

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 31 日現在

機関番号 : 82401
研究種目 : 若手研究 (B)
研究期間 : 2011~2013
課題番号 : 23740227
研究課題名 (和文) ドメインウォールフェルミオンによる超対称ヤンミルズ理論の動的シミュレーション
研究課題名 (英文) Dynamical simulation of supersymmetric Yang-Mills theory with domain wall fermions
研究代表者
ENDRES MICHAEL
独立行政法人理化学研究所・仁科加速器研究センター・国際特別研究員
研究者番号 : 80598160
交付決定額 (研究期間全体) : (直接経費) 3,400,000 円、(間接経費) 1,020,000 円

研究成果の概要 (和文) :

数値シミュレーションは、量子色力学(QCD)、超対称ゲージ理論、非相対論的フェルミ気体のような強く相互作用する系での非摂動的物理を理解する上で重要な役割を果たす。ここでの研究の重点はこうした系での数値的研究において残された挑戦的な課題を議論することであった。ここで得られた技術は N=1 SYM (これは超対称ゲージ理論の中でも最も QCD に近いものであるが) の数値的研究に直接的に有用となることが期待される。

研究成果の概要 (英文) :

Numerical simulations play an important role in understanding nonperturbative physics in strongly coupled systems such as Quantum Chromodynamics, Supersymmetric gauge theories, and nonrelativistic Fermi gases. My research efforts have focused on addressing some of the remaining challenges confronted in numerical studies of such systems, with the expectation that those techniques might be directly relevant for the numerical study of N=1 SYM, the most QCD-like of supersymmetric gauge theories.

交付決定額

研究分野 : 数物系科学

科研費の分科・細目 : 物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード : 原子核 (理論)

1. 研究開始当初の背景

超対称性(SUSY)は、いわゆる「階層性問題」を解く方法として、素粒子標準模型を越えた理論の重要な一要素であり続けている。超対称性を持つ理論は様々な興味深い性質を示し、これらの性質自身理論的に興味深いものである。過去 10 年間、超対称性理論の格子定式化を構成するために非常な努力が払われて来た。こうした定式化は SUSY を理解するための非摂動的枠組みを与え、またモンテカルロシミュレーションによる定量的研究の基礎となるものである。

近年の計算アルゴリズムの発展およびスー

パーコンピュータの計算性能の向上により、格子場理論の研究者の関心は従来の格子 QCD を越える理論の数値シミュレーションへと移りつつある。中でも、N=1 超対称ヤンミルズ理論(N=1 SYM)は他の SUSY 理論に比べてその構造が比較的単純であり、モンテカルロ計算に特に適しているここで、格子理論自体は超対称性を陽に壊すが、ゲージ対称性と hypercubic 対称性から許される SUSY を壊す relevant な輻射補正は、グルイーノの質量のみである。従って、連続極限およびカイラル極限を取ることで超対称性が出現 (回復) することが保証されているのである。N=1 SYM はこの単純な特徴を持つ唯一の 4 次元の SUSY 理論であり、数値計算による解

析にとって特に魅力的な理論になっている。

$N=1$ SYM は数値計算によってのみ調べることができる様々な非摂動論的特徴を持っている。特に興味を持たれるものは、グルイーノ凝縮が起こるかどうかという問題で、これは離散的カイラル対称性 Z_2N (ここで N はカラーの数) が Z_2 に破れることを意味する。この対称性の破れはドメインウォールの形成を意味し、数値計算により、ドメインウォールの張力と凝縮の間に予想されている非自明な関係をテストすることが可能と思われる。一方、理論の質量スペクトルに関してはごくわずかなことしか知られておらず、おそらくグルー・グルー、グルー・グルイーノ、グルイーノ・グルイーノの複合状態からなるだろうと広く信じられている。Witten 指数は $N=1$ SYM では SUSY が自発的に破れないことを示唆しており、結果としてこれらの複合状態は超対称多重項をなすはずである。格子シミュレーションはカイラル極限におけるスペクトラムの真の姿を明らかにした SUSY を soft に破るグルイーノ質量項の効果を研究する信頼できる方法を与えると考えられる。

2. 研究の目的

過去においては、 $N=1$ SYM をシミュレートするために多くの研究ではいわゆるウィルソンフェルミオンの方法が使われた。この離散化はしかしながらカイラル極限に達するのに微調整を必要とし、また原理的には符号問題を持っている。より最近、私自身と他の研究グループにより、ドメインウォールフェルミオン(DWFs)として知られるカイラルフェルミオンの離散化を用いた予備的な研究がなされた。この後者の離散化はカイラル極限に達するのに微調整を必要とせず、符号問題も存在しない。この研究課題の当初の研究目標の一つはこの予備的研究をより拡充することであった。

