

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 26 日現在

機関番号：32665

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2014

課題番号：23701009

研究課題名(和文)現代物理学におけるウッドワードの因果概念

研究課題名(英文)Woodward's concept of causation in modern physics

研究代表者

北島 雄一郎(KITAJIMA, Yuichiro)

日本大学・生産工学部・准教授

研究者番号：40582466

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的の一つは、アインシュタイン・ポドルスキー・ローゼン(EPR)による議論を調べることである。なぜなら、この議論は量子力学における因果概念を明確にする上で重要であるからである。作用素の非可換性は、この議論において重要な役割を果たしている。我々はこの性質を操作的な観点から解釈できるような結果を示した。

EPRによる議論を理解するため、ベルの不等式が重要である。ベルは彼らが暗黙に仮定していた局所性の条件を満足する隠れた変数を考え、それから不等式を導いた。本研究では、EPRが考えていた状態はベルの不等式をみたさないことを示した。この結果から考えると、彼らの結論を維持することは難しい。

研究成果の概要(英文)：One of the objectives that constitute this project is to examine the argument of Einstein, Podolsky and Rosen (EPR) because it is important to clarify causality in quantum mechanics. Noncommutativity of operators plays an important role in the EPR argument. To clarify it from an operational point of view, we showed that there is no universal imperfect cloning operation if and only if there are operators that do not commute. With this result, we can interpret noncommutativity of operators from an operational point of view.

An important step to understanding the EPR argument is the discovery of Bell's inequality. Bell assumed a complete description in terms of local hidden variables and derived Bell's inequality under this assumption. In this project, we showed that an EPR state for incommensurable pairs is Bell correlated. From a point of view of this result, it seems to be difficult to maintain EPR conclusion.

研究分野：科学哲学

キーワード：量子力学 因果 非局所性 EPR ベルの不等式 複製不可能定理

1. 研究開始当初の背景

本研究の課題は、現代物理学、特に量子力学における因果に関わる概念的問題を、現代的観点から明晰にするということである。本研究ではこの問題を考えるために、アインシュタイン・ポドルスキー・ローゼン (EPR) によって提起された議論に注目した。なぜなら、この議論は量子力学における因果概念を明確にする上で重要であるからである。この節では、EPR の議論を簡単に振り返る。

アインシュタイン、ポドルスキー、ローゼン (EPR) は、空間的に離れた二つの粒子に関する状態が存在して、その状態において一方の粒子 (この粒子を粒子1とよぶ) の位置 Q_1 を測定することによって、もう一方の粒子 (これを粒子2とよぶ) の位置 Q_2 を確実に知ることができ、かつ、その波動関数において粒子1の運動量 P_1 を測定することによって、粒子2の運動量 P_2 を確実に知ることができることを示した。EPR の実在性の基準によると、 P_2 と Q_2 はともに実在の要素となる。一方、 P_1 と Q_1 は非可換なので、量子力学において両者は同時に実在の要素となることはできない。これらのことから、EPR は、量子力学は不完全であると結論した。

量子力学が不完全であるとする、量子力学を完全にするような隠れた変数が存在することになる。そのような隠れた変数は存在するのだろうか。この問題を考える際に重要なのは、ベルの不等式である。ベルは、局所的な隠れた変数を仮定すると、ある不等式が導かれることを示した。これがベルの不等式と呼ばれるものであり、この不等式が成立するかどうかは実験によって確かめることができる。そして実験の結果、ベルの不等式は破れていることが示された。したがって、ベルの不等式を導く際に仮定した局所的な隠れた変数は存在しないことになる。つまり、この仮定を妥当であるとするならば、量子力学は完全であり、EPR による結論は否定される。

2. 研究の目的

本研究の目的は、EPR による議論を明確にすることである。特に、以下の2つの点を明確にすることを目指した。

(1)

EPR による議論を理解するためには、上で述べたように、ベルの不等式が重要である。本研究では、EPR の議論が成立する状態とベルの不等式を破る状態の論理的関係を明確にすることを目指した。

(2)

