

科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成25年5月8日現在

機関番号：15301
 研究種目：挑戦的萌芽研究
 研究期間：2011～2012
 課題番号：23654011
 研究課題名（和文）
 変形および退化の側面から見たCohen-Macaulay加群の研究
 研究課題名（英文）
 Study of Cohen-Macaulay modules from the viewpoint of deformation and degeneration
 研究代表者
 吉野 雄二 (Yuji Yoshino)
 岡山大学・大学院自然科学研究科・教授
 研究者番号：00135302

研究成果の概要（和文）：

研究代表者自身が提唱してきた加群の退化の代数的定義に基づいて、Cohen-Macaulay 加群の退化の新しい理論体系を構築することが研究目標の一つであった。Cohen-Macaulay 加群の退化を研究するために、安定圏における退化の類似について詳しく考察した。その結果として、安定圏における退化は従来の退化と密接な関係にあり、実際の計算においては安定圏における退化の方が易しいことなどが分かった。また、その結果を用いて加群圏における退化の例に関して多くの計算を行った。

研究成果の概要（英文）：

One of the aims of this study is to construct a new theory of degeneration of Cohen-Macaulay modules based on the algebraic definition of degeneration. To study the degeneration of Cohen-Macaulay modules we have given careful consideration to the analogue of degeneration in the stable category. We have proved that this analogue in the stable category is easier in the actual computation. Using this idea we observed a lot of examples of degeneration of modules.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：代数学

科研費の分科・細目：4701

キーワード：可換環、安定圏、Cohen-Macaulay 加群、変形、退化

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は、1990年に著書；Cohen-Macaulay modules over Cohen-Macaulay rings (London Mathematical Society, Lecture Notes Series vol. 146, Cambridge University Press) を出版して以来、Cohen-Macaulay 加群の表現論についての研究を行ってきた。

一方で、研究代表者は2008年に Journal of Math. of Kyoto University に発表した論文において、環上の加群の普遍変

形族を非可換なパラメータ代数上で構成することに成功した。実際、非可換パラメータ上の普遍変形族が一意的に存在することが証明され、さらにそれを使って変形の障害理論がコホモロジーの比較理論として自然に導出されることを示した。これによって、加群のモジュライの局所的な構造、すなわち加群の変形や退化について深く調べることが可能になった。

これらの成果を踏まえて、Cohen-

Macaulay 加群の退化に関する研究の着想が自然に生まれてきていた。

2. 研究の目的

このような背景のもとで本研究課題では、変形・退化の理論を予てからの私の研究対象である Cohen-Macaulay 加群の分類理論に適用して、加群の変形または退化の側面からその分類論を捉えなおすことが中心的課題である。

3. 研究の方法

加群の退化には色々な定義の方法が知られているが、任意の環上の任意の加群に対して適用できる、最も一般的な定義は、研究代表者自身が 2004 年に Journal of Algebra で提唱した代数的定義である。本研究では、加群の退化に関するこの代数的定義に基づいて理論を展開することが主な手法であり、この研究の特徴でもある。

4. 研究成果

今まで加群の退化は加群圏（アーベル圏）においてのみ考察されてきたが、Cohen-Macaulay 加群の退化の安定圏における類似を詳しく考察を行った。その結果として、雑誌論文⑤において、安定圏における退化は従来の退化と密接な関係にあり、実際の計算においては安定圏における退化の方が易しいこと、その結果を用いて従来の加群圏における退化の様子を知ることができることなどが分かった。

また導来圏における t -構造と局所コホモロジー関手の関連については従来から知られていたことではあるが、抽象局所コホモロジー関手という新しい概念を導入して、サポートが二つのイデアルの組によって与えられる一般化された局所コホモロジー関手が、抽象コホモロジー関手全体の中で十分に自然な存在であることを示すことができた。（雑誌論文④）

また、フロベニウス型の歪多項式環の研究を深化させた。素数を標数に持つ局所環上の有限生成加群について、その上のフロベニウス写像の左からの作用が、その Matlis 双対の右からの作用に自然に拡張される。この対応によって歪多項式環上の右加群（基礎となる素数標数局所環上有限生成加群）と左加群

（基礎環上アルティン加群）との間に、双対性が成立することを証明した。さらには、この双対性理論をイデアルの密着閉包の理論に応用することで、数々の新しい事実を見出すことができた。（雑誌論文③）

またProceeding of the American Math. Society に掲載予定の論文 (①) では、これら従来の結果を使って、偶数次元のA型の単純特異点上の Cohen-Macaulay 加群の退化の様子を記述するアルゴリズムを得ることができた。さらには有限表現型の完備 Cohen-Macaulay 局所環上の Cohen-Macaulay 加群の退化はすべて Auslander-Reiten 列の退化から得られることが証明できた。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 15 件)