注目すべきことに、 $N=1$ SYM を数値的に研究する際に解決しなくてはならない困難は、格子 QCD でのそれと非常に似通ったものであった。例えば、符号問題は、ウィルソンフェルミオンによる SYM の研究においてだけでなく、違った context、例えば有限密度の QCD でも見られる。SYM における相関関数の数値的な評価は信号/ノイズ問題を被るが、これは QCD における多バリオン相関関数が受ける信号/ノイズ問題と類似のものである。また、ユニタリーフェルミオンと QCD の数値的研究において、非常に長い減衰幅を持つ相関関数の分布が普遍的であることが見いだされており、こうした分布は

SYM にも存在すると考えられる。そこで、 $N=1$ SYM を数値的にシミュレートする際の困難に取り組む以前に、まず、数値シミュレーション全般に存在する基本的な問題をまず理解し解決することが必要となった。そこで、超対称性理論の数値的研究に加えて、符号問題、ノイズ問題、縮役の問題、の解決に研究の重点を置いた。

3. 研究の方法

上で概要を述べたように、ここでの研究は(格子上の)量子場の理論の数値的研究における計算上の困難に関連した数々の題材にわたっている。研究は主に、フェルミオンを含んだ少数多体系を研究するためのモンテカルロアルゴリズムと解析方法の開発と使用にあてられている。関心のある理論としては、量子色力学(QCD)、また、共鳴状態を持つように微調整された粒子間引力を持つ超冷却フェルミガス(いわゆるユニタリーフェルミオン)を記述する非相対論的共形場の理論、などが含まれる。ここで開発したこれらの技術は SUSY の領域の外の特定の応用のためのもではあるが、標準模型を越えた理論や SUSY ゲージ理論の格子定式化を用いた数値的研究においても今後有用になると考えられる。

実際の研究はいくつかの段階からなる。まず、第一に、手元にある問題を理解するための理論的な道具を開発する。次に、技術的な部分の実装を行い、それらの有用性を確認する。この段階は、(Mathematica, Python or C++ といった)プログラミング言語による計算コードの開発、および、様々な極限的狀況で得られる厳密な結果との比較による数値計算のチェックを含んでいる。最後に、計算コード開発の完了後、数値シミュレーションを行い、新しく物理的に興味深い結果を得るためにデータ解析を行う。

4. 研究成果

いくつかの理由から、多体系を数値的に研究するのは挑戦的な問題である。まず、フェルミオン系の多体相関関数を計算する際に頻繁にあらわれるものとして、「フェルミオン縮役問題」がある。こうした計算にかかる計算コストはフェルミ粒子の数に対して指数的に増加し、このことが、有限の計算資源のもとでは、研究できるフェルミ粒子の数を厳しく制限してしまう。私の共同研究者(土井琢身)と私は、多フェルミ粒子相関関数の計算コストを劇的に減らす、全く新しいアルゴリズムを開発することに成功した。実際、このアルゴリズムでは、計算コストはフェルミ

粒子の数の多項式として振る舞う。この研究成果は、原子核物理を第一原理シミュレーションから研究する際の主な障害の一つを取り除き、格子 QCD の分野に重要な進展を与えた。

フェルミ粒子の数値的研究における第二の挑戦的課題は、作用積分が複素数になることから来る符号問題である。モンテカルロシミュレーションは、経路積分の測度を確率測度と解釈するために作用積分が実であることを要求する。この問題を避ける一つの方法は、分配関数に対する（しばしば双対な変数で書かれた）別の表示を見いだすことである。私は、空間が一次元の場合の非相対論的フェルミ粒子に適したこうした定式化を開発した。そして、この定式化が物理的に興味のあるパラメータの全ての場合について符号問題を解くことを示し、さらに平均場近似の範囲内で連続極限が存在することを示した。続く研究では、上で一次元フェルミ粒子系に対して開発した格子定式化を、引力的 4 体点相互作用を持つ 4 成分フェルミ粒子系を研究するのに用いた。4 体結合状態を持つように相互作用を微調整した時、理論はスケール変換とコンフォーマル変換のもとで不変となる。結果として、物理的観測量は唯一の次元を持たないパラメータ、系の密度、だけに依存できる。系のエネルギーは同じ密度での自由気体のエネルギーに比例し、この比例定数は Bertsch パラメータとして知られる次元を持たない普遍的な数である。私は、このパラメータの値を決定し、それが 3 次元のユニタリーフェルミ気体に対する類似のパラメータの現在最もよく決定されている値と 1% の統計誤差の範囲内で一致することを見いだした。この結果は驚くべきもので、異なった時空次元で定義された共形場の理論の間にある双対性を強く示唆している。