作用素の非可換性は、この議論において重要な役割を果たしている。しかし、この定義は数学的であり、操作的な観点から解釈する

ことが難しい。本研究では、この性質を操作的な観点から解釈することを目指した。

3. 研究の方法

EPR は、空間的に離れた二つの系における状態をもとに議論を展開した。しかし、彼らの枠組みでは、どの時空領域を考えているのかが明確ではない。そこで、本研究では、代数的場の量子論の枠組みを採用した。代数的場の量子論では、ミンコフスキー空間の有界な時空領域に物理量は対応させられる。そのため、どの時空領域において測定を行っているかが明確である。

本研究では、代数的場の量子論の枠組みにおいて、EPR 状態とベルの不等式を破る状態の論理的関係と、作用素の非可換性を調べる。

4. 研究成果

(1)

EPR は実在の要素を考えたが、本研究では、存在可能量代数をその候補と考えた。これは、確定した値をもっていると解釈できるような物理量の集合である。これは、次のように定義される。

N を単位元を持つ C^* 代数、 M を N の部分 C^* 代数、 ψ を N の状態とする。 M に制限した ψ が M 上のゼロ分散状態の混合状態であるとき、 M を N の存在可能量代数とよぶ。

EPR は、一方の粒子 (この粒子を粒子1とよぶ) の位置を測定することによって、もう一方の粒子 (これを粒子2とよぶ) の位置を確実に知ることができ、かつ、粒子1の運動量を測定することによって、粒子2の運動量を確実に知ることができるような波動関数を考えた。このとき EPR の実在性の基準によれば、粒子2の位置と運動量はともに実在の要素となる。一方、量子力学によれば、粒子2の位置と運動量は同時に実在の要素になりえない。

代数的場の量子論においても同様な議論ができるような状態を以下のように定義した。

N_1 と N_2 を互いに可換なフォン・ノイマン代数、 A_1 と A_2 を、それぞれ N_1 と N_2 に属する自己共役作用素、 ψ を N_1 と N_2 が生成するフォン・ノイマン代数上の正規状態とする。

$$((A_1 - A_2)^2) = 0$$
 のとき、 (A_1, A_2) に対する EPR 状態という。

この状態において、 A_1 を測定することによって、 A_2 の値を確実に知ることができる。

EPR は位置と運動量は同時に実在の要素になりえないという議論を行っている。そのため、次のような状態を考える。

N_1 と N_2 を互いに可換なフォン・ノイマン代数、 \mathcal{A} を A_1 と A_2 が生成するフォン・ノイマン代数上の正規状態とする。 N_1 に属する射影作用素 A_1, B_1 と、 N_2 に属する射影作用素 A_2, B_2 が存在して、 $(\| [A_1, B_1] \|^2) = 0$ 、 $(\| [A_2, B_2] \|^2) = 0$ 、 \mathcal{A} が (A_1, A_2) に対する EPR 状態であり、かつ、 (B_1, B_2) に対する EPR 状態であるとき、 \mathcal{A} を非可換な組に対する EPR 状態とよぶ。

この定義の中の $(\| [A_1, B_1] \|^2) = 0$ という条件から、 A_1 と B_1 が同時に存在可能量代数に属することはないことが導かれる。つまり、 A_1 と B_1 が同時に実在の要素となることはできない。同様に、 $(\| [A_2, B_2] \|^2) = 0$ という条件から、 A_2 と B_2 が同時に実在の要素となることはできない。一方、 \mathcal{A} が (A_1, A_2) に対する EPR 状態であるという条件から、 A_1 を測定することによって、 A_2 の値を確実に知ることができ、 \mathcal{A} が (B_1, B_2) に対する EPR 状態であるという条件から、 B_1 を測定することによって、 B_2 の値を確実に知ることができる。EPR の実在の基準から、 A_2 と B_2 は同時に実在の要素となる。このように、非可換な組に対する EPR 状態において、EPR と同様の議論が成立する。

