

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 28 日現在

機関番号：11601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23700008

研究課題名(和文) 平面グラフの外 k 角格子凸描画アルゴリズムに関する研究研究課題名(英文) A study of convex grid drawing algorithms of plane graphs with contours of k -gon

研究代表者

三浦 一之 (Miura, Kazuyuki)

福島大学・共生システム理工学類・准教授

研究者番号：80333871

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000 円、(間接経費) 870,000 円

研究成果の概要(和文)：平面グラフ G の点数を n と書き、 $n \geq 3$ としよう。平面グラフ G の描画で、 G の各点が整数座標を持ち、 G の各辺が互いに交差しない直線分として描かれ、各面が全て凸多角形で描かれる描画を G の格子凸描画という。格子凸描画で外面が k 角形であるものを外 k 角格子凸描画という。

本研究では、 $k = 4$ のときに外 4 角格子凸描画の大きさを $2n \times 4n$ を $2n \times 2n$ に改良した。さらに、 $k = 5$ および 6 のときに、 $6n \times n^2$ の大きさの整数格子内に G を外 5 角および外 6 角格子凸描画できることを証明するとともに、そのような描画を求める線形時間アルゴリズムを与えた。

研究成果の概要(英文)：In a convex drawing of a plane graph, all edges are drawn as straight-line segments without any edge-intersection and all facial cycles are drawn as convex polygons. In a convex grid drawing, all vertices are put on grid points.

In this study, we first show that an internally triconnected plane graph G has a convex grid drawing on a $2n \times 2n$ grid if the triconnected component decomposition tree $T(G)$ has exactly four leaves. We also present an algorithm to find such a drawing in linear time. We then show that an internally triconnected plane graph G has a convex grid drawing on a $6n \times n^2$ grid if $T(G)$ has exactly five leaves. We also present an algorithm to find such a drawing in linear time. Furthermore, we show that an internally triconnected plane graph G has a convex grid drawing on a $6n \times n^2$ grid if $T(G)$ has exactly six leaves. We also present an algorithm to find such a drawing in linear time.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム 平面グラフ 格子凸描画

1. 研究開始当初の背景

いくつかの点とそれらを結ぶ辺の集合により構成されるものをグラフといい、様々な関係や構造を抽象的に表現するために広く使われている。グラフ、特に図 1 (a) のような平面グラフを、“構造が理解しやすく”かつ“きれいに”描画する問題をグラフ描画問題といい、コンピューターネットワーク、VLSI フロアプラン、ビジュアル計算機言語等の様々な分野で極めて重要な役割を果たしている。そのため、様々な評価基準の下で最適にグラフを描画するアルゴリズムの開発と、その基となる理論の研究が多数行われている。

平面グラフ G の点数を n と書き、 $n \geq 3$ としよう。平面グラフ G の描画で、 G の各点が整数座標を持ち、 G の各辺が互いに交差しない直線分として描かれ、各面が全て凸多角形で描かれる描画を G の格子凸描画という。平面グラフ G が格子凸描画を持つための必要十分条件は 1984 年に千葉らによって与えられていた。 G の格子凸描画では G の(外面を含む)全ての面閉路は凸多角形で描かれる。格子凸描画で外面が k 角形であるものを外 k 角格子凸描画という。申請者らは、 G が外 k 角格子凸描画を持つための必要十分条件を与えると同時に、 k が最小である G の外 k 角格子凸描画を求める線形時間アルゴリズムを 2006 年に与えた。しかし、このアルゴリズムにより得られる描画に必要な整数格子の大きさは n の多項式で抑えられるとは限らない。そのため、できるだけ小さな面積内に G を外 k 角格子凸描画するアルゴリズムの開発が強く望まれている。

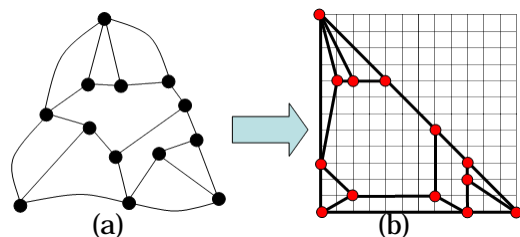


図 1 (a) 平面グラフ G , (b) G の外 3 角格子凸描画

$k = 3$ のとき:

近年、Shnyder, Chrobak らおよび申請者らは、図 1 (b) のように、 G を $(n-1) \times (n-1)$ の大きさの整数格子内に外 3 角格子凸描画する線形時間アルゴリズムをそれぞれ 1990 年、1997 年、2005 年に与えた。

$k = 4$ のとき:

申請者らは、 G を $2n \times n^2$ の大きさの整数格子内に外 4 角格子凸描画する線形時間アルゴリズムを 2008 年に与えた。

$k = 5$ のとき:

