

## 科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成25年 6月19日現在

機関番号：32690

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2011～2012

課題番号：23730218

研究課題名（和文） 実現共分散モデルの特定化と予測

研究課題名（英文） Modeling and Forecasting Realized Covariance

研究代表者

浅井 学（ASAI MANABU）

創価大学・経済学部・教授

研究者番号：90319484

研究成果の概要（和文）：金融資産の分析で近年注目を集めているのが、実現ボラティリティの分野である。本研究では、その多変量版である「実現共分散」について、新たなモデルを考案し、既存のモデルと予測力の比較を行った。その結果、新たなモデルを使えば、金融資産ポートフォリオの予測力が向上することがわかった。

研究成果の概要（英文）：Recent years, there has been growing attentions on the analysis of realized volatility. Regarding realized covariance, which is the multivariate version of realized variance, I suggested several new models and compared forecasting performances with existing models. I found that the new models improve the predictability of portfolio risk of financial assets.

交付決定額

（金額単位：円）

|       | 直接経費    | 間接経費    | 合計        |
|-------|---------|---------|-----------|
| 交付決定額 | 900,000 | 270,000 | 1,170,000 |

研究分野：ファイナンスの計量分析

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：実現ボラティリティ・実現共分散・予測力

## 1. 研究開始当初の背景

近年、金融市場の分析では、市場のマイクロ・ストラクチャーの調べるために、毎分観測されるデータや、取引ごとに記録であるティック・データが注目されている。そして、分次データによるボラティリティの推定値は「実現ボラティリティ（またはリアライズド・ボラティリティ）」とよばれる。また、実現ボラティリティを多変量に拡張したものは「実現共分散（リアライズド・コヴァリエンス）」と呼ばれる。これらの変動特性を明らかにすることは単に研究者の間だけでなく、金融実務家にとっても重要なことである。

## 関連する研究の位置づけ

この10年間で実現ボラティリティの推定、またモデル化について様々な研究が行われてきた。現在、大きな注目を集めている研究として Hansen et al. (2010)の Realized GARCH モデルが挙げられる。これはボラティリティのモデルとして 30 年近く使われてきた GARCH モデルと、実現ボラティリティのギャップを埋める研究である。

また、実現ボラティリティを使って予測モデルを提案する際には、しばしば、ベンチマークとして Corsi (2009)の非斉時的自己回帰（Heterogeneous AutoRegression, HAR）モデルが用いられている。

## 2. 研究の目的

### (1) 概要

この研究では、Realized GARCH モデルを多変量に拡張して、Realized DCC モデルを提案する。なお、DCC モデルは、動的条件付き相関係数行列 (Dynamic Conditional Correlation) モデルのことで、Engle (2002) によって提案されたものである。新たな Realized DCC モデルの予測のパフォーマンスを見るには、何らかのベンチマークが必要である。そこで Corsi (2009) の HAR モデルを多変量版に拡張したものを考案して、それをベンチマークとする。拡張の際に、相関係数行列のモデル化が大きな課題となる。Asai/McAleer (2009) および Asai and So (2010) は、多変量ボラティリティ・モデルの枠組みで、動的相関係数行列を扱っている。ここでは、相関係数行列のモデル化に Asai/McAleer (2009) および Asai and So (2010) のアイデアを拡張していく。

また、単変量・多変量を問わず、非対称ボラティリティ・モデルの最近の成果を取り入れていきたい。

### (2) 着想に至った経緯

申請者は、多変量・単変量の確率的ボラティリティ・モデルを中心として、ボラティリティの研究を行ってきた。近年、Econometric Society などの学界では、実現ボラティリティに関する研究が盛んに行われている。また、実現共分散そのものの推定方法に関する研究では、Hayashi and Yoshida (2005) など日本の研究者の取り組みも進んでいる。しかし、実現共分散のモデル化に関する研究は、ようやく緒に就いたばかりである。この機会に、申請者のこれまでの研究成果を活かして、実現共分散のモデル化に取り組んで参りたい。

