

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 16 日現在

機関番号：15301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23730209

研究課題名(和文)長期記憶時系列における統計的推測理論の構築とその経済データへの応用

研究課題名(英文)Statistical Inference on Long-Memory Time Series and its Applications to Economic Data

研究代表者

生川 雅紀(Narukawa, Masaki)

岡山大学・社会文化科学研究科・准教授

研究者番号：30588489

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,700,000円、(間接経費) 510,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、観測誤差付き長期記憶過程や周期的長期記憶時系列といった多様な性質を有する長期記憶時系列に対するセミパラメトリックな統計的推測法の構築を行った。また、提案した方法を長期記憶確率的ボラティリティモデルへと応用し、為替レートのボラティリティにおける長期記憶性を分析した。日本の鉱工業生産指数データを用いた分析にも取り組み、その成長率に周期的な長期記憶性があることを見出した。

研究成果の概要(英文)：In this research, we proposed semiparametric statistical inference on various long-memory time series, such as long-memory signal plus noise processes and cyclical long-memory time series. By applying the proposed method to a long-memory stochastic volatility model, we examined long-memory in the volatility of exchange rates. We also provided an empirical analysis of the growth rate of Japan's industrial production index and detected its cyclical persistence.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：長期記憶 セミパラメトリック推定 周期性 確率的ボラティリティ 実数差分過程

## 1. 研究開始当初の背景

時間の経過に沿って観測される「時系列データ」において、その性質を特徴付けるのが時間的な相関構造であり、統計的分析対象の主要な関心事となる。時系列データはその相関構造によって大別することができ、自己相関関数が指数関数的にゼロへ減少する「短期記憶過程」、自己相関関数のゼロへの減衰が緩慢であり、長期的に持続する「長期記憶過程」は、それぞれ定常過程を相関によって区別したものである。とりわけ、長期記憶時系列はマクロ経済における様々な経済指標データやファイナンスにおけるボラティリティデータなど多くの経済時系列のみならず、水文学を始めとした様々な分野の時系列データにおいてその性質が観測されている。このような性質を有するデータは定常過程であっても、その自己相関関数が絶対総和可能とならないために、通常の時系列解析法では扱うことができず、長期記憶過程に従う時系列データ特有のモデリングや統計的推測法が必要となる。

長期記憶時系列に対する統計的分析は、一般的にその記憶性を規定するパラメータに関して行われ、その計算の複雑さから周波数領域において構築されており、直近 20 年だけでも数多くの研究蓄積がある。また、モデル特定化の誤りによる推定量の一致性の欠如を取り除くために、スペクトル密度関数の原点近傍のみの挙動に着目し、それ以外は特定のモデルを仮定しない「セミパラメトリックモデル」に基づく統計的推測法が主流となっている。このセミパラメトリック法はスペクトル密度関数の使用する周波数幅によって、ローカル法（ナローバンド推定量）、グローバル法（ブロードバンド推定量）の2つに分けられ、双方に長所・短所が存在するが、とくにローカル法については、観測誤差・季節変動（周期性）・非定常等の多様な性質を有する長期記憶時系列に対する統計的推測法の研究が進展していた。その一方で、それらに対するグローバル法を提案している研究は見当たらない状況であった。

## 2. 研究の目的

本研究課題の目的は、長期記憶性を持つ時系列データにおけるセミパラメトリックな統計的推測法として比較的近年に提案された Narukawa and Matsuda (2011) の Whittle 尤度を利用したグローバル法を中心として、多様な特性を持つ長期記憶時系列へと拡張し、実際の経済データに対する柔軟・頑健な分析・予測への方法論の確立を目指すことである。さらに、考案した方法論を実際の様々な経済データへと応用した分析を行うことも本研究課題の目的の1つとしている。具体的には以下の2点である。

(1) 長期記憶時系列において、その長期記憶性を規定する長期記憶パラメータに対する、

柔軟なデータ生成過程を捉えられるセミパラメトリックモデルを先行研究で提案されている、短期記憶性を表すスペクトル密度を FEXP (Fractional Exponential) モデルで近似した Whittle 尤度の観点から構築したグローバル法を、データが観測誤差や季節変動性・周期性を伴う場合や非定常の長期記憶時系列など現実の経済データに対応できるよう拡張することが目的である。さらに多変量の経済時系列間の構造を含めたモデリングやパネルデータに対する長期記憶モデルの構築を模索する。