申請者らは、 G の外点の数が定数個ならば、 $k = 5$ あるいは 6 のとき、 G を $O(n) \times O(n)$

の大きさの整数格子内に外 k 角格子凸描画する線形時間アルゴリズムを 2010 年に与えた。しかし、外点の個数に制約がない場合は、格子サイズは n の指数関数の大きさとなってしまう、実用的とは言えない。一般的に、 $k = 5$ のとき、 n の多項式の大きさの整数格子内に G を外 k 角格子凸描画できるかどうかは知られていない。

2. 研究の目的

本研究の主な目的は以下の 3 つである。

- (1) 平面グラフ G の外 5 角格子凸描画に必要な格子の大きさについて解析を行い、 G の外 5 角格子凸描画を求める効率のよいアルゴリズムを開発する。
- (2) 平面グラフ G の外 6 角格子凸描画に必要な格子の大きさについて解析を行い、 G の外 6 角格子凸描画を求める効率のよいアルゴリズムを開発する。
- (3) $k = 7$ のとき、平面グラフ G の外 k 角格子凸描画に必要な格子の大きさについて解析を行い、 G の外 k 角格子凸描画を求める効率のよいアルゴリズムを開発する。

3. 研究の方法

まず、外点の個数に制約がない一般的な平面グラフ G の外 5 角格子凸描画に必要な格子の大きさについて解析する。更に、必要に応じて既知の描画アルゴリズムを計算機上で実装してシミュレーションを行うことにより、必要な格子の大きさについて解析する。以上の解析結果を基に、 G の外 5 角格子凸描画を求めるアルゴリズムの開発を目指す。この結果を利用して、 G の外 6 角格子凸描画に必要な格子の大きさの解析およびアルゴリズムの開発を行う。 $k = 5, 6$ の場合の結果を求めることができれば、その結果を利用して一般的な $k = 7$ の場合のアルゴリズムの開発を目指す。

$k=5$ の場合には、以下に示すように、最初に入力グラフをいくつかの部分グラフに分割し、それぞれの部分グラフを個別に描画した上で組み合わせるという手法を用いる。

Step 1: 与えられたグラフを図 2(a) のように分割する。

Step 2: 分割したグラフをそれぞれ図 2(b) のように描画する。

Step 3: 図 2(c) のように組み合わせると G の外 5 角格子凸描画を求める。

分割された各グラフはそれぞれ多項式サイズの格子内に格子凸描画できることが示

せるので、それらをうまく組み合わせることができれば、入力グラフG全体をnの多項式サイズの格子内に外5画格子凸描画できることが示せる。

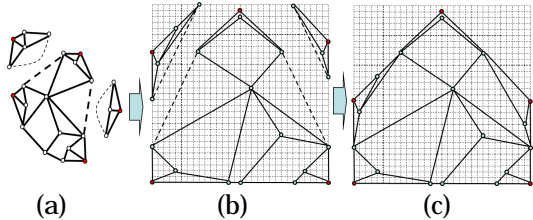


図2 (a)入力グラフの分割,(b)各部分グラフの描画,(c) Gの外5角格子凸描画

更に、外5角格子凸描画アルゴリズムの手法を利用し、 $k=6$ の場合に拡張できるようにアルゴリズムを改良する。分割の仕方および外形の決め方を工夫し、 n の多項式サイズの格子内へ描画できるアルゴリズムの開発を行う。

4. 研究成果

本研究の主な成果は以下の通りである。

(1) $k=4$ のときの格子サイズの改良

内部3連結平面グラフGの3連結成分分解木 $T(G)$ の葉がちょうど4枚のとき、大きさ $2n \times 4n$ の整数格子内に線形時間で外4角格子凸描画できることが知られていた。本研究において、この外4角格子凸描画の大きさ $2n \times 4n$ を $2n \times 2n$ に改良した。すなわち、内部3連結平面グラフGの3連結成分分解木 $T(G)$ の葉がちょうど4枚のとき、図3のようにGを $2n \times 2n$ の大きさの整数格子内に外4角格子凸描画できることを証明するとともに、そのような描画を求める線形時間アルゴリズムを与えた。以上の結果を電子情報通信学会コンピュータ研究会で発表するとともに、電子情報通信学会論文誌に投稿し、採録された。