### (3) 研究の主目標

大きく分けて、次の4つの内容について、研究を行っていききたい。

- ① 相関係数行列のモデル化において、様々な方法を比較検討する。
- ② 非対称ボラティリティ・モデルの最近の成果を整理する。
- ③ Corsi (2009) の HAR モデルを多変量版に拡張し、予測のパフォーマンスを見る。
- ④ 上記の予測力を上回るような、Realized DCC モデルを考案する。

これら2つのモデルについて、推定方法の確立と、モンテカルロ実験によるシミュレーション分析、さらには、金融危機の時期のデータを使った実証分析を行う。これらの成果

を2編の論文にまとめていく。

### (4) 学術的な特色

この研究において、独創的な点は相関係数行列のモデル化にある。申請者は、多変量確率的ボラティリティ・モデルの枠組みにおいて、Asai/McAleer (2009) および Asai/So (2010) で様々なモデルを検討してきた。これらの成果を拡張して、実現共分散の研究に活かしていく。

金融資産のリスクを適切に評価することをは、研究者だけでなく実務家にとっても非常に大きな意義がある。特に、金融危機の時期を上手く説明できるモデルは数少ない。この研究では、金融危機の時期のリスクの予測についても取り組んでいく。

## 3. 研究の方法

### (1) 概要

本研究では、実現共分散のモデルとして、(i) Realized DCC モデルと (ii) 多変量版 HAR モデルを考案する。その際に、相関係数行列のモデル化、また非対称性のモデル化が課題となる。

この研究は、大きく3つの段階に分けることができる。(a) データの購入と加工、既存の研究 (特に相関係数行列モデル) の整理、(b) Corsi (2009) の HAR モデルを多変量版に拡張、(c) Realized DCC モデルの提案である。

### (2) 研究の流れ

#### ① 平成23年度前半

実現共分散の推定と既存の研究の整理を行った。また、相関係数行列のモデル化について、Engle/Shephard/Sheppard (2008) や Asai/McAleer (2009) および Asai/So (2010) を参考に様々な方法を比較検討した。研究計画では、これらの相関係数モデルの比較研究を論文にまとめることとなっている。前述のように、レンジのデータを使った相関係数モデルの研究を論文にまとめることができた。現在は、Corsi (2009) の HAR モデルを多変量版に拡張し、その予測のパフォーマンスを分析している。

#### ② 平成23年度後半

- (i) Hansen et al. (2010) の Realized GARCH モデルを多変量に拡張して、Realized DCC モデルを考案し

- た。
- (ii) 予測のパフォーマンスを評価する際のベンチマークとして、23年度後半で提案した HAR モデルの多変量版を使う。また、予測のパフォーマンスを分析するために、モンテカルロ実験を行った。
  - (iii) 上記の成果を踏まえて実証分析を行った。

なお、当初計画よりも急速な進展があったため、その進捗状況に合わせて、金融論や時系列分析に関する書籍を購入する必要性がでてきた。急速な進展の理由は、次のように研究計画になかったアイデアを用いたことである。具体的には、実現共分散の代理変数として、レンジ（最大値と最小値の差）のデータを使って予備的な分析を行ったところ、実現共分散の場合でも使えるようなヒントが得られた。また研究の注目度の高さから、研究を早急に遂行すべきであることが判明した。このため、2011年度内に2012年度分の前倒し支払いを申請し、受理された。

- ③ 平成24年度 上記の実証分析を仕上げ、成果を論文にまとめた。その論文は国際的な学術誌に投稿した。

#### ④ 補足

上記②(ii)の研究に関して、速やかに実行したものの Golosnoy et al. (2012)が先行して同様の成果を発表してしまった。研究費を無駄にしないために、次のような追加的な研究を行い、論文にまとめた。

彼らのモデルも私の考案したモデルも BEKK モデルと呼ばれる共分散モデルの構造をベースにしている。この点に注目し、BEKK モデルのパラメータを推定する際の問題点と改善方法に関して、新たなアプローチを提案し、シミュレーション実験を行った。

## 4. 研究成果

- ① 論文“Heterogeneous Asymmetric Dynamic Conditional Correlation Model with Stock Return and Range”について

