

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 16 日現在

機関番号：10101

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23740004

研究課題名(和文) ジャック加群による半単純リー群の表現論の研究

研究課題名(英文) Study of representation theory of semisimple Lie groups via Jacquet modules

研究代表者

阿部 紀行 (Abe, Noriyuki)

北海道大学・創成研究機構・特任助教

研究者番号：00553629

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円、(間接経費) 900,000円

研究成果の概要(和文)：連続的な変形からなる群の一つのクラスとして、半単純Lie群がある。これは回転全体のなす群のような重要な群を含む。これの表現(線形空間への作用)、中でも放物型誘導表現と呼ばれる表現に関して、そのJacquet加群を具体的に記述することで調べることを目標とする研究を行った。具体的な記述を行うには至らなかったものの、それを計算するための下地となる結果を得ることができた。

研究成果の概要(英文)：I studied the representation theory of a semisimple Lie group. A semisimple Lie group is a class of a continuous group. One example is a orthogonal group which consists of rotations. I especially studied parabolically induced representations via describing its Jacquet module explicitly. I showed some properties of parabolically induced representations which is important to calculate its Jacquet modules.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：Jacquet加群 半単純Lie群 放物型誘導表現

1. 研究開始当初の背景

回転のような連続的な変換が可能であると、それを軸として対象を調べることが可能である。これを数学的に定義したのが群の作用であり、中でも線形空間への線形な作用は表現と呼ばれる。

群の中でも重要なクラスの一つが半単純 Lie 群である。上で挙げたような回転全体からなる群といった重要な群を含む。

半単純 Lie 群の表現の中でも放物型誘導表現と呼ばれる表現は特に重要であることが認識されており、この表現を理解することが重要となる。本研究では、Jacquet 加群と呼ばれる不変量を具体的に計算することで、その理解を行うことを目標とした。記述する手段となるであろうモーメントグラフの理論が近年発展してきたところであり、さらにモーメントグラフの理論を改良することにより、より直接的な記述が得られる可能性が出てきた。

2. 研究の目的

既存のモーメントグラフの理論を改良し、放物型誘導表現の Jacquet 加群が記述できるような理論体系を整える。さらにそれを用いて、放物型誘導表現の Jacquet 加群を記述する。

3. 研究の方法

モーメントグラフの理論を用いて放物型誘導表現の Jacquet 加群を記述する。既存のモーメントグラフの理論では、変形された放物型誘導表現の Jacquet 加群しか記述できない。よって、まずはもとの Jacquet 加群を記述できるようなモーメントグラフの理論の改良を整備する。また、その理論を用いて放物型誘導表現の Jacquet 加群を記述する。実際に計算を行う際には、まず変形された放物型誘導表現の Jacquet 加群の計算が必要となるため、まずは変形された Jacquet 加群の基本的な性質を明らかにする。

4. 研究成果

変形された放物型誘導表現の Jacquet 加群に関して、基本的な性質を得ることができた。また、さらに Jacquet 加群を調べることが重要であると考え、三枝洋一氏(東京大学)と共同でその幾何学的実現に関する研究を行った。残念ながら最終的に放物型誘導表現の Jacquet 加群の記述を行うことはできず、今後の課題である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 5 件)

Noriyuki Abe and Yoichi Mieda,
Jacquet functor and De

Concini-Procesi compactification,
International Mathematics Research
Notices, 2014, DOI: 10.1093/imrn/
RNU048, 査読あり。

Noriyuki Abe and Masaharu Kaneda,
Loewy series of parabolically induced
 G_1T -Verma modules, Journal of the
Institute of Mathematics of Jussieu,
2014, DOI: 10.1017/S14747480140000
12, 査読あり。

Noriyuki Abe, On a classification of
irreducible admissible modulo p
representations of a p -adic split
reductive group, Compositio
Mathematica. Volume 149, Issue 12,
2013, pp 2139—2168, 査読あり。

Noriyuki Abe, The category O for a
general Coxeter system, J. Algebra
Volume 367, 1 October 2012, pp 1--25,
査読あり。

Noriyuki Abe, Generalized Jacquet
Modules of Parabolically Induced
Representations, Publ. Res. Inst. Math.
Sci. Volume 48, Issue 2, 2012, pp
419--473, 査読あり。

[学会発表](計 27 件)

1. 阿部紀行, "Change of weight" theorem,
Workshop on modular Iwahori-Hecke
algebras, Humboldt University, ドイツ,
2014 年 3 月 20 日。
2. 阿部紀行, プロ p 岩堀 Hecke 環の法 p
表現について, 九州代数的整数論 2014,
九州大学, 2014 年 2 月 6 日。
3. 阿部紀行, On a modulo p representation
of pro- p Iwahori-Hecke algebra,
Conference on Local Langlands
Conjecture, Tata Institute of
Fundamental Research, インド, 2014
年 1 月 3 日。
4. 阿部紀行, A classification of
irreducible admissible modulo p
representations of reductive p -adic
groups, Workshop on Local Langlands
Conjecture, Tata Institute of
Fundamental Research, インド, 2013
年 12 月 23--27 日。
5. 阿部紀行, p 進簡約群の既約法 p 許容表
現の分類について, 代数的整数論とそ
の周辺, 京都大学数理解析研究所, 2013