このような状態は代数的場の量子論に存在するのだろうか。以下の定理によれば、そのような状態はたくさん存在する。

N_1 と N_2 を互いに可換な固有無限のフォン・ノイマン代数とし、任意のゼロでない作用素 $X_1 \in N_1, X_2 \in N_2$ に対して $X_1 X_2 = 0$ となるとする。任意の単位ベクトル ψ と任意の実数 $\epsilon > 0$ に対して、単位ベクトル ϕ が存在して、 $\| \psi - \phi \| < \epsilon$ であり、かつ、 ϕ によるベクトル状態は非可換な組に対する EPR 状態である。

したがって、代数的場の量子論においても、EPR の議論は成立するような状態はたくさん存在する。

それでは、代数的場の量子論は不完全な理論なのだろうか。非相対論的量子力学と同様に、代数的場の量子論においても、局所的な隠れた変数を仮定すると、ベルの不等式が導かれる。ベルの不等式の破れは次のように定義される。

N_1 と N_2 を互いに可換なフォン・ノイマン代数、 \mathcal{A} を A_1 と A_2 が生成するフォン・ノイマン代数上の正規状態とする。ノルムが 1 以下の自己共役作用素 $A_1, B_1 \in N_1$ と $A_2, B_2 \in N_2$ が存在して、 $(A_1 A_2 + A_1 B_2 + B_1 A_2 - B_1 B_2) > 2$ となるとき、 \mathcal{A} をベルの不等式を破る状態という。

局所的な隠れた変数からベルの不等式が導かれる。つまり、ベルの不等式が破れている

のであれば、局所的な隠れた変数が存在しないことになる。

以下の結果によれば、非可換な組に対する EPR 状態において、ベルの不等式は成立しない。

N_1 と N_2 を互いに可換なフォン・ノイマン代数、 \mathcal{A} を A_1 と A_2 が生成するフォン・ノイマン代数上の正規状態とする。 \mathcal{A} が非可換な組に対する EPR 状態であるならば、 \mathcal{A} はベルの不等式を破る状態である。

したがって、ベルの不等式を導く際に仮定した局所的な隠れた変数は存在しない。

(2)

EPR の議論において、作用素の非可換性は重要な役割を果たしていた。本研究では、この性質を操作的な観点から解釈するために、複製不可能定理に注目した。この定理は、量子力学において、任意の状態を完全に複製するような操作は存在しないということを主張するものである。

N_1 と N_2 を互いに可換な C^* 代数、 N_1 と N_2 は C^* 独立であるとする。 T を N_1 と N_2 が生成する C^* 代数の単位的な完全正写像とする。任意の N_1 上の状態 ϕ_1 と N_2 上の状態 ϕ_2 に対して、

$$T(\phi_1 \otimes \phi_2) = \phi_1 \otimes \phi_2$$

となるとき、 T を普遍的な完全複製操作とよぶ。ただし、 ϕ_2 は ϕ_1 と同型の N_2 上の状態である。

複製不可能定理によれば、普遍的な完全複製操作は量子力学や代数的場の量子論において存在しない。それでは、「不完全な」複製操作であれば、存在するのだろうか。「不完全」ということを正確に定義するために、忠実度という概念をもちいる。

N を C^* 代数、 ϕ と ψ を N 上の状態、 ρ を N のヒルベルト空間 H への表現とする。

$$S(\phi, \psi) = \{ x \in H \mid (A) = (x, (A)x) \text{ (A} \in N) \}$$

$$S(\phi, \psi) = \{ x \in H \mid (A) = (x, (A)x) \text{ (A} \in N) \}$$

とする。

$S(\phi, \psi)$ が $S(\phi, \psi)$ のいずれかが 0 であれば、 $F(\phi, \psi) = 0$ とし、そうでない場合、

$$F(\phi, \psi) = \sup \{ \| (x, y) \| \mid x \in S(\phi, \psi), y \in S(\psi, \phi) \}$$

と定義する。

(N) を N 上の表現全体の集合とし、

$$F(\phi, \psi) = \sup \{ F(\phi, \psi) \mid (N) \}$$

と定義し、 $F(\phi, \psi)$ の忠実度とよぶ。

$F(\phi, \psi) = 1$ のとき $\phi = \psi$ であり、 $F(\phi, \psi) = 0$ のとき ϕ から ψ への遷移確率は 0、つまり、 ϕ と ψ は全く違う状態である。したがって、