(2) 長期記憶過程における統計的分析法の応用分野として、長期記憶性が指摘されている物価変動率や GDP などの経済指標を始めとしたマクロ経済データを挙げるができる。さらに、為替レートの購買力平価 (PPP) 仮説などのマクロ経済における長期均衡分析概念と組み合わせた実証分析や、近年その重要性が注目されているファイナンスにおける金融資産収益率のボラティリティについて長期記憶性を調べ、その性質を考慮した予測への応用を試みることも目指している。

## 3. 研究の方法

(1) 観測誤差を含む長期記憶時系列に対するセミパラメトリック推定法を構築するために、まず、すでに確立されているパラメトリックモデルに基づく統計的推測法において短期記憶時系列や長期記憶時系列にノイズが付着した場合の理論の成果を調べ、長期記憶時系列かつセミパラメトリックへと展開して行く上で問題となる点を探りながら研究を進めて行く。

(2) 周期性や季節変動を伴う長期記憶時系列に対しては、すでにパラメトリックな推定法に関してはいくつかの研究がなされており、セミパラメトリック法についてもローカル法に関しては僅かではあるが、先行研究が存在する。これらにおいて中心的な役割を果たすのが Gegenbauer 過程であり、これを適切にグローバル法に組み込むことを足がかりとして構築に取り組む。さらに、周期が未知の場合への対処法を考えるために、対象の時系列過程の周期を表す極をセミパラメトリックに推定する既存の方法と組み合わせることを検討する。

(3) グローバル法において1つの大きな問題となるのが、FEXP モデルの次数選択・モデル選択の問題である。本研究では、AR モデル次数選択の議論と同様にして AIC の適用方法を検討するが、周波数領域であるために、理論的妥当性やバイアスの適切な修正が困難になることが予想される。そのため、周波数領域におけるブートストラップ法を援用したモデル選択方法を検討する。

(4) 多変量時系列・パネルデータへの応用を扱っている先行研究は非常に少ない。パラメトリックな推定法ではいくつかの非常に一般的なモデルの下での理論的成果が得られており、これらを手がかりとして拡張に取り組み。一方で、単変量の場合とは異なり、次元の増加とともにパラメータ数が急増してしまうため、グローバル法を拡張するには困難が伴う恐れがあり、ローカル法の一般化・パネルデータへの展開も念頭に置いて研究を進める。

#### 4. 研究成果

##### (1) 観測誤差付きモデル

長期記憶性を有する時系列に観測できないノイズを表す項が付着した観測誤差付き長期記憶時系列モデルに対するセミパラメトリックな推定法として、グローバル法を拡張した方法を提案した。このようなモデルを想定し、その統計的推測法を検討することの大きな理由がボラティリティモデリングで広く用いられている長期記憶確率的ボラティリティ(LMSV)モデルへの応用を念頭に置いているからである。ノイズ項がホワイトであると仮定することにより、スペクトル密度関数が長期記憶シグナルとノイズの分散パラメータの和として表せ、この加法的な表現を利用することによって、ノイズをパラメータとして含んだ Whittle 尤度を構築することができる。このようにして得られる、長期記憶パラメータとノイズ項のパラメータの双方のセミパラメトリック推定量が一致性を有することを併せて示した。また、数値実験から既存の代表的な方法であるローカル法を拡張した推定法よりも全体的に推定パフォーマンスが優れており、とりわけ AR(2)などのより複雑な挙動を示すデータ生成過程によるシミュレーションではさらに差が生じることを明らかにした。また、提案した方法を LMSV モデルの枠組みへと応用し、主要国の為替レートデータのボラティリティに長期記憶性が存在するかどうか、直近約 15 年の日次為替レート時系列を用いて吟味し、分析対象としたすべての系列のボラティリティに非常に強い長期記憶性があることが分かった。これらの成果をとりまとめ、論文として公表している。

##### (2) セミパラメトリックな実数差分検定

長期記憶過程における統計的推測法の応用の 1 つに対象としている時系列がどのような実数差分過程に従うかを検定することがあり、とくに経済時系列においては、単位根検定を実数にまで拡張した実数単位根検定に対応し、長期記憶時系列に対する統計的検定の重要となつている。Narukawa and Matsuda (2011) のグローバル法では短期記憶性が長期記憶性を同時に扱うことができないため、それらを区別する統計的検定を行うことができず、引いては実数単位根検定に

応用できない。そのため、仮定はやや強くなるものの理論的な拡張を行い、対象としている時系列が長期記憶性を持つか、あるいは、より一般的にどのような実数差分過程に従うかをセミパラメトリックに検定できる統計量を提案した。数値実験では取り上げたいいくつかのケースにおいて、サイズの歪みも FEXP モデルを適切に選択することができればほとんど見られず、既存の統計量よりも検出力が上回ることが示された。

