

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 28 日現在

機関番号：11301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23700004

研究課題名(和文)線形計画問題の履歴依存型ピボット規則の解析

研究課題名(英文)Analysis on history-based pivot rules of linear programming

研究代表者

森山 園子(Moriyama, Sonoko)

東北大学・情報科学研究科・准教授

研究者番号：20361537

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円、(間接経費) 930,000円

研究成果の概要(和文)：線形計画問題(LP)を解くアプローチの1つに、単体法[Dantzig(1947)]に始まるピボットアルゴリズムがある。多項式時間ピボットアルゴリズムの存在の解明はLPにおける重要な未解決問題である。本研究では、多項式時間達成の可能性があるピボット規則として近年注目を集めている最小訪問規則[Zadeh(1980)]に着目し、以下目標を通じてこの未解決問題の解決に挑んだ。

(1) ピボットアルゴリズムの振る舞いを記述するLPグラフの列挙法を構築；(2) 最小訪問規則から着想した履歴依存型ピボット規則の振る舞いをLPグラフ上で解析；(3) ピボット規則の適用回数に関する予想の成立・不成立を検証

研究成果の概要(英文)：The simplex method is one of various approaches to solve a linear program. The simplex method was developed by Dantzig in 1947. It is well known whether there exist pivoting algorithms to solve a linear program in polynomial time. This problem has been considered for years. In this research, we focused on history-based pivoting rules developed by Zadeh to attack the open problem.

(1) Construction of a method to enumerate LP digraphs, which describes a behavior of pivoting algorithms; (2) Analysis of history-based pivoting rules on the LP digraphs; (3) Verification of some conjectures on the number of applying pivoting rules

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学

キーワード：線形計画問題 単体法

1. 研究開始当初の背景

線形計画問題(LP)とは、1次等式および不等式で記述された制約条件の元で、目的関数である線形関数を最適にする解を見つける問題である。同問題は、1984年のKarmarkar法を契機として発展した内点法により理論的に多項式時間が保証されることが知られている。しかし、内点法は数値的解法であるため、安定性や誤差といった問題を内包している。そのため、アルゴリズムの単純さ、比較的容易な実装、更には実用上の性能の良さから、単体法[Dantzig(1947)]に始まる一連のピボットアルゴリズムに対する期待は大きく、現在も多項式時間ピボットアルゴリズムの構築を目指して様々なアプローチが試みられている。一方で、ピボット操作の回数が不等式制約数の指数関数となるLPの例[Klee, Minty(1972)]が構築される等、未だ多項式時間を保証するピボットアルゴリズムは見つかっていない。

現状において、多項式時間を達成する可能性があるピボット規則として研究者の間で近年注目を集めているのが最小訪問規則である。最小訪問規則は1980年にZadehにより提案されたが、同規則に関する文献がスタンフォード大学のテクニカルレポートのみであったため、長い間研究が進まなかった。しかし、3次元LPにおいて最小訪問規則を含むピボット規則の解析をした[Kaibel, Mechtel, Sharir, Ziegler (2003)]が切っ掛けとなり、多項式時間を達成する可能性があるLPのピボット規則として最小訪問規則が見直され、近年活発に研究が行われている[Ziegler (2004)][Avis (2009)]。

2. 研究の目的

線形計画問題(LP)を解くアプローチの1つに、単体法[Dantzig(1947)]に始まるピボットアルゴリズムがある。多項式時間ピボットアルゴリズムの存在の解明はLPにおける

重要な未解決問題である。本研究では、多項式時間達成の可能性があるピボット規則として近年注目を集めている最小訪問規則[Zadeh(1980)]に着目し、この未解決問題の解決に挑む。

3. 研究の方法

以下3つの方針に沿って、線形計画問題(LP)を解く多項式時間ピボットアルゴリズムの存在という数十年来の未解決問題の解決に挑んだ。

- (1) ピボットアルゴリズムの振る舞いを記述するLPグラフの列挙法を構築
- (2) 最小訪問規則から着想した履歴依存型ピボット規則の振る舞いをLPグラフ上で解析
- (3) ピボット規則の適用回数に関する予想の成立・不成立を検証

