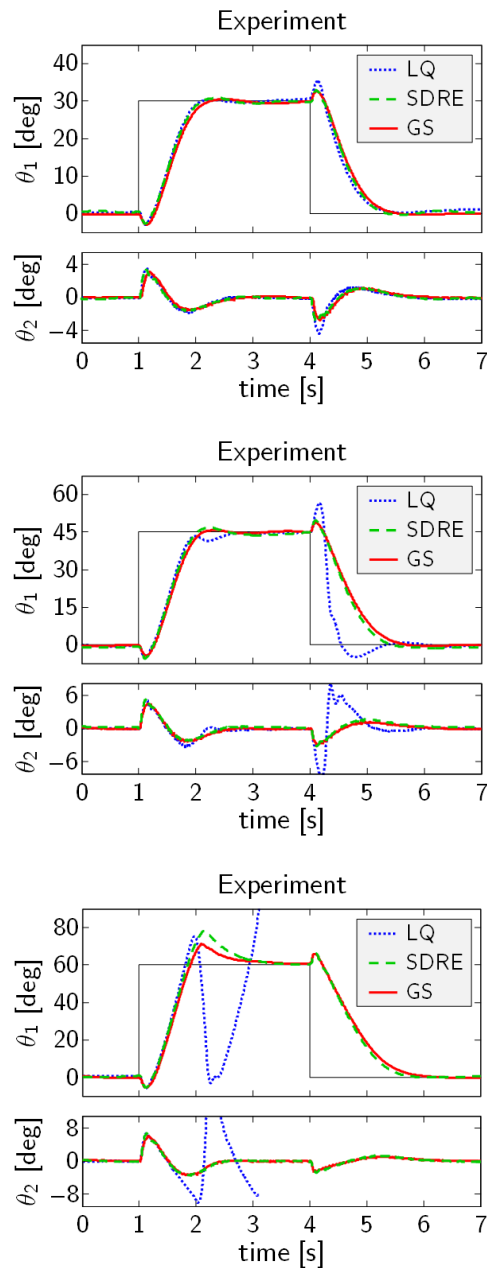


図 2 実験結果

ことを目指している。この方法は有限個の LMI 条件に帰着させることを必要としないので、PDLMI の数値解の保守性を低減させるための突破口となることが期待されている。しかし、従来の研究では、実システムへ応用した研究は極めて少なく、その有用性について十分に検証されているとはいえなかった。

それに対し、本研究では、強い非線形性を持つ図 1 のアーム型倒立振子に対して、SOS による GS 制御系設計法の有用性を、実機実験により検証し、さらに従来法との比較検証を行った。従来法としては、線形制御理論で代表的な最適レギュレータ (LQ) と、非線形システムに対する実用的な設計法とされる SDRE 法を考えた。実機実験を行った結果を図 2 に示す。三者とも同一の二次形式評価関数を用いているので、非線形性の影響が少な

い動作領域 (アームの目標値が 30 deg) では、ほぼ同じ時間応答となっている。しかし、アームの目標値を 45, 60 deg のように大きくするにつれ、最適レギュレータは時間応答の劣化が大きく、60 deg では不安定となった。それに対し、SDRE 法と SOS に基づく GS 制御では、非線形性の影響が大きい目標値が 60 deg の場合であっても安定性を維持することができた。また、SOS に基づく GS 制御は SDRE 法と比べ、オーバーシュートが小さな応答となった。これは、線形システムの極に相当する固有値の領域を拘束したうえで二次形式評価関数の最小化を考えているためであると考えられる。

(2) パラメータ変動領域を工夫した SOS による GS 制御系設計

従来、SOS による GS 制御系設計では、システムの係数行列に含まれるパラメータの変動領域を図 3 のように箱型に設定していた。しかし、実際に非線形シミュレーションしたときのパラメータの軌道は図 4 のようになり、箱型は保守的な囲み方となっていることがわかる。

そこで、本研究では、図 1 に示すアーム型倒立振子のサーボ制御を例として、パラメータ変動領域を、図 5 に示すスーパー楕円領域や、2 次曲線領域に設定することを提案した。提案する変動領域を用いて、SOS による GS 制御系設計を行うと、H-infinity ノルムの上限を小さくすることができ、保守性の低い結果となった。また、図 6 に示す実験結果により、既存結果 (箱型領域) と比べて提案法 (スーパー楕円領域) が速応性のよい目標値追従制御を実現可能であることを確認した。

