

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 20 日現在

機関番号：15401

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2011～2014

課題番号：23654037

研究課題名(和文) 確率場に対する予測理論的新手法の開発とファイナンスへの応用

研究課題名(英文) Development of a new prediction-theoretic method for stochastic fields, with applications to finance

研究代表者

井上 昭彦 (INOUE, AKIHIKO)

広島大学・理学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：50168431

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：研究代表者の井上昭彦は、笠原雪夫氏とMohsen Pourahmadi氏と共同で、多次元定常過程の「過去と未来の交わりに関するある性質」(IPF)を考察した。1次元の定常過程の場合、(IPF)の重要性は、von Neumannの交互射影定理と組み合わせることにより、有限予測誤差、有限予測係数、偏相関関数に対する有益な明示表現を導くことを可能にする点にある。我々はこのアプローチが多次元定常過程に拡張可能であることを示し、(IPF)を持つ多次元弱過程に対する同様の表現定理を導いた。また、(IPF)と密接な関係にある完全非決定性を、rigid関数の概念を行列値関数に拡張することで特徴付けた。

研究成果の概要(英文)：A. Inoue, with Y. Kasahara and M. Pourahmadi, considered an intersection of past and future property (IPF) of multivariate stationary processes. The importance of (IPF) for univariate stationary processes is that it, combined with von Neumann's Alternating Projection Theorem, allows one to derive explicit and useful representations of finite-past prediction error variances, finite-past prediction coefficients, and partial autocorrelation functions. They showed that it is possible to extend the approach to multivariate stationary processes, and obtained similar representation theorems for multivariate stationary processes with (IPF). They also characterized complete nondeterminism, which is closely related to (IPF), by extending the concept of rigidity to matrix-valued functions.

研究分野：確率論

キーワード：有限予測係数 偏相関関数 多次元弱定常過程 Baxter の不等式 予測理論

1. 研究開始当初の背景

本研究代表者およびその共同研究者は、[A. Inoue, Journal d'Analyse Mathematique 81 (2000), 65-109]、[A. Inoue, The Annals of Applied Probability 12 (2002), 1471-1491]、[A. Inoue and Y. Kasahara, Journal of Multivariate Analysis 89 (2004), 135-147]、[A. Inoue and Y. Kasahara, The Annals of Statistics 34 (2006), 973-993]、[A. Inoue, Probability Theory and Related Fields 140 (2008), 523-551] において離散時間確率過程に対し、また [V. V. Anh, A. Inoue, A. and Y. Kasahara, Stochastic Analysis and Applications 23 (2005), 301-328]、[A. Inoue and V. V. Anh, Stochastic Analysis and Applications 25 (2007), 641-666]、[A. Inoue, Y. Kasahara and P. Phartyal, Statistics & Probability Letters 78 (2008), 2889-2894] において連続時間確率過程に対し、それぞれ予測理論的な新しい手法を導入・発展させてきた。この手法により、予測誤差と偏相関関数の明示公式及び漸近挙動、長時間記憶モデルに対する Baxter の不等式、fractional Brownian motion 型確率過程に対する予測公式、新生過程の明示表現等の種々の結果を得た。また、この手法を [A. Inoue, Y. Nakano and V. V. Anh, Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis 2006, Art. ID 53104]、[A. Inoue, Y. Nakano and V. V. Anh, Statistics & Probability Letters 77 (2007), 256-264]、[A. Inoue and Y. Nakano, Applied Mathematics and Optimization 55 (2007), 93-122.] 等において、ファイナンスのモデリングとその解析に応用した。

2. 研究の目的

1. の研究の背景で述べた結果は、すべて、1次元の離散時間または連続時間の確率過程に対するものであった。しかしながら、ファイナンスの応用等の観点からは、これらの結果を、何らかの意味で、多次元に拡張することが望まれた。なぜならば、そうすることにより、動的な設定における確率的従属性を解析するための新しい手法に将来発展していく可能性があるからである。そこで、本研究では、この予測理論的な新手法によるアプローチを確率場などの何らかの多次元の設定に拡張し、それをを用いて、1次元の確率過程に対してすでに得られている、従属性の解析手法、有限予測係数・有限予測誤差・偏相関関数に対する種々の表現定理、それらの漸近挙動の解析、有限予測係数に対する Baxter の不等式、等に関する結果を得ることを研究目的とした。

