

## 科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 19 日現在

機関番号：11201

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2011～2012

課題番号：23700012

研究課題名（和文）

平面グラフに特化した高機能かつ実践的符号化アルゴリズムの開発

研究課題名（英文）

Designing highly functional and practical coding-algorithms of plane graphs

研究代表者

山中 克久（YAMANAKA KATSUHISA）

岩手大学・工学部・助教

研究者番号：60508836

研究成果の概要（和文）：

本研究では、平面グラフの重要な部分クラスに対して符号を設計した。根付き木と 1 対 1 に対応するような順序木を定義し、それに対するコンパクトな符号を設計した。また、VLSI 等への応用をもつ格子方形描画やモザイクフロアプランに対するコンパクトな符号を設計した。さらに、最適あみだくじに対するコンパクトな符号を設計し、その符号を利用して最適あみだくじの個数に対する上界も与えた。

研究成果の概要（英文）：

In this research, we have designed some coding algorithms for important subclasses of plane graphs. First, we define a subclass of ordered trees which has a 1-to-1 correspondence to a class of rooted trees, and design a compact code for such ordered tree. For grid rectangular drawings and mosaic floorplans, which have applications to VLSI design, we proposed some compact codes. We also proposed a compact code for optimal ladder lotteries. Using the code, we give an upper bound for the number of optimal ladder lotteries.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	1,200,000	360,000	1,560,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論，グラフ理論

## 1. 研究開始当初の背景

近年の情報爆発はとどまることを知らず、今までに人類が出会ったことのない巨大なデータを扱わなければならない状況に直面している。代表的なものにインターネット上の web のリンク構造がある。この構造は、web ページを頂点、リンクを辺と考えればグラフ構造として捉えることができる。インターネット上には膨大な数のウェブページが存在するため対応するグラフも巨大なもの

になる。

他にも、電子地図データや 3 次元物体を表現するメッシュ構造といったように大規模なデータは現実世界で頻繁に出現する。ここで挙げた 2 つのデータは平面グラフとして捉えることができる。例えば、道路網の電子地図データにおいて、交差点を頂点、2 つの交差点を結ぶ道路を辺として捉えることにより、地図データを平面グラフとしてモデル化できる。

カーナビゲーションでの地図データの利

用を考えると、巨大な地図データをメモリサイズが小さい低スペックなマシン上で高速に処理しなければならないという問題に直面する。

## 2. 研究の目的

巨大な平面グラフを効率良く扱うために本研究では次の2つのことに着目する。一つは、平面グラフをコンパクトな2進符号に符号化する方法、すなわち圧縮手法を提案する。もう一つは、圧縮したままでグラフの情報を高速に計算する方法である。大規模なグラフデータをコンパクトに圧縮できたならば、データの格納や送受信を行うときのコストを節約できる。しかし、グラフを使用するときは、圧縮したデータから通常のデータ構造に復元してから利用するので、データがメモリに収まらず、ハードディスク等の低速な2次記憶装置を使うことになるかもしれない。ハードディスクへのアクセスは通常のメモリへのアクセスよりも数十倍以上の時間がかかってしまう。とくにカーナビゲーションのようなメモリサイズの小さな環境ではこのようなことは頻繁に起こり得る。

もし、圧縮したグラフデータから、直接に元のグラフの情報を取り出すことができるならば、2次記憶装置を使用することなくメインメモリのみを使用して扱うことのできるグラフの規模が大きくなる。結果として、計算時間の大幅な改善が期待できる。

## 3. 研究の方法

本研究は、アルゴリズム設計と計算機実験の2つから構成される。

アルゴリズム設計では、平面グラフをコンパクトに圧縮するアルゴリズムの開発を行う。平面グラフを2進符号で表すことを考え、グラフを入力として、そのグラフを表現する2進符号を出力するような符号化アルゴリズムを設計する。

やや技術的な内容になるが、主な符号化アイデアは次の2つである。

1つは、与えられたグラフに対して良い性質をもつ全域木を計算し、全域木を2進符号として覚えておくことにより、グラフ全体を覚えるというものである。全域木に含まれない構造も覚える必要があるため、うまく性質の良い全域木を選ぶ必要がある。

もう1つのアイデアは、与えられたグラフに対して、頂点、または、面に対して線形順序を定義し、その線形順序にしたがってグラフを再構成するための情報を2進符号として覚えるというものである。線形順序の定義の仕方によって、2進符号の善し悪しが決まる。