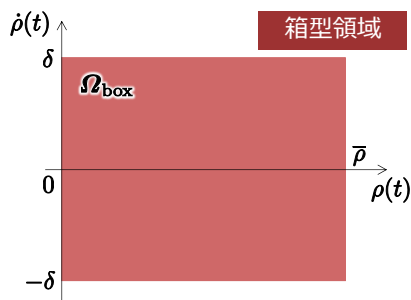


図 3 従来のパラメータ変動領域

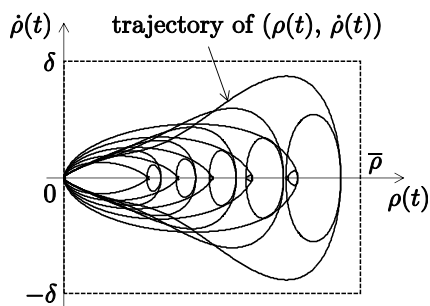


図 4 実際のパラメータ変動

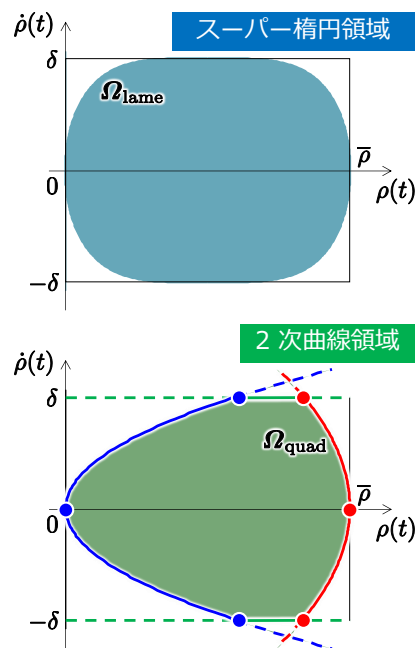


図 5 様々なパラメータ変動領域の設定

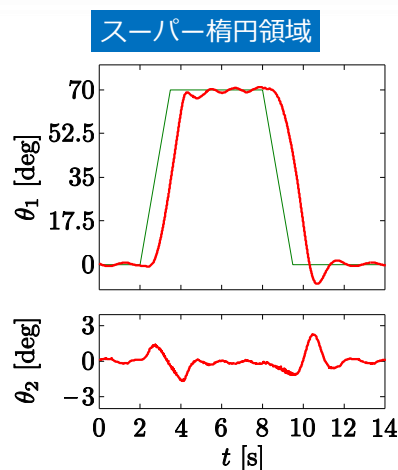
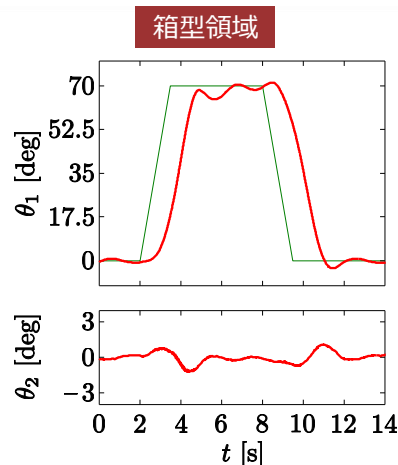


図 6 実験結果

- (3) ディスクリプタ形式を利用した LMI 最適化による非多項式システムの吸収領域の推定
 ディスクリプタ非多項式システムをパラ

メータを含むディスクリプタ多項式システムに帰着できたことで、解析の見通しがよくなった。つまり、一般化リアプノフ関数を用いることで、パラメータを含むディスクリプタに対する吸収領域解析ができるようになった。数値例は、与えられたリアプノフ関数に対して、従来法による解析、ディスクリプタ形式による解析、行列多項式条件による解析を行い、同等な解析性能をもつことを示す結果となった。さらに、零化多項式行列を導入した行列多項式条件では、設計問題に対しても繰り返し計算などを導入することなく