- 年 12 月 12 日.
6. 阿部紀行, On modulo p representations of pro- p Iwahori-Hecke algebra, 2013 年度表現論シンポジウム, 三浦, 2013 年 11 月 28 日.
 7. 阿部紀行, On a Classification of Irreducible Modulo p Representations of p -adic Groups, The 2nd Pacific Rim Mathematical Association Congress (special session, Number Theory and Representation Theory), 上海, 2013 年 6 月 24 日.
 8. 阿部紀行, p 進簡約群の法 p 表現の分類について, 代数セミナー, 東北大学, 2013 年 5 月 9 日.
 9. 阿部紀行, On a modulo p representation of pro- p Iwahori-Hecke algebra, Modular Representation Theory of Finite and p -adic Groups, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, 2013 年 4 月 22 日.
 10. 阿部紀行, On a classification of irreducible modulo p representations of a split p -adic group, Seminaire Groupes Reductifs et Formes Automorphes, パリ 6 大学, Jussieu, 2013 年 2 月 18 日.
 11. 阿部紀行, $q=0$ の affine Hecke 環について, 表現論ワークショップ, 鳥取, 2012 年 12 月 26 日.
 12. 阿部紀行, 制限普遍包絡環の放物型誘導表現の剛性と Loewy series, 表現論セミナー, 北海道大学, 2012 年 10 月 31 日.
 13. 阿部紀行, 分裂型 p 進簡約群の既約認容法 p 表現の分類について, 大阪大学整数論&保型形式セミナー, 大阪大学, 2012 年 6 月 15 日.
 14. 阿部紀行, On a structure of modulo p compact induction of split p -adic groups, Workshop on the p -adic Langlands program, Fields institute, 2012 年 4 月 23 日.
 15. 阿部紀行, Geometric realization of Jacquet functor via symmetric space, Lie Theory seminar, 香港科技大学, 2012 年 2 月 7 日.
 16. 阿部紀行, 対称空間のコンパクト化による Jacquet 加群の実現, Kyoto Representation Seminar, 京都大学数理解析研究所, 2011 年 11 月 11 日.
 17. 阿部紀行, 分裂型 p 進簡約群の法 p 表現の分類について, 2011 年度表現論シンポジウム, 南部, 2011 年 11 月 10 日.
 18. 阿部紀行, On a classification of irreducible modulo p representations of a split p -adic group, 数物宇宙連携機構, 2011 年 10 月 27 日.
 19. 阿部紀行, On a classification of irreducible admissible modulo p representations of a split p -adic group, Analysis on Lie Groups, Max Planck institute for Mathematics, 2011 年 9 月 21 日.
 20. 阿部紀行, Extension between Verma modules and R -polynomial, Algebraic Representation Theory Conference, Uppsala University, 2011 年 9 月 2 日.
 21. 阿部紀行, On a classification of irreducible admissible modulo p representations of a split p -adic group, Workshop on the arithmetic geometry of Shimura varieties and Rapoport-Zink spaces, 京都大学, 2011 年 7 月 5 日.
 22. 阿部紀行, 分裂型 p 進簡約群の既約許容法 p 表現の分類について, 大阪表現論セミナー, 大阪市立大学, 2011 年 6 月 20 日.
 23. 阿部紀行, On a classification of irreducible admissible modulo p representations of a split p -adic group, 2011 Nankai International Workshop on Representation Theory and Harmonic Analysis, 南開大学, 2011 年 6 月 8 日.
 24. 阿部紀行, 対称空間のコンパクト化による Jacquet 加群の幾何学的実現について, 代数群と量子群の表現論研究集会, 小豆島, 2011 年 6 月 3 日.
 25. 阿部紀行, 分裂型 p 進簡約群の既約許容法 p 表現の分類について, 代数学セミナー, 九州大学, 2011 年 5 月 20 日.
 26. 阿部紀行, 分裂型 p 進簡約群の既約許容法 p 表現の分類について, 談話会, 北海道大学, 2011 年 5 月 12 日.
 27. 阿部紀行, 対称空間のコンパクト化に

よる Jacquet 加群の幾何学的実現について，表現論セミナー，北海道大学，2011年4月25日．

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

6．研究組織

(1)研究代表者

阿部 紀行 (ABE NORIYUKI)

北海道大学 創成研究機構 特任助教

研究者番号：00553629