忠実度は二つの状態がどれくらい似ているかを表す尺度である。1に近ければ近いほど、二つの状態は似ている。これを用いて、「不完全な」複製操作を次のように定義する。

N_1 と N_2 を互いに可換な C^* 代数、 N_1 と N_2 は C^* 独立であるとする。 T を N_1 と N_2 が生成する C^* 代数の単位的な完全正写像とする。任意の N_1 上の状態 ϕ_1 と N_2 上の状態 ϕ_2 に対して、

$$T(\phi_1 \otimes \phi_2) = \phi_1 \otimes \phi_2'$$

$$F(\phi_2, \phi_2') = 1 - \epsilon$$

となるとき、 T を N_1 と N_2 上の普遍的な ϵ -不完全複製操作とよぶ。ただし、 ϕ_2' は ϕ_1 と同型の N_2 上の状態である。

ϵ -不完全複製操作は完全な複製をつくるわけではないが、忠実度を ϵ だけ失ったような不完全な複製をつくる操作である。このような不完全な複製を作る操作は存在するのだろうか。

N_1 と N_2 を互いに可換な C^* 代数、 N_1 と N_2 は C^* 独立であるとする。 ϵ を $0 < \epsilon < 1/4$ なる実数とする。以下の条件は同値である。

1. N_1 は可換である。
2. N_1 と N_2 上の普遍的な ϵ -不完全複製操作が存在する。

代数的場の量子論における局所代数は可換代数でないので、この定理によれば、代数的場の量子論において、普遍的な完全複製操作と同様、普遍的な ϵ -不完全複製操作も存在しない。

この定理は、非可換性の操作的な特徴付けも与えている。この定理によれば、局所代数が非可換であるということは、普遍的な ϵ -不完全複製操作が存在しないということである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

Kitajima, Y. (2015) 'Imperfect cloning operations in algebraic quantum theory', *Foundations of Physics*, 45, 62-74. 【査読有り】

Kitajima, Y. (2013) 'EPR states and Bell correlated states in algebraic quantum field theory', *Foundations of Physics*, 43, 1182-1192. 【査読有り】

Ozawa, M. and Kitajima, Y. (2012) 'Reconstructing Bohr's reply to EPR in algebraic quantum theory', *Foundations of Physics*, 42, 475-487. 【査読有り】

[学会発表](計7件)

Kitajima, Y. (2015年3月11日) 'Local operations in algebraic quantum field theory', Nagoya Winter Workshop 2015: Reality and Measurement in Algebraic Quantum Theory, 名古屋大学(愛知県・名古屋市).

Kitajima, Y. (2014年9月9日) 'Common cause closedness in orthomodular lattices', Probability, Causality and Determinism Workshop, Hungarian Academy of Sciences (Hungary, Budapest).

北島雄一郎(2014年6月15日)「EPR状態とベルの不等式」, 科学基礎論学会ワークショップ「物理学の哲学-量子力学の問題を中心に」, 慶応義塾大学(東京都・港区).

Kitajima, Y. (2014年3月5日) 'Imperfect Cloning Operations in Algebraic Quantum Theory', The Fifth Nagoya Winter Workshop on Quantum Information, Measurement, and Foundations, 名古屋大学(愛知県・名古屋市).

北島雄一郎(2013年6月15日)「EPRに対するボアの反論の再構成」, 科学基礎論学会, 大阪大学大学院人間科学研究科(大阪府・吹田市).

Kitajima, Y. (2013年2月18日) 'EPR states and Bell correlated states in algebraic quantum field theory', The Fourth Nagoya Winter Workshop on Quantum Information, Measurement, and Foundations, 名古屋大学(愛知県・名古屋市).

Kitajima, Y. (2012年2月17日) 'Reconstructing Bohr's reply to EPR in algebraic quantum field theory', The Third Nagoya Winter Workshop on Quantum Information, Measurement, and Foundations, 名古屋大学(愛知県・名古屋市).

[図書](計0件)

[産業財産権]
出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況（計0件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

北島雄一郎 (KITAJIMA, Yuichiro)

日本大学・生産工学部・准教授

研究者番号：40582466

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：