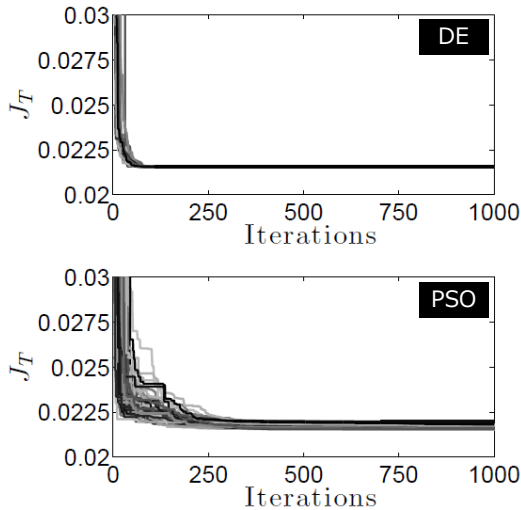


図7 DEとPSOの探索性能の比較

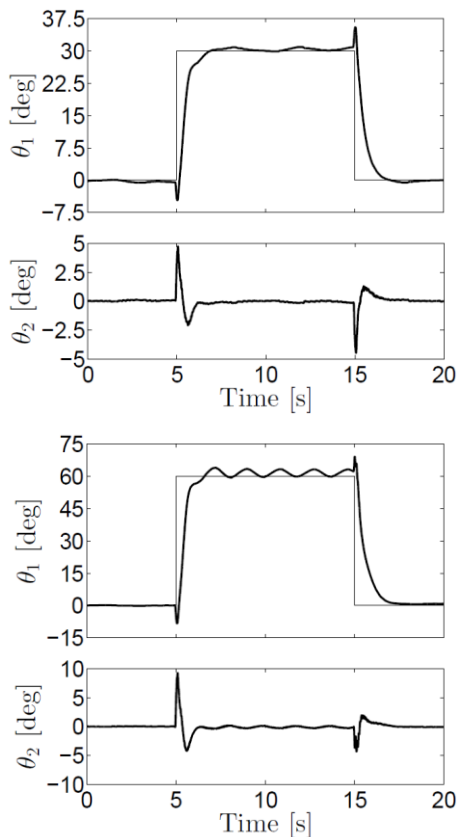


図9 DEにより設計されたGS制御の実験結果

解決できる可能性を示すことができた。

(4) 進化型計算によるGS制御系設計

本研究では、図1のアーム型倒立振子に対し、線形最適レギュレータと同じ二次形式評価関数を最小化するGSコントローラを設計する、非線形最適制御問題を考えた。解析解を求めることができない非線形最適制御問題を数値的に解くために、代表的な目標値と初期値を与え、有限時間での評価関数の値を最小化するという、問題設定の緩和を行った。また、GSコントローラの線形ゲインは最適レギュレータにより得られるゲインとした。そして、GSコントローラの高次項のゲインの調整に、進化型計算であるDEやPSOを利用した。その結果、本研究で示した例では、DEによる設計はPSOによる設計と比べて数値解の一意性や収束性の観点から優位であり、実用的であった(図7)。また、図8より、設計された非線形コントローラを用いて実機実験を行った結果、大きな目標値に追従させることが可能であることを確認した。

(5) 研究成果に係わるソフトウェア環境とハードウェア環境の発信

本研究で使用したソフトウェア環境やハードウェアは、著書や学会誌の特集号で公表した。また、これらと連動して、MATLABソースコードをホームページ上に公開した。

有効性検証のための実験装置としては、図1のアーム型倒立振子のほか、車輪型倒立振子や二軸ヘリコプタを試作した。さらに、LEGO MINDSTORMSで製作した回転型倒立振子の利用についても検討し、著書などでその利用方法について説明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計11件)

- ① H. Ichihara and M. Kawata: Gain Scheduling Control of an Arm-Driven Inverted Pendulum Based on Sum of Squares: Comparison with a SDRE Method, Proceedings of the 18th IFAC World Congress, pp.9613-9617 (2011) (査読あり)
- ② 川田昌克: 制御系解析・設計における数値計算/数式ソフトウェアの活用, システム/制御/情報, Vol.55, No.5, pp.159-164 (2011)
- ③ 川田昌克, 蛭原義雄: LMIに基づく制御系解析・設計, システム/制御/情報, Vol.55, No.5, pp.165-173 (2011)
- ④ 市原裕之: 二乗和に基づく制御系解析・設計, システム/制御/情報, Vol.55, No.5, pp.174-180 (2011)
- ⑤ H. Ichihara: A Descriptor System