3. 研究の方法

(1) 笠原雪夫氏および Mohsen Pourahmadi 氏との共同研究により、研究当初に非常に重要なブレイクスルーがあり、以降の研究は、

基本的にはそのアイデアを現実化していく作業として進められた。そのアイデアによれば、多変量の定常過程に対して予測理論的新手法を多次元化して展開することが期待された。

- (2) 予測理論的新手法が働くための条件として、確率過程の過去と未来の交差に関するある条件(IPF)が、1次元の場合には鍵となっていた。この(IPF)という条件は、研究代表者が、予測理論的手法のアプローチを導入した論文 [A. Inoue, Journal d'Analyse Mathematique 81 (2000), 65-109] で、やはり導入したものである。従って、多次元の場合にも、その条件に対応する条件を確立し、またそれが成り立つための便利な十分条件を与えることが必要になった。
- (3) 多次元の予測理論的新手法を適用しようという場合、まずそれが可能な確率過程のクラスをうまく設定することが重要であり、その作業を行った。
- (4) (3)の多次元確率過程のクラスに対して、実際に予測理論的手法を適用し、予測公式、漸近解析、Baxter の不等式、等に応用した。

4. 研究成果

以下の研究成果はすべて、笠原雪夫氏および Mohsen Pourahmadi 氏との共同研究の成果である。

- (1) 多次元弱定常過程に対して、1次元の場合と同様に完全非決定性という概念を考え、非退化かつ純非決定的という仮定のもとでは、この完全非決定性と、上記の予測理論的手法が働くための必要十分条件である過去と未来の交差に関する性質が同値であることを示した。また、それらの性質をスペクトル密度の言葉で特徴づけた。さらに、これらが成り立つための十分条件として、スペクトル密度の逆行列が可積分という条件を示した。この後の方の条件は、対応する多次元弱定常過程の minimality という条件と同値である。これらの結果はすべて、1次元の場合の既存の結果の多次元への自然な拡張になっている。
- (2) 上記の弱定常過程に対する完全非決定性という条件と、その弱定常過程の外部関数の rigidity という性質が同値であることが、Levinson-McKean や Bloomfield-Jewell-Hayashi 等により、1次元の場合には知られている。そこで、スカラー値の Hardy 関数に対する rigidity の概念を、行列値の Hardy 関数に対して拡張した。そして、その行列値関数の rigidity という性質が、実際に、対応する多次元弱定常過程の完全非決定性と同値であることを示した。
- (3) 予測理論的新手法の一般論を、過去と未来の交差に関する条件を満たす多次元弱

定常過程のクラスに対して拡張した。そして、そのアプローチを用いて、有限予測係数、有限予測誤差および偏相関関数などに対して、1次元の場合と同様の表現定理を導いた。これらの表現定理は、相関数とよばれる行列値関数のフーリエ係数による表現定理の形をしている。尚、偏相関関数は、直交多項式の理論で Verblunsky 係数とよばれて重要な役割を果たしているものと、本質的に同じものである。従って、偏相関関数に対する上記の表現定理は、多次元の直交多項式に対する結果ともなっている。さらに、これらの表現定理の興味深い応用が得られるクラスとして、長時間記憶を持つ多次元弱定常過程のあるクラスを考えた。これは、1次元の場合には、fractional autoregressive integrated moving average (FARIMA) 過程とよばれているものを、多次元に拡張したもの(の一部)である。そして、そのクラスに対して上記の多次元の予測理論的新手法の結果を適用することで、偏相関関数の漸近挙動に関する結果や、予測係数に対する Baxter の不等式を証明した。これらの結果は、1次元の場合には、研究代表者が笠原雪夫氏との共同研究等において得ていた結果の、多次元への自然な拡張になっている。上に述べたように、偏相関関数は、直交多項式の分野では Verblunsky 係数とよばれているものと一致しているので、この偏相関関数の漸近挙動に関する結果は、Verblunsky 係数の漸近挙動に関する結果ということもできる。また、上記の多次元過程に対する Baxter の不等式は、多次元の長時間記憶を持つ弱定常過程に対して、初めて得られた結果である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 4 件)