4. 研究成果

以下3年の研究成果の流れを示す。

平成23および24年度は、LPグラフと超平面配置との対応から有向マトロイド理論を通じてLPグラフの列挙法を構築することを目指し、以下3つの方向性で研究を進めた。第1に、一連の履歴依存型ピボット規則のAUSO上での振る舞いを解析し、論文にまとめ成果を公開した。本論文では、計算時間を要する代表的な振る舞いとして、AUSO上でのハミルトニアンパスを中心に解析した。第2に、有向マトロイド理論を通じてLPグラフの列挙法を構築するにあたり、有向マトロイドの粗構造であるマトロイドの効率良い列挙法を構築した。本結果についても論文にまとめ公開した。第3に、LPグラフの性質の1つであるシェリング性を解明すべく、同性質を判定する効率良いアルゴリズムを発見した。本結果についても論文にまとめ公開した。

最終年度である平成25年度は、以下2点

を中心に研究を進めた。第1に,平成23および24年度に列挙したマトロイドの結果を用いて,マトロイドの向き付可能性について解析を進めた。向き付可能性は,有向マトロイドを考える上で大変重要な性質である。第2に,LPグラフ上での履歴依存型ピボット規則の理論解析において必要となる線形性を解明した。LPグラフが満たす性質の1つであるシェリング性のみで,LPグラフが特徴付けられる多面体のクラスを発見し,その理論的解析を進めた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7 件)

Hidefumi Hiraishi and Sonoko Moriyama, A new infinite family of minimal non-orientable matroids of rank 3 with $3n$ elements, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 査読有, vol. 44, pp. 275-280, 2013.

Komei Fukuda, Hiroyuki Miiyata and Sonoko Moriyama, Complete enumeration of small realizable oriented matroids *Discrete and Computational Geometry*, 査読有, vol. 49, issue 2, pp. 359-381, 2013.

David Avis, Hiroyuki Miyata and Sonoko Moriyama, Families of polytopal digraphs that do not satisfy the shelling property, *Computational Geometry: Theory and Applications*, 査読有, vol. 46, issue 3, pp. 382-393, 2013.

Yoshikazu Aoshima, David Avis, Theresa Deering, Yoshitake Matsumoto and Sonoko Moriyama, On the Existence of

Hamiltonian Paths for History Based Pivot Rules on Acyclic Unique Sink Orientations of Hypercubes, *Discrete Applied Mathematics*, 査読有, vol. 160, issue 15, pp.2104-2115, 2012.

Yoshitake Matsumoto, Sonoko Moriyama, Hiroshi Imai and David Bremner, Matroid enumeration for incidence geometry, *Discrete and Computational Geometry*, 査読有, vol. 47, issue 1, pp. 17-43, 2012.

Sonoko Moriyama, Deciding shellability of simplicial complexes with h -assignments, *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, E94.A(6), pp. 1238-1241, 2011.

Toshihiro Tanuma, Hiroshi Imai and Sonoko Moriyama, Revisiting Hyperbolic Voronoi Diagrams from Theoretical, Applied and Generalized Viewpoints, *Transactions on Computational Science*, 査読有, vol. 14, pp. 1-30, 2011.

[学会発表](計 3 件)

Hidefumi Hiraishi and Sonoko Moriyama, Orientable excluded minors of rank 3 for realizable matroids, the 16th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs, pp.126-127, 2013年9月19日, 東京.

Hidefumi Hiraishi, Sonoko Moriyama, A new infinite family of minimal non-orientable matroids of rank 3 with $3n$ elements, in Proc. of VII Latin-American Algorithms, Graphs, and Optimization Symposium, pp.

346-351, 2013年4月26日, Bluebay
Grand Esmeralda Hotel, メキシコ.
Yoshikazu Aoshima, David Avis, Theresa
Deering, Yoshitake Matsumoto and
Sonoko Moriyama, Enumerating
Hamiltonian Paths on Acyclic US0 Cube
with History Based Pivot Rules, in Proc
of the 4th Annual Meeting of Asian
Association for Algorithms and
Computation, pp. 31, 2011年4月16日,
国立清華大学, 台湾.

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

森山 園子 (MORIYAMA SONOKO)

東北大学・大学院情報科学研究科・准教
授

研究者番号： 20361537

研究者番号：

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：