

## 科学研究費助成事業(学術研究助成基金助成金) 研究成果報告書

平成 25 年 6 月 5 日現在

機関番号 : 12601

研究種目 : 挑戦的萌芽研究

研究期間 : 2011 ~ 2012

課題番号 : 23650042

研究課題名 (和文) 3次元テンソル場の特異点特徴を用いた位相優先六面体メッシュ生成

研究課題名 (英文) Topology-aware hexahedral mesh generation based on singularities of 3D tensor fields

研究代表者

高橋 成雄 (TAKAHASHI SHIGEO)

東京大学・大学院新領域創成科学研究科・准教授

研究者番号 : 40292619

研究成果の概要 (和文) : 本研究では, 有限要素法解析において必要な処理である, 対象物を小さい四辺形・六面体の集合に分割し, 離散的な表現である四辺形・六面体メッシュに変換する新しいアルゴリズムを構築する. 本研究のアイデアは, 対象物内に適切なテンソル場を生成し, その特異点特徴を利用してメッシュ位相の全体的な配置を制御することで, 質の高い四辺形・六面体メッシュを生成する手法を構築することにある.

研究成果の概要 (英文) : This research project aims at composing an algorithm for decomposing the input 2D and 3D objects quadrilateral and hexahedral meshes, which are sets of quadrilaterals and hexahedra. This is an important process for transforming input objects into their discrete representations especially for finite element method analysis. Our idea is to synthesize an appropriate tensor field within the input object, and control the overall mesh topology by locating the degeneracy on the underlying tensor field. This successfully leads us to the generation of high-quality quadrilateral and hexahedral meshes.

交付決定額

(金額単位: 円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	2,400,000	720,000	3,120,000

研究分野 : 総合領域

科研費の分科・細目 : 情報学・メディア情報学・データベース

キーワード : 四辺形メッシュ, 六面体メッシュ, テンソル場, 特異点, 双対, 有限要素法, 画像抽象化

### 1. 研究開始当初の背景

有限要素法は, 対象領域を離散的な小領域(メッシュ)に分割することで, 解析的に解くことが難しい微分方程式の近似解を求める手法であり, 構造物の外力に対する歪みなどの計算や, 流体・電磁場解析等にも応用される. 有限要素法の数値解法自体は, 近年の計算機性能の向上もあり劇的な発展を遂げているのに対し, その前処理であるメッシュへの変換については, 今なお多くの問題が存在

する.

その中で, 特に重要なのが2次元および3次元の対象物体を, 四辺形および六面体メッシュに変換する問題である. 一般的に, 有限要素法では, 曲面では三角形メッシュ, ボリュームでは四面体メッシュが主に用いられるが, 弾性や可塑性の高い構造物の場合, 四辺形および六面体メッシュの方が計算時間, 精度, メモリ使用量, 計算の信頼性のすべてにおいて大きく優る. しかし四辺形および六面体メッシュは幾何学的制約がきつく簡単

には生成できないため、実用上では部分的に三角形分割や四面体分割も用い、解析の質を多少犠牲にして計算を行っているのが実状である。

また、四辺形メッシュや六面体メッシュは、曲面やボリュームに直交座標系を導入する際に、そのガイドラインとして用いられる。そのため、テクスチャマッピングなどの、パラメータ座標系を導入する際にも非常に重要な道具立てとなる。そのため、質のよい四辺形および六面体メッシュの導入は、重要な研究課題として長きに渡り研究が行われてきている。

## 2. 研究の目的

本研究課題では、対象物体内に 2 次元および 3 次元テンソル場を定義し、それを介して四辺形および六面体メッシュを生成する新しい手法を構築することを目的とする。

従来の四辺形および六面体メッシュ生成手法は、対象物体の境界条件に起因するメッシュの局所的な位相構造(頂点接続性)の歪みを、そのまま内部に伝播させるため、基本的にその歪みが内部で集中して、完全四辺形および六面体メッシュとしてメッシュ分割ができない場合が多い。本研究の新規性は、上記の位相構造の歪みの起因となる特異点を、テンソル場の補間処理を用いて局所的な集中を避け、適切に対象領域内により均一に配置することにより、四辺形メッシュおよび六面体メッシュ全体の位相構造を制御する点にある。

そもそも、四辺形・六面体メッシュと 2 次元・3 次元テンソル場の表現には共通項が多い。四辺形・六面体メッシュは、線状およびシート状となる双対構造を、対象物体内に配置することで表現できる。一方テンソル値は、直交軸が任意の方向をもつ楕円形・楕円体と同一視できるため、その 2 次元・3 次元テンソル場を参照することで自然に楕円形・楕円体の軸に沿う小四辺形・六面体の配置に変換することができる。

本研究は、この異なる 2 つの数理モデルの共通性に着目し、四辺形・六面体メッシュ生成をテンソル場生成の問題に変換して解く点が特筆に値する。言い換えると、本研究は脳の DT-MRI 画像における神経繊維の可視化の際に用いられているテンソル場の知見を、機械工学分野におけるメッシュ生成の問題に導入している点に特色があり、最新の学融合研究のひとつととらえることができる。

## 3. 研究の方法

本研究課題では、対象物体内に 2 次元および 3 次元テンソル場を定義し、それを介して四

辺形および六面体メッシュを生成する新しい手法を構築する。特に、A) 対象物体の境界条件から適切に物体内に補間テンソル場を生成する手法、B) 生成したテンソル場内に存在する特異点特徴を適切に抽出する手法、さらには、C) 特異点特徴を参照して四辺形・六面体メッシュの双対の位相構造を適切に制御する手法の 3 つの手法の構築を目指す。さらに、実験により、本手法がより広範な物体の四辺形および六面体メッシュを生成可能であることも示す。

## 4. 研究成果

以下に、本研究で得られた成果について、代表的なものを記す。概要として、3 次元テンソル場の特異点解析と補間手法(4. 1)、それに基づく四辺形メッシュ生成(4. 2)、またそれらを用いた一筆描き線画の階層的表現手法(4. 3)、加えて一筆描きペイント絵画表現のための画像抽象化手法(4. 4)に関しては実現することができた。具体的な 3 次元形状における六面体メッシュ生成に関しては、3 次元テンソル場の解析と補間までは研究が終了しているが、それをメッシュ表現に変換する際にいくつか複雑なパターンを考慮する必要がある、まだ研究途中の段階となっている。今後引き続き研究を進めていく予定である。

### 4. 1 3 次元テンソル場の特異点解析と補間手法(論文(4)参照)

本研究では、グリッドサンプルで表現されている 3 次元テンソル場において、特異点の位置を同定しながら、テンソル場の補間を行う手法の構築を行った。

具体的な手順として、まず各 3 次元テンソルサンプルの固有値と固有ベクトル方向を計算する。その後、隣接テンソル間の異方性の類似度を、固有値と固有ベクトルを参照して計算を行う。そして、類似度の高いテンソルに対してクラスタリングを適用することで、テンソルをつなぐ最小広域木(minimum spanning tree)を構築する。

次に、隣接テンソルサンプル間で 90 度以上の回転変換を伴うものを調べあげ、対応するセルに特異点が含まれているかどうかの判定を行う。これを、テンソル場全体において行い、特異点を含むべきセルの同定を行なっていく。

最後に特異点の位置を考慮に入れて、テンソルサンプル同士の固有ベクトル方向の位置合わせを調整したのち、3 重線形補間を拡

張した回転補間を導入することで、セル内におけるテンソル場の実現を図っていく。

このようにして得られた、3次元テンソル場の補間は、従来のように特異点の位置を考慮しない補間結果と比較して、テンソル場の異方性特徴の連続的な変化を尊重した補間が実現できる。そのため、従来では十分追跡できなかった。神経線維などの異方性特徴を連続的に追跡することが可能となった。