Approach to Estimating Domain of Attraction for Non-Polynomial Systems via LMI Optimization, Proceedings of 2011 American Control Conference, pp.1299-1304 (2011) (査読あり)

- ⑥ H. Ichihara and H. Anai: An SOS-QE Approach to Nonlinear Gain Analysis for Polynomial Dynamical Systems, Vol.5, Issue 3, pp.304-314 (2011) (査読あり)
- ⑦ 川田昌克: 制御への道しるべ — 倒立振子の概要と制御系設計の流れ, システム/制御/情報, Vol.56, No.4, pp.160-165 (2012)
- ⑧ 川田昌克: 物理法則に基づくモデリング, システム/制御/情報, Vol.56, No.4, pp.166-169 (2012)
- ⑨ 市原裕之: 物理法則に基づくモデリング, システム/制御/情報, Vol.56, No.4, pp.294-297 (2012)
- ⑩ H. Ichihara: Sum of Squares Based Input-to-State Stability Analysis of Polynomial H. Ichihara Nonlinear Systems, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, Vol.5, No.4, pp.218-225 (2012) (査読あり)
- ⑪ H. Ichihara: A Convex Approach to State Feedback Synthesis for Polynomial Nonlinear Systems with Input Saturation, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, Vol.6, No.3, pp.186-193 (2013) (査読あり)

[学会発表] (計 8 件)

- ① 川田昌克, 市原裕之: 二乗和に基づくゲインスケジューリング制御系設計におけるパラメータ変動領域について, 第 40 回制御理論シンポジウム (2011 年 9 月 28 日, 大阪)
- ② 市原裕之, 川田昌克: 線形パラメータ変動系の吸収領域解析, 第 55 回自動制御連合講演会 (2012 年 11 月 17 日~18 日, 京都)
- ③ 川田昌克: 線形パラメータ変動系の吸収領域解析, 第 55 回自動制御連合講演会 (2012 年 11 月 17 日~18 日, 京都)
- ④ 川田昌克: 制御工学教育における倒立振子と LEGO Mindstorms NXT の活用, 第 55 回自動制御連合講演会 (2012 年 11 月 17 日~18 日, 京都)
- ⑤ 川田昌克: LEGO MINDSTORMS NXT と MATLAB/Simulink を利用した制御工学の教育コンテンツの検討 — 回転型倒立振子を題材として, 第 13 回計測自動制御学会制御部門大会 (2013 年 3 月 5 日~8 日, 福岡)
- ⑥ 吉崎亮介, 川田昌克, 伊藤 稔: 進化型計算に基づくアーム型倒立振子の非線形最適レギュレータの設計, 第 57 回システ

ム制御情報学会研究発表講演会 (2013 年 5 月 15 日~17 日, 兵庫)

- ⑦ 川田昌克: 卒業研究における線形行列不等式に基づく制御系設計の応用事例, 第 56 回自動制御連合講演会 (2013 年 11 月 16 日~17 日, 新潟)
- ⑧ 市原裕之: YALMIP を利用した LMI 問題の解法, 第 56 回自動制御連合講演会 (2013 年 11 月 16 日~17 日, 新潟)

[図書] (計 2 件)

- ① 川田昌克: MATLAB/Simulink による現代制御入門, 森北出版, 全 272 頁 (2011)
- ② 川田昌克: MATLAB/Simulink と実機で学ぶ制御工学 — PID 制御から現代制御まで一, TechShare, 全 286 頁 (2013)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

ホームページ等

- ① システム制御情報学会学会誌「システム/制御/情報」(Vol.55, No.5, 2011 年)における『制御系解析・設計における数値計算/数式処理ソフトウェアの活用』特集号サポートページ
<http://www.maizuru-ct.ac.jp/control/kawata/iscie/iscie.html>
- ② システム制御情報学会学会誌「システム/制御/情報」(Vol.56, No.4 & 6, 2012 年)における『初学者のための図解でわかる制御工学』特集号サポートページ
<http://www.maizuru-ct.ac.jp/control/kawata/iscie2/iscie2.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

川田 昌克 (KAWATA, Masakatsu)
舞鶴工業高等専門学校・電子制御工学科・教授
研究者番号: 90311042

(2) 研究分担者

市原 裕之 (ICHIHARA, Hiroyuki)
明治大学・理工学部・准教授
研究者番号: 70312072