##### (3) 周期性・季節性モデル

経済データにおいて特徴的な性質である、周期性・季節性の変動を有する長期記憶時系列に対するセミパラメトリックな統計的推測法に取り組み、先行研究において周期的長期記憶性を描写する単純なパラメトリックモデルとして提案されている Gegenbauer 過程を FEXP モデルに上手く組み込むことによって、周期性を含むように一般化したセミパラメトリックモデルとし、スペクトル密度関数における極が原点からずれた、周期的な長期記憶性を有する時系列へ対応したセミパラメトリック法を提案した。さらに、季節性などの複数の極がデータ生成過程に存在する場合へと一般化することにも試み、極の個数と位置が既知であれば長期記憶パラメータが一致性を有することを示した。また、実用上問題となる周期が未知の場合にも対応するため、1 段階目で極をセミパラメトリック推定し、2 段階目で本研究の提案する方法によって長期記憶パラメータを推定するといった 2 段階推定法とし、日本の鉱工業指数の月次データを用いた分析を行った結果、その成長率に周期的な長期記憶性が存在することを見出すことができた。加えて、グローバル法に特有の FEXP モデルの選択問題に対処する方法として、スペクトル密度推定におけるピリオドグラムブーツストラップ法の援用から情報量基準におけるバイアスを補正したブーツストラップ情報量基準 EIC をセミパラメトリック推定の枠組みで用いる方法を考え、とくに、周期性長期記憶時系列に対しては、数値実験からいくつかのケースで適切なモデルを選択する割合が優れていることが分かった。以上の成果を論文としてとりまとめている。

##### (4) 多変量時系列・パネルデータ

多変量定常長期記憶時系列に対する既存のセミパラメトリック推定法のパネルデータ分析への応用に取り組んだ。パネルデータの場合、データの次元規模が大きくなりやすい点を考慮する必要があるため、パラメータ数を節約することのできる多変量の局所 Whittle 法に基づき、原点近傍で定数行列となる多変量スペクトル密度関数を次元数と同等数のパラメータとなるように、すなわち、より少ないパラメータでモデル化することを考案した。これによって比較的次元が大

きい場合でも尤度関数を構築することが可能となり、パフォーマンスも良好であることが数値実験から分かった。主要 20 カ国の実質為替レートデータを用いた PPP 仮説の実証分析へも応用し、パネル実数差分単位根の観点から検定を行った。しかしながら、理論的な性質の導出が未だ完成しておらず、この点の解明は今後の課題としたい。

短期記憶・定常長期記憶・非定常長期記憶が混在するような複数の時系列が相互に関係しながら変動することを捉えるために、多変量実数差分過程を考え、構成する各要素の長期記憶パラメータを、パネルデータ同様に次元に応じた他のパラメータの増大を抑えるため、局所的 Whittle 法を用いて推定する方法に取り組んだ。定常長期記憶過程にのみ従う多変量時系列を対象とした先行研究において導出されている理論的な結果と、ある条件下では非定常長期記憶時系列含まれていても、同様の漸近的性質が成立することを示し、数値実験からも特定の範囲内の非定常性であれば機能することが分かった。今後の課題として、より一般的な非定常過程への拡張を考えている。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

##### [雑誌論文](計3件)

Narukawa, M. Semiparametric Whittle estimation of cyclical long-memory time series by generalized exponential models. The Economic Association of Okayama University Discussion Paper, 査読無, I-88, 2014, 1-19.

Narukawa, M. On semiparametric testing of  $I(d)$  by FEXP models. Communications in Statistics - Theory and Methods, 査読有, Vol. 42, 2013, 1637-11653.

Narukawa, M. Global semiparametric estimation of long-memory signal plus noise processes. Journal of the Japan statistical Society, 査読有, Vol. 41, 2011, 205-226.

##### [学会発表](計4件)

生川雅紀, 松田安昌. 多変量非定常長期記憶時系列のセミパラメトリック推定. 日本統計学会, 2013年9月10日, 大阪大学.

生川雅紀. 周期性を持つ長期記憶時系列のセミパラメトリック推定. 日本統計学会, 2012年9月11日, 北海道大学.

Narukawa, M. and Matsuda, Y. Pooled local Whittle estimation of panel long-memory models. The 2nd Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, 2012年7月3日, Epochal Tsukuba.

生川雅紀. On semiparametric testing of  $I(d)$  by FEXP models. 日本統計学会, 2011年9月7日, 九州大学.

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

生川 雅紀 (NARUKAWA MASAKI)

岡山大学・社会文化科学研究科・准教授

研究者番号: 30588489