最後に、鈴木博、杉野文彦、黒木経秀との共同研究として、0 次元の二重井戸型超対称行列模型の性質を解析した。この模型はその 2 次元 IIA 型超弦理論との対応から関心が持たれるものである。私の研究の重点は 1 点関数（それは積分することで系の自由エネルギーを与えるのであるが）を高い精度で数値的に計算することに置かれた。解析的な結果と数値的に得られた自由エネルギーの結果はゼロでない自由エネルギーを示唆し、このことはこの系の超対称性が自発的に破れることを意味する。この行列模型側での超対称性の破れは、対応する超弦理論側で興味深い物理的意味を持っている。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線）

〔雑誌論文〕（計 8 件）

- ① M. G. Endres, T. Kuroki, F. Sugino, H. Suzuki, Nucl. Phys. B 876 (3), 758-793 (2013), 査読有
- ② M. G. Endres, Phys. Rev A 87, 063617 (2013), 査読有
- ③ M. G. Endres, D. B. Kaplan, J.-W. Lee, A. N. Nicholson, Phys. Rev. A 87, 023615 (2013), 査読有
- ④ T. Doi, M. G. Endres, Comput. Phys. Commun. 184, 117-123 (2013), 査読有
- ⑤ M. G. Endres, Phys. Rev. Lett. 109, 250403 (2012), 査読有
- ⑥ M. G. Endres, Phys. Rev. A 85, 063624 (2012), 査読有
- ⑦ M. G. Endres, D. B. Kaplan, J.-W. Lee, A. N. Nicholson, Phys. Rev. A 84, 043644 (2011), 査読有
- ⑧ M. G. Endres, D. B. Kaplan, J.-W. Lee, A. N. Nicholson, Phys. Rev. Lett. 107, 201601 (2011), 査読有

〔学会発表〕（計 13 件）

- ① M. G. Endres, Unitary fermions: a review, Workshop on QCD under extreme conditions (XQCD13), University of Bern, Bern, Switzerland, August 6, 2013
- ② M. G. Endres, Numerical study of a universal four-component Fermi gas, Colloquium, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, June 6, 2013
- ③ M. G. Endres, Universal Fermi gases on the lattice, Seminar, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, January 11, 2013
- ④ M. G. Endres, Universal Fermi gases on the lattice, Seminar, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, January 9, 2013
- ⑤ M. G. Endres, Universal Fermi gases on the Lattice, Workshop on QCD Structure I, CCNU, Wuhan, China, October 11, 2012
- ⑥ M. G. Endres, Universal four-component Fermi gas on the lattice, The 29th International Symposium on Lattice Field Theory, Cairns, Australia, June 28, 2012
- ⑦ M. G. Endres, Universal four-component Fermi gas on the lattice, CASTS/LQCDHP Seminar,

National Taiwan University, Taipei,
Taiwan, May 25, 2012

- ⑧ M. G. Endres, Unitary fermions and other strongly coupled systems: a lattice perspective, Colloquium, Syracuse University, Syracuse NY, USA, February 28, 2012
- ⑨ M. G. Endres, Lattice study of unitary fermions: confined to a finite box and a harmonic trap, Particle Theory Seminar, Syracuse University, Syracuse NY, USA, February 27, 2012
- ⑩ M. G. Endres, Monte Carlo simulations for unitary fermions confined to a harmonic trap, Seminar, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, November 28, 2011
- ⑪ M. G. Endres, Monte Carlo simulations for unitary fermions confined to a harmonic trap, Seminar, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, November 25, 2011
- ⑫ M. G. Endres, Noise, sign problems, and statistics, Selected Topics on Recent Developments in Lattice Field Theory, NCTS Hsinchu, National Tsing Hua University, Hsinchu, Taiwan, October 31, 2011
- ⑬ M. G. Endres, Unitary fermions on the lattice, Seminar, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore CA, USA, June 9, 2011

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

ENDRES MICHAEL (MICHAEL ENDRES)

独立行政法人理化学研究所・仁科加速器研究センター・国際特別研究員

研究者番号：80598160

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし