

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 13 日現在

機関番号：56203

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2014

課題番号：23740039

研究課題名(和文) Abel商と非Abel商の比較

研究課題名(英文) Abelian and non-Abelian quotient

研究代表者

佐藤 文敏 (satou, Humitoshi)

香川高等専門学校・一般教育科・准教授

研究者番号：20548309

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：以下の2つのことについて研究を行った。
一つ目は、複素多様体 X に単純Lie群 G が作用しているとき、 X の G による商 $X//G$ (非アーベル商)と G の極大トーラス T による商 $X//T$ (アーベル商)が考えられるが、この二つのorbifoldのorbifold cohomology環の関係を明らかにした。二つ目は、射影直線への次数2、種数 g の安定写像のモジュライにAtiyah-Bottの局所化定理を使うことによって、種数 g の安定曲線のモジュライのtautological環の新しい2つの関係式を求めるアルゴリズムを発見した。また、関係式の1つについては具体的な境界類での表現を求めた。

研究成果の概要(英文)：We studied following two things.

One is that we find an explicit relations between orbifold cohomology rings of non-abelian quotient $X//G$ and abelian quotient $X//T$, where X is a complex manifold with an action by a semi-simple Lie group G and T is its maximal torus. The other one is that we find an algorithm to find two new relation in tautological rings of moduli stack of genus g stable curves by applying Atiyah-Bott localization theorem to a moduli stack of genus g stable maps to a projective line. We also carried out our algorithm to obtain one of two relations in terms of boundary classes explicitly.

研究分野：代数幾何学

キーワード：局所化定理 Gromov-Witten不変量 tautological環

られるかを求めることが第一段階の目的である。

二つ目の研究についての最終目標は共同研究者である Arcara と発見した種数 g の 1 点付き安定曲線のモジュライの tautological 環の関係式を求めた方法を拡張して新しい関係式を求めることである。

3. 研究の方法

一つ目の研究については先ず、任意の X と G の場合についての非アーベル商とアーベル商の orbifold cohomology がどのような関係があるのかを求める。そのためにはそれぞれの空間のマルチセクターがどのように対応しているのかを調べ、それぞれのマルチセクターにおいて G のどの正ルートに対応するベクトル束の Chern 類が orbifold cohomology の積構造のねじれに寄与しているのかを計算し、それを定式化する。

また、種数 0 の Gromov-Witten 不変量の間関係式を求めるためには、非アーベル商とアーベル商のグラフ空間における固定点集合およびその法線束がどのように対応しているのかを調べる必要がある。このとき、orbifold cohomology の積構造の比較した時と同様に、法線束の Chern 類が G のどの正ルートに対応するのかを調べる。

二つ目の研究については射影直線への次数 d 、種数 g の n 点付き安定写像のモジュライ空間に Atiyah-Bott の局所化定理を使い、tautological 環の新しい関係式を求める。このとき、一般には固定点集合の連結成分の数が多いのでこれを出来るだけ減らすように点の数と 類を掛ける組み合わせを上手く見つける。

4. 研究成果

一つ目の研究については、 X の G による商 $X//G$ (非アーベル商) と X の G の極大トーラス T による商 $X//T$ (アーベル商) の orbifold cohomology 環の積構造がどのように関係しているのかを正ルートに対応する 1 次元のベクトル束の Chern 類を用いて具体的に定式化した。

二つ目の研究については種数 g の安定曲線のモジュライの tautological 環の新しい 2 つの関係式を求めるアルゴリズムを発見した。

具体的には射影直線への種数 g 、次数 2 の 5 点付き安定写像のモジュライに Atiyah-Botte の局所化定理を適用することによって種数 g の 2 点付き安定曲線の tautological 環の新しい関係式を求めるアルゴリズムを 1 つ求めた。また、同様に射影直線への種数 g 、次数 2 の 4 点付き安定写像のモジュライに Atiyah-Botte の局所化定理を適用し、さらに上述の関係式と 2009 年の論文で示した関係式を組み合わせることによって種数 g の 1 点付き安定曲線の tautological 環の新しい関係式を求めるア

ルゴリズムを 1 つ求めた。現在、これらのアルゴリズムを実際に行い具体的な境界類での表現を求め、論文を執筆中である。

また、これらの方法は容易に次数 3 の場合にも拡張できる可能性がある。実際、射影直線への種数 g 、次数 3 の 7 点付き安定写像のモジュライに Atiyah-Botte の局所化定理を適用し、上述の 3 つの関係式と組み合わせることによって種数 g の 3 点付き安定曲線の tautological 環の新しい関係式を求めるアルゴリズムを既に 1 つ求めた。次数 3 のときは、次数 2 のときよりも固定点集合の連結成分の数は格段に増えるが原理的には次数 2 のときと同様に tautological 環の新しい関係式を求めるアルゴリズムを発見できる可能性がある。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1 件)

Fumitoshi Sato

“The Chow motive of relative Fulton-MacPherson space”

Math. Scand. Vol. 113, issue 1 (2013), 20-29

査読有

[学会発表](計 5 件)

佐藤 文敏

“Topological recursion relations via degree two map”

リーマン面に関連する位相幾何学

東京大学

2014 年

佐藤 文敏

“Enumerative geometry of the moduli of genus 3 curves”

Branched Covering, Degenerations, and Related Topics

広島大学

2014 年

佐藤 文敏

“Topological recursion relations”

リーマン面に関連する位相幾何学

東京大学

2013 年

佐藤 文敏

“Topological recursion relations”

アフィン代数幾何学研究集会

関西学院大学

2013 年

佐藤 文敏

“Enumerative geometry and differential equations”

山口大学理学部講演会
山口大学
2012年

〔図書〕(計 0件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0件)

取得状況(計 0件)

〔その他〕
ホームページ等
<http://research.kosen-k.go.jp/researcher-list/read0146163>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐藤 文敏 (SATOU HUMITOSHI)
香川高等専門学校・一般教育科・准教授
研究者番号: 20548309

(2) 研究分担者

無し

(3) 連携研究者

無し