① N. Hiramatsu, Y. Yoshino; Examples of degenerations of Cohen-Macaulay modules, Proceedings of the American Math. Society, 査読有、vol. 141 (2013), 印刷中につきページ未定、DOI: <http://dx.doi.org/10.1090/S0002-9939-2013-11523-6>

② Y. Yoshino; Introduction to representation theory of Cohen-Macaulay modules and their degenerations, Proceedings of the Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 査読無、vol. 44 (2012), pp. 268-281

③ R. Y. Sharp and Y. Yoshino; Right and left modules over the Forbenius skew polynomial ring in the F-finite case, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 査読有、vol. 150 (2011), pp. 419 - 438.

④ Y. Yoshino and T. Yoshizawa; Abstract local cohomology functors, Math. Journal of Okayama University, 査読有、vol. 53 (2011), pp. 129 - 154.

⑤ Y. Yoshino; Stable degenerations of Cohen-Macaulay modules, Journal of Algebra, 査読有、vol. 332 (2011), pp. 500 - 521.

⑥ R. Inoue, O. Iyama, B. Keller, A. Kuniba,

T. Nakanishi; Periodicities of T and Y-systems, dilogarithm identities, and cluster algebras II: Type C_r, F₄, and G₂, Publ. Res. Inst. Math. Sci. 49 (2013), no. 1, 43--85.

⑦ R. Inoue, O. Iyama, B. Keller, A. Kuniba, T. Nakanishi; Periodicities of T and Y-systems, dilogarithm identities, and cluster algebras I: Type B_r, Publ. Res. Inst. Math. Sci. 49 (2013), no. 1, 1--42.

⑧ C. Amiot, O. Iyama, I. Reiten, G. Todorov; Preprojective algebras and c-sortable words, Proc. Lond. Math. Soc. 104 (2012), no. 3, 513--539.

⑨ O. Iyama, K. Kato, J. Miyachi, Recollement of homotopy categories and Cohen-Macaulay modules, J. K-Theory 8 (2011), no. 3, 507--542,

⑩ M. Herschend, O. Iyama, Selfinjective quivers with potential and 2-representation-finite algebras, Compos. Math. 147 (2011), no. 6, 1885--1920.

⑪ O. Iyama, S. Oppermann; n-representation-finite algebras and n-APR tilting, Trans. Amer. Math. Soc. 363 (2011), no. 12, 6575--6614.

⑫ A. Buan, O. Iyama, I. Reiten, D. Smith ; Mutation of cluster-tilting objects and potentials, Amer. J. Math. 133 (2011), no. 4, 835--887.

⑬ M. Herschend, O. Iyama, ; n-representation-finite algebras and twisted fractionally Calabi-Yau algebras, Bull. Lond. Math. Soc. 43 (2011), no. 3, 449--466.

⑭ O. Iyama, I. Reiten ; 2-Auslander algebras associated with reduced words in Coxeter groups , Int. Math. Res. Not. IMRN 2011, no. 8, 1782--1803.

⑮ O. Iyama ; Cluster tilting for higher Auslander algebras, Adv. Math. 226 (2011), no. 1, 1--61.

[学会発表] (計 4 件)

① Yuji Yoshino ; Universal deformations of modules along non-commutative

parameters, Colloquium at Nebraska University, Lincoln, 2012 年 2 月 10 日, Nebraska University, Lincoln, USA

② Yuji Yoshino ; Primary decompositions in abelian categories, The 7th Japan-Vietnam Joint Seminar on Commutative Algebra (招待講演), Quy Nhon University, Vietnam

③ 吉野雄二 ; Introduction of representation theory of Cohen-Macaulay modules and their degenerations I, II, 第44回環論および表現論シンポジウム (招待講演, 2011年9月25日~27日, 岡山大学理学部

④ Yuji Yoshino ; Degeneration and stable degeneration of Cohen-Macaulay modules, Joint CIMPA-ICTP-UNESCO-MICINN-INDONESIA Research School (招待講演), 2011年8月1日-12日 (4回講演1, 4, 8, 11日) Institut Teknologi Bandung, Indonesia

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

○取得状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]

ホームページ等
<http://www.math.okayama-u.ac.jp/~yoshino/JapaneseIndex.html>

6. 研究組織
(1) 研究代表者

吉野 雄二 (Yuji Yoshino)
岡山大学・大学院自然科学研究科・教授
研究者番号：00135302

(2) 研究分担者
()
研究者番号：

(3) 連携研究者
伊山 修 (Osamu Iyama)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
教授
研究者番号：70347532