計算機実験では、設計したアルゴリズムをソフトウェアとして実装し、性能を評価する。本研究は、電子地図データの利用を目的としているため現実的な大きさのグラフに対して効率よく動作するかどうかという視点から評価を行う。実験結果から得られた知見をアルゴリズムにフィードバックすることを繰り返し、実用上、高速なアルゴリズムを設計する。

## 4. 研究成果

(1) 木は、計算機科学において非常に基本的な構造であることは言うまでもない。近年は、XMLに代表される巨大な木構造が現れており、木をコンパクトに表現するデータ構造が望まれている。

根付き木のコンパクトな2進符号を設計した。設計した符号は、非常にシンプルであるため実装も容易であるという特徴を持っている。

本研究では、根付き木に対して、平面埋め込み一意に定め、平面に埋め込まれた木を符号にするというアプローチをとっている。

設計した2進符号に対して計算機実験を行い、性能を評価した。計算機実験により、25頂点をもつ根付き木を平均1.565n bitsで表現できていることを示した。この実験は、25頂点からなる全ての根付き木に対して、提案符号を適用して平均を取っているため、完全な平均になっている。根付き木の情報理論的な下界が1.564n bitsであることを考えると、良い結果を表しているといえる。今後は、より頂点数が多い根付き木に対して実験を行う予定である。ただし、列挙することで実験を試みることは困難であるため、対象となる根付き木をランダムに生成することにより、テストデータを生成する予定である。

本研究成果にて、第25回回路とシステムワークショップ奨励賞を受賞しており、評価の高い研究成果を得ることができた。

(2) 方形描画は、全ての面が四角形になるように平面に描画したグラフである。格子方形描画は、方形描画の各頂点を格子状に配置した描画である。両者は、VLSIのフロアプランをグラフとしてモデル化したものとして捉えることができ、VLSI設計分野への応用が期待される。格子方形描画は、各辺に長さが存在するため、方形描画よりも、より現実のフロアプランに近いモデルになっている。本研究では、格子方形描画をコンパクトに表現する2進符号を2つ提案した。

1つは、格子方形描画を、高さ $m+L$  ( $m_{H}-1$ ) bitで表現する符号である。ここで、 $m$ は格子方形描画の辺の本数、 $L$ は辺の長さの総和、 $m_{H}$ は極大水平線分の本数である。この

符号化手法は、方形描画を木構造に変換し、得られた木構造を符号化するというアプローチをとっている。木構造を符号化するためのアイデアは、木構造に対して深さ優先探索を行い、探索中で次に進む経路はどの方向になるか？という情報を符号として格納するというものである。

もう1つ符号は、与えられた格子方形描画を  $4f-4+(f+1)\log L + o(f)+o(L)$  bit で表現する。この手法のアイデアは次の通りである。はじめに、格子方形描画の各面を1つずつ消去する方法を与える。そして、その方法で、どのように各面を削除したのか？という情報を1面ずつ覚えておく。このようにすることで、面を削除するという操作を逆にたどることができ、元の格子方形描画を復元することができる。

(3)モザイクフロアプランとは、矩形をいくつかの矩形に分割したものである。VLSI 設計等への応用をもつ非常に重要な平面グラフの部分クラスである。f 面をもつモザイクフロアプランの情報理論的下界は  $3f$  bit になることが知られている。一方、本研究で、 $3f-k/2$  bit でモザイクフロアプランを表現する符号を設計した。ここで、k は外周上の面の個数である。我々の符号は、情報理論的な下界に一致する非常にコンパクトな符号になっている。

符号化のアイデアは、モザイクフロアプランの各面を、ある条件に従って1面ずつ消去する方法を与え、“どのように面を消去したのか”という情報を2進符号によって覚えておくというものである。復号は、1面のみからなるモザイクフロアプランからはじめて、符号としてあらかじめ格納しておいた、“面を消去した際の情報”をもとに、1面ずつ面を復元していくことで達成できる。このアイデアは、(2)の格子方形描画の符号（後者）に似ているが、消去の仕方がまったく異なっている。

(4)あみだくじとは、n本の縦線と複数本の横線から構成されており、与えられた順列をソートすることができるネットワークである。とくに、横線の本数が最小であるあみだくじを最適あみだくじと呼ぶ。

あみだくじは、理論計算機科学の分野のみならず、代数学の分野にも登場し、非常に興味深い研究対象である。代数学の分野では、対称群に深く関係しており、理論計算機科学の分野では、ソーティングネットワークや曲線のアレンジメントと深く関連している。具体的には、逆順列に対する最適あみだくじは、プリミティブソーティングネットワークや曲線のアレンジメントと1対1に対応することが知られている。本研究では最適あみだく

じのコンパクトな符号を設計した。

提案符号のアイデアは、最適あみだくじの各縦線の“様子”を覚えるというものである。各縦線では、右へ伸びる横線、または、左に伸びる横線が上から下への順番に出現する。この様子を‘0’と‘1’の符号に対応づける。すなわち、右へ伸びる横線に対して‘0’を、左へ伸びる横線に対して‘1’を格納する。この符号を各縦線に関して生成し、繋ぎあわせたものを最適あみだくじに対する符号とする。この符号は、n本の縦線、b本の横線からなる最適あみだくじを、最悪でも  $n+2b-1$  bit で表現する。符号化、復号化に要する計算時間は、 $O(n+b)$ 時間である。

さらに、最適あみだくじの性質を利用することにより、この符号を改良した。最悪時のビット長は改良前と変わらないが、計算機実験により平均符号長が短くなることを示した。改良後の符号に関しても、符号化、復号化に要する計算時間は  $O(n+b)$ 時間である。

次に計算機実験について説明する。計算機実験により、改良符号の有効性を検証した。縦線の本数が  $n=9$  のときを例示すると、改良前の平均符号長が 69.2 bit であったのに対し、改良後の平均符号長は 58.8 bit とであった。これは、約 15%の削減であり、大幅な改善を確認することができた。本実験に関しても木の符号化の際と同様に、縦線の本数が n である全ての最適あみだくじを対象にして実験を行った。縦線の本数が n となる最適あみだくじに対して完全な平均を取った結果となっている。

あみだくじに対する提案符号は、あみだくじの構造を比較的素直に表しており、符号から直接にあみだくじの情報（頂点同時の隣接関係など）を取り出すことが十分に可能であると考える。このことについては、研究期間内に実装するまでには至らなかったが、今後の課題として、符号から直接に情報を取り出す手法を提案・実装する予定である。

また、提案符号を用いて、n本の縦線、b本の横線からなる最適あみだくじの個数の上界を得た。提案符号として取り得る2進符号は  ${}_{n+2b-1}C_b$  個以下になることが示せるため、この値が最適あみだくじの個数の上界になることが分かる。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

1. Shin-ichi Nakano and Katsuhisa Yamana, A compact encoding of rectangular drawings with edge lengths, IEICE Transactions on Fundamentals of

- Electronics, Communications and Computer Sciences, 査読有, vol.E96-A, 2013 (掲載決定).
2. 須田亮平, 中野眞一, 山中克久, 格子方形描画のコンパクトな符号, 電子情報通信学会和文論文誌 D, 査読有, J94-D 巻, 12 号, 2011, pp. 2031-2036.  
[http://search.ieice.org/bin/pdf.php?lang=J&year=2011&fname=j94-d\\_12\\_2031&abst=j](http://search.ieice.org/bin/pdf.php?lang=J&year=2011&fname=j94-d_12_2031&abst=j)

[学会発表] (計 6 件)

1. Katsuhisa Yamanaka and Shin-ichi Nakano, Another optimal binary representation of mosaic floorplans, 情報処理学会 第 144 回アルゴリズム研究会, 2013. 5. 17, 小樽商科大学 (北海道).
2. Tomoki Aiuchi, Katsuhisa Yamanaka, Takashi Hirayama, and Yasuaki Nishitani, Coding ladder lotteries, European Workshop on Computational Geometry (EuroCG 2013), 2013. 3. 19, House of Science (ドイツ, ブラウンシュバイク).
3. Katsuhisa Yamanaka, Compact codes of rooted trees, 第 25 回 回路とシステムワークショップ, 2012. 7. 30, 淡路国際夢舞台 (兵庫県), 第 25 回 回路とシステムワークショップ奨励賞受賞.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

山中 克久 (YAMANAKA KATSUHISA)

岩手大学・工学部・助教

研究者番号 : 60508836