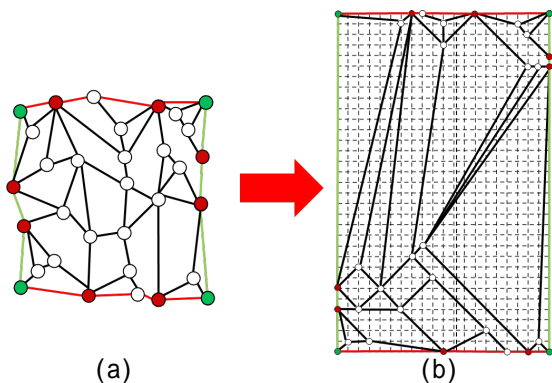


図3(a)平面グラフG,(b)Gの外4角格子凸描画。

(2) $k=5$ のときの描画アルゴリズムの開発

本研究において、内部3連結平面グラフGの3連結成分分解木 $T(G)$ の葉がちょうど5枚のとき、図4のようにGを $6n \times n^2$ の大きさの整数格子内に外5角格子凸描画できることを証明するとともに、そのような描画を求

める線形時間アルゴリズムを与えた。以上の結果を情報科学フォーラムにおいて発表するとともに、電子情報通信学会英文誌に投稿し、採録された。

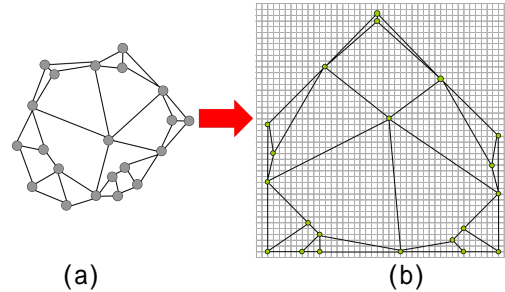


図4(a)平面グラフG,(b)Gの外5角格子凸描画。

(3) $k=6$ のときの描画アルゴリズムの開発

本研究において、内部3連結平面グラフGの3連結成分分解木 $T(G)$ の葉がちょうど6枚のとき、図5のようにGを $6n \times n^2$ の大きさの整数格子内に外6角格子凸描画できることを証明するとともに、そのような描画を求める線形時間アルゴリズムを与えた。以上の結果を情報科学フォーラムにおいて発表するとともに、学術雑誌への投稿を目指し論文にまとめた。

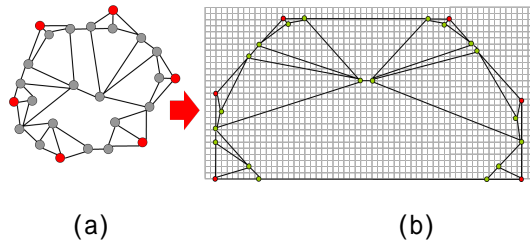


図5(a)平面グラフG,(b)Gの外6角格子凸描画。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 2 件)

橋本友也、三浦一之、西関隆夫、内部3連結グラフの格子凸描画、電子情報通信学会論文誌D, Vol.J95-D, No.3, pp.356-365 (2012).

Kazuyuki Miura, Convex Grid Drawings of Plane Graphs with Pentagonal Contours, IEICE Trans. on Information and Systems, Vol.E97-D, No.3, pp.413-420 (2014).

〔学会発表〕(計 10 件)

橋本友也、三浦一之、西関隆夫、内部3連結グラフの格子凸描画、コンピュータ研究会、電子情報通信学会技術研究報告, pp.1-8, (2011).

三浦一之、内部3連結グラフの外5角

格子凸描画, Information Technology Letters (FIT2011), Vol.1, No 1, pp.197-198, (2011).

今井 純貴, 三浦 一之, グラフの平面判定アルゴリズムのシミュレーション, IPSJ Tohoku Branch SIG Technical Report, (2012).

大内 和樹, 三浦 一之, 根付き木描画アルゴリズムのシミュレーション, IPSJ Tohoku Branch SIG Technical Report, (2012).

三浦 一之, 内部3連結平面グラフの外k角格子凸描画, 第4回福島応用数学研究集会, (2012).

三浦 一之, OpenGLを用いたグラフ描画システムの開発, 福島大学共生システム理工学類人間支援システム専攻研究交流会, (2013).

三浦 一之, 内部3連結グラフの外6角格子凸描画, Information Technology Letters (FIT2013), Vol.1, No 1, pp.127-128, (2013).

国分 優地, 三浦 一之, 力学モデルによる描画アルゴリズムの改良, 平成25年度電気関係学会東北支部連合大会, p.173, (2013).

今井 純貴, 三浦 一之, 平面グラフの面の大きさに着目した描画アルゴリズムのシミュレーション, 平成25年度電気関係学会東北支部連合大会, p.174, (2013).

今井 純貴, 三浦 一之, 平面グラフの面の面積を考慮した描画アルゴリズム, IPSJ Tohoku Branch SIG Technical Report, (2014).

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

三浦 一之 (Miura Kazuyuki)
福島大学・共生システム理工学類・准教授
研究者番号：80333871

(2) 研究分担者

()
研究者番号：

(3) 連携研究者

()
研究者番号：