この論文では、収益率とレンジのモデルの構造として、DCC (dynamic conditional correlations, 時変動相関係数行列) をもつモデルを提案した。新たなモデルの特徴は、ボ

ラティリティや DCC の構造に、非対称性や長期依存性を取り入れている点である。この新たな DCC モデルは疑似最尤法で推定できる。日経 225 株価指数、香港のハンセン指数またシンガポールのストレート・タイムズ指数のデータを使って分析したところ、日次、週次また月次で異なるような非対称性の構造が検出された。また、世界金融危機の期間を含むデータについて、1 期先のバリュー・アット・リスク予測を行ったところ、既存の様々なモデルと比較して予測パフォーマンスが向上した。

- ② 論文“Initial Values on Quasi-Maximum Likelihood Estimation for BEKK Multivariate GARCH Models”について

多変量 GARCH モデルとして様々なモデルが考案されているが、BEKK モデルは非常に多くの研究で用いられている。ただ、BEKK モデルの構造から、パラメータの相互依存の影響が強いため、(疑似) 最尤法で推定すると広域解ではなく局所解にしばしば到達してしまう。この問題に対処する一つの方法としては、適切な初期値から最適化計算を行うことが考えられる。この論文では BEKK モデルの推定の際に初期値として使えるような、簡単に推定できる (少し非効率な) 一致推定量を提案する。モンテカルロ実験を行ったところ、標本大きさが  $T=1000$  であれば、有限標本におけるバイアスは無視できることがわかった。また米国の化学系企業 2 社のデータを使って分析したところ、この初期値を用いずに推定すると局所解に到達してしまうこと、またこの初期値により推定結果が改善されることがわかった。

- ③ 論文“Asymmetry and Long Memory in Realized Covariance”について

この論文では、実現共分散について新たな DCC モデルを考案した。この論文では上記の論文①の成果を踏まえて、実現共分散のモデルの相関係数の構造に、非対称性や長期依存性を取り入れている。また、この論文では逆ウィッシュャート分布を共分散構造の条件付き分布として提案している。このモデルは高次元のモデルであるため、最尤推定の際に、適切な初期値からスタートしなければ収束までに膨大な時間がかかってしまう。論文では、このウィッシュャート分布の仮定のもとで、初期値を得るための 3 段階法を提案した。モンテカルロ実験を行ったところ、この初期値を使った最尤推定量について、有限標本におけるバイアスは無視できることがわかった。

実証分析では、まず米国の7企業の1分次の株価のデータから、日次収益率および実現共分散を求めた。新たなモデルを推定したところ、AICやBICにおいて、また予測力の比較においても既存のモデルより優れていることがわかった。また、この新たなモデルを使うと、世界金融危機直後に各企業間のつながりがより強くなっていることが見て取れた。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

- ① Manabu Asai, “Heterogeneous Asymmetric Dynamic Conditional Correlation Model with Stock Return and Range”, *Journal of Forecasting*, DOI: 10.1002/for.2252.

[学会発表] (計3件)

- ① Manabu Asai, “Long memory and asymmetry for matrix-exponential dynamic correlation processes”, The 6th International Conference on Computational and Financial Econometrics, 2012年12月01日-2012年12月03日, the Conference and Exhibition Centre "Ciudad de Oviedo", Oviedo, Spain.
- ② Manabu Asai, “Extracting Dynamic Correlations from Stock Return and Realized Volatility”, The 32nd Annual International Symposium on Forecasting, 2012年06月24日-2012年06月27日, Boston, USA.
- ③ Manabu Asai, “Heterogeneous Markets Effects for Asymmetric Dynamic Conditional Correlation Model with Stock Return and Range”, 5th CSDA International Conference on Computational and Financial Econometrics, 2011年12月17日-19日, University of London, London, UK.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]  
なし

#### 6. 研究組織

- (1) 研究代表者  
浅井 学 (ASAI MANABU)  
創価大学・経済学部・教授  
研究者番号： 90319484
- (2) 研究分担者  
なし
- (3) 連携研究者  
なし