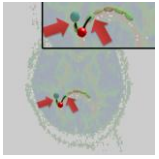
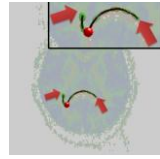
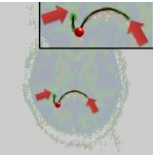
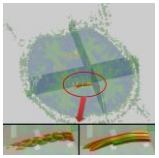
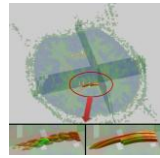
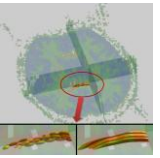
		
Component-wise 法	Log-Euclidean 法	提案手法
		
Component-wise 法	Log-Euclidean 法	提案手法

図 1: 3次元テンソル場補間手法の比較

図 1 はそのような 3次元テンソル場補間における従来手法と提案手法の結果の比較である。テンソル表現の行列を要素ごとに補間する component-wise 法は、異方性特徴が失われがちで神経線維の追跡がうまくいかない(図 1 左上)。Log-Euclidean 法は、比較的異方性特徴は保たれる(図 1 中上)が、特異点の分布には特に注意を払っていないため、追跡が十分いかない場合が発生する(図 1 中下)。提案手法は、これらの問題を効果的に低減するものであり、神経線維の異方性特徴を十分尊重した補間手法になっていることが見てとれる(図 1 右上下)。

#### 4. 2 2次元テンソル場に基づく四辺形メッシュ生成(論文(3)参照)

本研究では、2次元テンソル場から四辺形メッシュを生成するための手法の構築を行った。まず図 2 左にあるように、テンソル補間場から、2つの異方性の方向を追跡し、それに伴う流線を描く。その後、その流線の配置の双対を計算して、図 2 右にあるように求める四辺形メッシュを求めていく。通常のテンソル場における赤い点では、メッシュの頂点におけるエッジの接続本数が通常 4 になるのに対し、テンソル場の特異点に対応する青い

点では、4 以外にエッジ接続数が自然とテンソル場の振る舞いから決まる点が、本手法の特筆すべき特徴である。

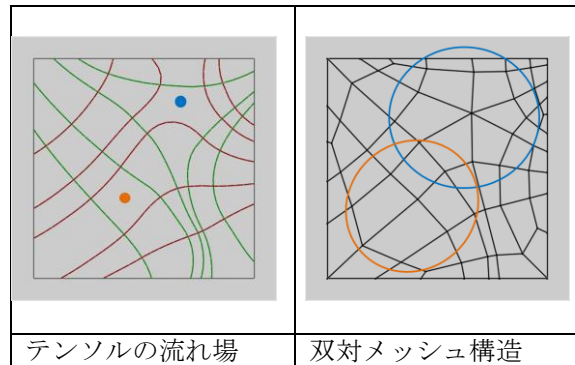


図 2: テンソルの流れ場からのメッシュ生成

図 3 に四辺形メッシュの生成の全タイの手順を示す。まず、与えられた 2次元形状の境界にテンソル場を発生させる。そのテンソル場を、領域内に伝播させることで、2次元テンソル補間場を生成する。ここで、テンソル場の伝播には、ポアソン方程式の計算を拡張して行なっていることに注意する。

このようにして得られた 2次元テンソル場から、2つの主方向に沿う流れ場を生成する。その後、双対グラフに変換したのち、メッシュに平滑化を施して最終的な四辺形メッシュを得る。

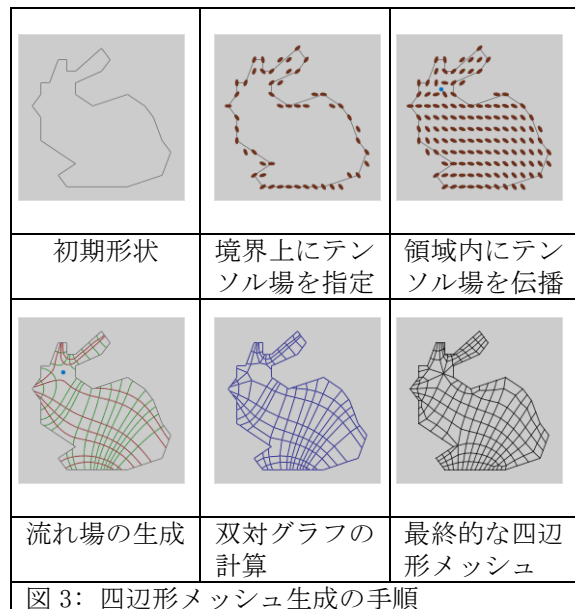


図 3: 四辺形メッシュ生成の手順

#### 4. 3 画像からの階層的な一筆描き線画生成(論文(2)参照)

本研究では、入力画像から輪郭線情報等を抽出したのち、それらを一筆描き線画として階

層的に構成する手法の構築を実現した。一筆描き線画は、針金細工による表現や、キルトのデザイン、紙細工の切り取り線の計算や、子供向けのパズルである点つなぎなど、その応用範囲は意外に大きい。加えて、ひと続きの線でシーンを描くため、線の太さや色の濃さなどの表現の、我々の視覚に対する効果も重要な研究対象となる。

本手法では、まず入力画像から、バイラテラルフィルタなどの画像処理を介して、画像の輪郭線特徴を、複数の周波数帯において抽出する。それらの線画を、グラフ理論の考え方を積極的に導入し、オイラー路になるような変換を施していく。その際、視覚的な影響を考慮し、より入力画像の輪郭線情報を壊さないように、一筆書き化する点が、本手法の技術的な貢献である。従来のような巡回セールスマン問題(TSP)などの手法を用いたものより、格段と視認性の向上した一筆描き図が生成できる。図3は、そのような線画の太さや濃さを調整し、視覚的な効果を導入した事例である。

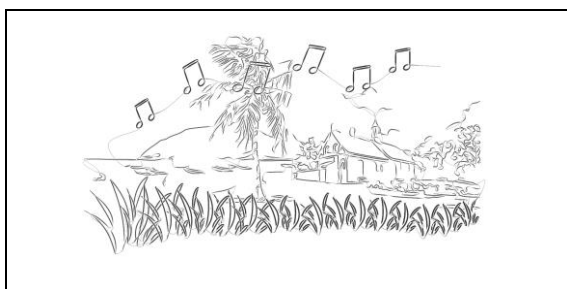


図 4: 階層的な一筆描き線画生成例。先の太さや濃さまで変化させている。

#### 4. 4 一筆描きペイント絵画表現への画像抽象化(論文(1)参照)

本研究では、画像抽象化の一手法として、画像からの一筆描き線画の抽出と、そのペイントへの変換を行うための手法の構築を行った。本手法では、まず画像領域を、輪郭線特徴などを利用して、オブジェクトや背景などの各領域に分割を行う。各領域においては、ユーザの助けを借りて、適切な流れをテンソル場として定義する。ここでは、テンソル場は図4にある通り、方向に沿う流れ、境界線に沿う流れ、画像輝度値勾配に沿う流れの3つの基本的なテンソル場と、それらの重み付き線形結合として表現していく。

上記のように画像上にテンソル場を定義したのち、そのテンソル場を利用して、まず一筆書き線画を生成する。図5中央上は、左上の図から一筆描き線画を抽出した例である。これから、まず図右上のように、一筆描

き線画の上にサンプル点を取り、その点のボロノイ分割を用いてペイント絵画の骨格を右上のように抽出する。さらに、図左下のように、線画を区別する壁における色情報から、Diffusion curve手法を用いて色塗りを施す。その後、図中央下のように壁を白で塗りなおし、さらに色や壁の太さを調整して、図右下のような最終結果を得る。ここでは、人の視覚的な近くの見方を考慮することで、より自然でかつ人の手による作品に近い効果を生成することに成功している。

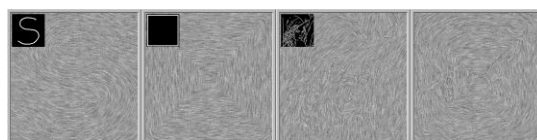


図 5: 分割された領域におけるテンソル場の記述。左から方向に沿う流れ、境界線に沿う流れ、画像輝度値勾配に沿う流れ、3つの基本テンソル場の重み付き線形結合を表す。

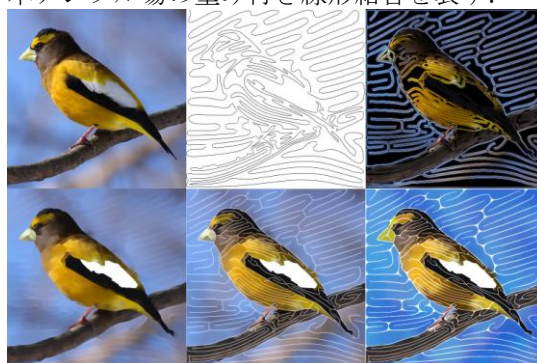


図 6: 一筆描きペイント絵画生成手順。左上から右下まで、入力画像、一筆描き線画、一筆描きペイント絵画の骨格抽出、境界線の色情報を用いた描画、境界線の描画、最終結果。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)  
(すべての論文は査読あり論文である。)

- (1) Fernando J. Wong and Shigeo Takahashi, Abstracting Images into Continuous Line Artistic Styles, The Visual Computer, Vol. 29, No. 6-8, pp. 729-738, 2013.
- (2) Fernando J. Wong and Shigeo Takahashi, Hierarchical Design of Continuous Line Illustrations, in Proceedings of the 8th International Conference on Computer Graphics Theory and Applications (GRAPP 2013), pp. 131-138, 2013.

- (3) Chongke Bi, Daisuke Sakurai, Shigeo Takahashi, and Kenji Ono, Interactive Control of Mesh Topology in Quadrilateral Mesh Generation Based on 2D Tensor Fields, in Proceedings of the 8th International Symposium on Visual Computing (ISVC2012), pp. 726-735, 2012.
- (4) Chongke Bi, Shigeo Takahashi, and Issei Fujishiro, Degeneracy-Aware Interpolation of 3D Diffusion Tensor Fields, in Proceedings of Visualization and Data Analysis 2012 (VDA2012), SPIE Vol. 8294, 2012.
- (5) Shigeo Takahashi, Hsiang-Yun Wu, Seow Hui Saw, Chun-Cheng Lin, and Hsu-Chun Yen, Optimized Topological Surgery for Unfolding 3D Meshes, Computer Graphics Forum, Vol. 30, No. 7, pp. 2077-2086, 2011.

[学会発表] (計5件)

- ① Shigeo Takahashi, Abstracting Images into Continuous Line Artistic Styles, Computer Graphics International 2013 (CGI2013), on June 13, 2013, at Hannover, Germany.
- ② Chongke Bi, Interactive Control of Mesh Topology in Quadrilateral Mesh Generation Based on 2D Tensor Fields, 8th International Symposium on Visual Computing (ISVC2012), on July 17, 2012, at Rythmnon, Crete, Greece.
- ③ Fernando J. Wong, Hierarchical Design of Continuous Line Illustrations, 8th International Conference on Computer Graphics Theory and Applications (GRAPP 2013), on February 22, 2012, at Barcelona, Spain.
- ④ Chongke Bi, Degeneracy-Aware Interpolation of 3D Diffusion Tensor Fields, SPIE Visualization and Data Analysis 2012 (VDA2012), January 24, 2012, at Burlingame, USA.
- ⑤ Shigeo Takahashi, Optimized Topological Surgery for Unfolding 3D

Meshes, 19th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications (Pacific Graphics 2011), September 23, 2011, at Kaohsiung, Taiwan.

[その他]

ホームページ等

研究室 web page

<http://www.visual.k.u-tokyo.ac.jp/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

高橋 成雄 (TAKAHASHI SHIGEO)

東京大学・大学院新領域創成科学研究科・  
准教授

研究者番号: 40292619