- (1) 井上昭彦、笠原雪夫、Mohsen Pourahmadi、多次元の予測理論的手法の最近の進展について、数理解析研究所講究録、査読無、1903 巻、2014、pp.67-72
- (2) 井上昭彦、笠原雪夫、Mohsen Pourahmadi、フィルタリングの手法の多変量への拡張とその応用、数理解析研究所講究録、査読無、1818 巻、2012、pp.158-162
- (3) Inoue, A. and Anh, V., Prediction of fractional processes with long-range dependence, Hokkaido Mathematical Journal, 査読有、41 巻、2012、pp.157-183
- (4) Bingham, N. H., Inoue, A. and Kasahara, Y., An explicit representation of Verblunsky coefficients, Statistics & Probability Letters, 査読有、82 巻、

2012、pp.403-410

〔学会発表〕(計 10 件)

- (1) 仲村勇祐、井上昭彦、森内慎吾、記憶の効果を持つ Vasicek タイプの短期金利モデル、日本数学会 2015 年度年会、2015 年 3 月 21 日、明治大学(東京都・千代田区)
- (2) 仲村勇祐、井上昭彦、森内慎吾、記憶の効果を持つ短期金利モデル、平成 26 年度日本数学会中国・四国支部例会、2015 年 1 月 25 日、徳島大学(徳島県・徳島市)
- (3) 井上昭彦、多次元の予測理論的手法、九州確率論セミナー、2014 年 4 月 25 日、九州大学(福岡県・福岡市)
- (4) 井上昭彦、笠原雪夫、Mohsen Pourahmadi、行列値関数の Hardy 空間と多次元予測理論、平成 25 年度日本数学会中国・四国支部例会、2014 年 1 月 26 日、島根大学(島根県・松江市)
- (5) 井上昭彦、笠原雪夫、Mohsen Pourahmadi、多次元の予測理論的手法の最近の進展について、確率論シンポジウム、2013 年 12 月 17 日、京都大学数理解析研究所(京都府・京都市)
- (6) 笠原雪夫、井上昭彦、Mohsen Pourahmadi、Matrix-valued rigid functions, kernels of Toeplitz operators and CND processes、日本数学会 2013 年度秋季総合分科会、2013 年 9 月 25 日、愛媛大学(愛媛県・松山市)
- (7) 井上昭彦、笠原雪夫、Mohsen Pourahmadi、Multivariate completely nondeterministic stationary processes、日本数学会 2012 年度秋季総合分科会、2013 年 9 月 19 日、九州大学(福岡県・福岡市)
- (8) 井上昭彦、Mohsen Pourahmadi、笠原雪夫、予測理論における表現定理の多次元への拡張の応用、日本数学会 2012 年度年会、2012 年 3 月 26 日、東京理科大学(東京都・新宿区)
- (9) 井上昭彦、予測理論における表現定理の多次元への拡張、研究会「直交多項式・特殊関数が関わる確率論的諸問題とその周辺」、2011 年 12 月 23 日、名城大学名駅サテライト(愛知県・名古屋市)
- (10) 井上昭彦、Mohsen Pourahmadi、笠原雪夫、予測理論における表現定理の多次元への拡張、日本数学会 2011 年度秋季総合分科会、2011 年 9 月 28 日、信州大学(長野県・松本市)

〔図書〕(計 1 件)

- (1) 井上昭彦、中野 張、福田 敬、岩波書店、ファイナンスと保険の数理、2014、464

6. 研究組織

- (1) 研究代表者

井上 昭彦 (INOUE AKIHIKO)
広島大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：50168431