

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 8 日現在

機関番号：17102

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2014

課題番号：23740080

研究課題名(和文) 不完全制御と不確定モデルによるリスク管理問題の研究

研究課題名(英文) Study on risk management with an imperfect trading strategy based on a uncertain market model

研究代表者

松本 浩一 (Matsumoto, Koichi)

九州大学・経済学研究科(研究院)・准教授

研究者番号：30380687

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：金融機関では、市場の変動を数理モデルによって表現し、リスク量やリスク管理のための最適取引戦略を高速コンピューターで計算している。しかし、数理モデルで現実を完全に表現することは不可能であり、取引戦略を計画通りに実現することは困難である。本研究では、真の資産モデルを完全には知ることは出来ず、資産の完全制御は困難であることを前提として、リスク管理の研究を行った。具体的には、リスク測度の多期間化、最適リスクヘッジ方法、モデルリスク計量方法について研究を行い、リスク管理の高度化に寄与した。

研究成果の概要(英文)：In a financial institution, a risk manager uses a mathematical model to represent the financial market. A risk manager plans and calculates an optimal trading strategy, based on the mathematical model. But it is impossible to know the true model of the market and it is difficult to realize the optimal strategy. In this study I assume that the market model is uncertain and a risk manager cannot realize his or her trading strategy perfectly. Under this condition, I consider how the market risk is managed. I study a multi-period risk measure, an optimal hedging strategy and how to measure the model risk.

研究分野：数物系科学

キーワード：数理ファイナンス 金融工学

1. 研究開始当初の背景

近年、金融機関では、市場の変動(株式、為替、金利など)を数理モデルによって表現し、リスク量やリスク管理のための最適取引戦略を高速コンピューターで計算している。その結果、金融機関のリスク管理は飛躍的に発展し、多様な金融商品が開発されてきたが、同時に以下の問題が明らかになってきた。

不完全制御: 計画した取引戦略を完全に実行することは困難である。

不確定モデル: 現実を完全に表現する真のモデルを知ることは不可能である。

不完全制御と不確定モデルは、最近の世界金融危機の一因となった重要な問題にも関わらず、理論的な研究は発展途上であり、実用的技術の開発は未だ皆無に等しい。私は10年間の金融機関における実務経験の中でこの問題の深刻さを実感し、不完全制御と不確定モデルに基づくリスク管理の研究は、現在の数理ファイナンスの最も重要な課題であると考えるに至った。

2. 研究の目的

本研究の目的は、リスク管理問題を数理ファイナンスの立場から解析することである。具体的には、不完全制御と不確定モデルに基づき、以下の問題の研究を実施する予定である。

(1) 多期間リスク測度問題。

(2) デリバティブ(金融派生商品)のリスクヘッジ問題。

(3) ポートフォリオのリスク管理問題。

私はこれらの研究を通じてリスク管理の高度化を促し、世界金融市場の安定化に寄与して数学の立場から社会全体の発展に貢献することを目指している。

3. 研究の方法

(1) 多期間リスク測度

一期間リスク測度を多期間リスク測度に拡張するには、時間整合条件が必要だが、既存の強い時間整合条件は実用性に問題がある。弱い時間整合条件の研究を行い、実用性を重視し、コヒーレントリスク測度の多期間化に重点的に取り組む。また、多期間リスク測度の動的計画法を利用した数値計算方法の研究を行う。

(2) 株価モデル

株価モデルの不確定性を考慮した場合、完全ヘッジを行うには多大なコストが必要であり、現実的には困難である。この問題の解決のために株式デリバティブの部分リスクヘッジを前提として、リスクヘッジ問題に取り組む。以下の課題の研究を行う。

・株式デリバティブの最適ヘッジ戦略。

・株式デリバティブの最小ヘッジコスト。

(3) 金利モデル

株価モデルの研究では金利を一定として問

題に取り組むが、現実には金利は変動するため、金利モデルが必要となる。金利モデルの不確定性を考慮した場合、金利デリバティブ価格を一意に定めることが困難となり、モデルリスクが生じる。本研究では、効率的数値計算が可能な金利モデルを立案し、モデルリスクの大きさを測定する方法の構築に取り組む。

(4) 多資産モデル

株式、金利は単一資産のデリバティブの問題だが、ポートフォリオのリスクを考える場合、複数の資産を考慮する必要がある。また、市場には複数の資産が関係するデリバティブが存在し、その関係性を表す確率過程が必要となる。各資産の変動、資産間の依存関係を表す確率過程のモデル不確定性を考慮し、多資産デリバティブ価格に内在するモデルリスクの研究を行う。

4. 研究成果

(1) 多期間リスク測度

リスク管理問題において、重要な役割を演じる一期間リスク測度の多期間化に関する研究成果を論文として整理した。論文の主な結果は次の通りである。

従来の強時間整合性を拡張した弱時間整合性を導入し、一期間リスク測度の実用的な多期間化を可能にした。

リスクシナリオ集合が適当な条件を満たすとき、弱時間整合性が満たされることを示した。

弱時間整合性、計算効率性を兼ね備えたテール・バリュー・アット・リスクの多期間化手法を示した。

研究成果は国内研究会において発表した。また、研究成果を論文("Tail VaR Measures in a Multi-period Setting," Applied Mathematical Finance)としてまとめ、国際学術誌で発表した。

(2) 株価モデル

モデルリスクが存在する市場を前提に株式デリバティブのリスクヘッジ問題に取り組んだ。具体的には、ヘッジ失敗確率に制約を課し、部分リスクヘッジ問題について研究を行った。主な研究成果は次の通りである。

最小ヘッジコストは期待値の最大値最小化問題として表現できることを示した。

デリバティブの最小ヘッジコスト問題は2種類の偏微分方程式の解に帰着できることを示した。

2種類の偏微分方程式の解の性質を明らかにし、第1の偏微分方程式の解は最大ヘッジ失敗確率に関係し、第2の偏微分方程式の解は最小ヘッジコストに関係することを示した。

デリバティブの最適ヘッジ戦略は、最小ヘッジコストの偏微分によって表現することができることを示した。

偏微分方程式の3項モデルによる離散化手法、解の数値計算手法を示した。

最小ヘッジコストが非線形性を持つ、つまり取引単位に比例しないことを示した。

モデルリスクが存在する市場で部分スーパーヘッジを行う場合、ポートフォリオの分散効果がマイナスになる場合があることを示した。

ヘッジ失敗確率の制約は損失の評価関数の期待値に一般化できることを示した。研究成果は、国内研究会及び国際会議で発表した。

(3) 金利モデル

金利変動の大きさを表す確率過程(ボラティリティ)のモデル不確定性を考慮した場合、金利デリバティブ価格を一意に定めることが困難となり、損失を生じるリスクが発生する。このことに伴うリスク(モデルリスク)の研究を行った。主な研究成果は以下の通りである。

中心回帰する金利の連続時間モデルを考え、三項モデルによる離散化手法を示した。デリバティブ価格の最大化、最小化の計算手法を示した。

最大価格、最小価格を用いたモデルリスク指標を提案した。

モデルリスクのポートフォリオ効果を示した。

金利デリバティブ価格最大化、最小化を実現するボラティリティの特徴を示した。

研究成果は、国内研究会、国際会議で発表した。また、研究成果を論文("Pricing Interest Rate Derivatives with Model Risk," Journal of Financial Engineering)としてまとめ、国際学術誌で発表した。

(4) 多資産モデル

二資産の価格成長率、変動率、依存関係を表す確率過程(ドリフト、ボラティリティ、相関)のモデル不確定性を考慮し、二資産デリバティブ価格に内在するモデルリスクに関する研究を行った。主な研究成果は次の通りである。

偏微分方程式によって、デリバティブの最大価格、最小価格が表現できることを示した。

資産価格の連続時間モデルを二次元三項モデルによって離散化する手法を示した。

最大価格と最小価格に基づくモデルリスク指標を用いて、モデルリスクの数値解析を実施した。

ボラティリティと相関のモデルリスクが同程度の規模となることを示し、統合リスク管理の必要性を示した。

モデルリスクのポートフォリオ効果を示した。

研究成果は、国際会議で発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文](計 7件)

Koichi Matsumoto, S. Hosokawa, Pricing Interest Rate Derivatives with Model Risk, Journal of Financial Engineering, 2, 1, 1550003 (18 pages), 2015, DOI:10.1142/S2345768615500038, 査読有

Koichi Matsumoto, Y. Katsuki, Tail VaR Measures in a Multi-period Setting, Applied Mathematical Finance, 21, 3, 270-297, 2013, DOI:10.1080/1350486X.2013.851449, 査読有

Koichi Matsumoto, Option Replication in Discrete Time with Illiquidity, Applied Mathematical Finance, 20, 2, 167-190, 2013, DOI:10.1080/1350486X.2012.675161, 査読有

Koichi Matsumoto, M. Fuji, K. Tsubota, Simple Improvement Method for Upper Bound of American Option, Stochastics: An International Journal of Probability and Stochastic Processes, 83, 449-466, 2011, DOI:10.1080/17442508.2010.518706, 査読有

[学会発表](計 9件)

Koichi Matsumoto, Scenario Sets for Multi-period Risk Measurement with an Application to Tail VaR measures, JARIP フォーラム 2015, 日本大学文理学部オーバルホール(東京都文京区), 2015/3/30

Koichi Matsumoto, Pricing Derivatives on Two Assets with Model Risk, Quantitative Methods in Finance Conference (QMF) 2014, Hilton Sydney Hotel, Sydney, Australia, 2014/12/17

Koichi Matsumoto, Model Risk in Pricing Interest Rate Derivatives, 8th World Congress of the Bachelier Finance Society Management Centre Europe, Burussels, Belgium, 2014/6/14

Koichi Matsumoto, Multi-period Tail VaR Measures, 第3回数値ファイナンス合宿型セミナー, ホテルニューアカオ(静岡県熱海市), 2014/1/24

Koichi Matsumoto, Pricing Interest Rate Derivatives with Model Risk, Quantitative Methods in Finance Conference (QMF) 2013, Hilton Sydney Hotel, Sydney, Australia, 2013/12/18

Koichi Matsumoto, Trinomial Models for Model Risk, 第2回数理ファイナンス合宿型セミナー, 大橋会館(東京都目黒区), 2012/11/3

Koichi Matsumoto, Model Risk and Partial Super-hedging of Derivatives, 7th World Congress of the Bachelier Finance Society, Hilton Sydney Hotel, Sydney, Australia, 2012/6/21

Koichi Matsumoto, Hedging Derivatives with Model Risk, Quantitative Methods in Finance Conference (QMF) 2011, Hilton Sydney Hotel, Sydney, Australia, 2011/12/14

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松本 浩一 (MATSUMOTO, Koichi)
九州大学・大学院経済学研究院・准教授
研究者番号：30380687

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし