

## 科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 27 日現在

機関番号：14301  
 研究種目：若手研究(B)  
 研究期間：2011～2012  
 課題番号：23740296  
 研究課題名（和文）弾性乱流の実験相補的な数値研究

研究課題名（英文）Numerical study of elastic turbulence complementary to laboratory experiments

研究代表者

松本 剛 (MATSUMOTO TAKESHI)  
 京都大学・大学院理学研究科・助教  
 研究者番号：20346076

研究成果の概要（和文）：稀薄な高分子溶液は遅い流速であっても、流れが乱流状態になるとの実験報告がある。この乱流(弾性乱流)の数値計算を実験と同様の条件で行い、流体中の力の分布などの実験で測定困難な量の解析を通じて機構の解明をめざした。単純な計算条件(周期境界条件)下の予備計算では力の場合から機構の一部が判明した。しかし、実験と同様の計算条件での数値計算(埋め込み境界法による)では弾性乱流が発生しなかった。

研究成果の概要（英文）：Flows of dilute polymer solutions are shown experimentally to become turbulent even at low speeds. The mechanism of this so-called elastic turbulence is studied via numerical simulation with conditions as close as possible to those of the experiments by focusing data which are hard to directly measure experimentally. Preliminary simulations with a simple boundary condition provide insights on the mechanism. However, with a similar boundary condition to the experiments, flows do not become turbulent in our simulations with an immersed boundary method.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	1,100,000	330,000	1,430,000

研究分野：流体物理学

科研費の分科・細目：物理学 数理物理・物性基礎

キーワード：粘弾性流体 乱流 非ニュートン流体 埋め込み境界法

### 1. 研究開始当初の背景

水や空気などのニュートン流体の乱流は、粘性の効果に対して移流項や圧力項などの非線型性の効果が卓越して生じる。この非線型性の効果はレイノルズ数(以下、 $Re$  数)として表され、ニュートン流体は、低  $Re$  数では乱流化せずに層流にとどまる。しかし、この層流状態のニュートン流体に数百 ppm 程度の高分子を溶かすと、流れは乱流化する。希薄な高分子水溶液は非ニュートン流体である粘弾性流体としてふるまう。つまり粘弾性流体は低レイノルズ数で乱流化する(弾性乱流と呼ばれる)。これは 2000 年ごろに実験的に発見された粘弾性流体特有の乱流現象で

ある。

この弾性乱流の驚くべき点は、低  $Re$  数であるにもかかわらず乱流速度揺らぎの冪則的振舞いなどニュートン流体の高  $Re$  数乱流との共通点を複数持つことである。

このように逆説的な性質をもつ弾性乱流が高  $Re$  数乱流と類似の統計的則をなぜ示すのか？ また、両者の決定的な相違点はどこにあるのか？ という点が興味を持たれていた。言い換えると、弾性乱流には流体力学的な強い揺らぎの生成維持に関する新しい物理的機構があると予想されていた。

## 2. 研究の目的

弾性乱流の特性の鍵を握っているものは、粘弾性を生み出す原因となる高分子の伸び縮みが生み出す応力場であると考えられる。このような応力場を実験室実験で直接測定することは難しい。しかし、数値シミュレーションであれば、粘弾性応力場の時空間変化を直接追跡することが可能である。本研究の目的は、数値シミュレーションによって粘弾性応力場の振舞に注目し、弾性乱流の機構を明らかにすることである。

弾性乱流の定量的性質のうち、本研究が着目する点は以下の通りである：速度揺らぎのパワースペクトルがもつ冪則(特に冪則の指数を説明したい)、速度揺らぎおよび速度勾配の確率密度関数(PDF、実験では前者がガウス分布で、後者が非ガウス分布)の定量づけ、粘弾性応力場の特徴的な構造、渦度などにあらわれる特徴的な流れ構造。

また、弾性乱流発生の特徴として、低  $Re$  数と高ワイゼンベルク ( $Wi$ ) 数が知られている。後者は高分子伸縮の時間スケールが流れの時間スケールよりも大きいことを示す。本シミュレーションは実験と同様の  $Re$ ,  $Wi$  数の範囲で行う。

また、実験では円筒容器や曲った流路など、曲率をもった容器で弾性乱流の実験が行われており、この曲率が弾性乱流の発生維持にとって重要であると予想されている。そこで本研究では、実験と同様の曲率をもった容器内での粘弾性流体の数値シミュレーションを行い、実験と相補的な研究を行う。具体的には、実験がおこなわれた曲率あり容器のうち、蓋が回転する円筒容器と曲り流路を対象とする。

## 3. 研究の方法

本研究では粘弾性流体の流体方程式として、高  $Re$  乱流の抵抗軽減の文脈で多用されている、FENE-P モデルを採用する。この FENE-P モデルと非圧縮 Navier-Stokes 方程式が結合した 3 次元系の直接数値シミュレーションを、フーリエ・スペクトル法を用いて行う。フーリエ・スペクトル法は周期境界条件でのみ使用可能な数値シミュレーション手法であるが、本研究で対象とする複雑な境界条件への対応は、埋め込み境界法の一つである volume penalization (VP) 法と組み合わせることによって可能になることが知られている。本研究ではこの組み合わせを用いる。粘弾性流体の数値シミュレーションは、ニュートン流体のものと比較して複雑であるため、二段階にわけて研究を行った：(1) 周期境界条件における予備シミュレーション、(2) 曲率あり境界条件におけるシミュレーション。

### (1) 周期境界条件における予備シミュレーション

ョン

FENE-P モデルと非圧縮 Navier-Stokes 方程式が結合した系のシミュレーションプログラムを作成した。FENE-P モデルを初めとして、粘弾性流体の方程式は安易な離散化をおこなうと数値的に不安定になることが知られており、それを回避する展開法などが複数開発されている。こうした技法のうちコレスキー分解法として知られているものを実装する。その後、周期境界条件において強制系(外力つき Navier-Stokes 方程式)と減衰系(外力なし)の両方の場合での低  $Re$  数、高  $Wi$  数での予備的なシミュレーションを行う。この周期境界条件において発生した弾性乱流の特性について研究を行う。さらに実験で得られている結果との比較検討を行う。ここでは、弾性乱流が発生するために必要な FENE-P モデルの入力パラメータ(高分子最大長さ等)についての調査も行う。

### (2) 曲率あり境界条件におけるシミュレーション

単純な周期境界条件での予備シミュレーションを通じて、弾性乱流の発生に必要な解像度などが判明したのちに、VP 法を実装して曲率あり境界条件におけるシミュレーションを行って弾性乱流の特性について研究を行う。

## 4. 研究成果

### (1) 周期境界条件における予備シミュレーション

強制系でのシミュレーションでは、人工的ではあるが理論的に最も単純な外力としてシステムサイズ波長をもつ定常な空間正弦波を用いた(コルモゴロフ流)。コルモゴロフ流では、速度場および高分子構成テンソル場の定常解が FENE-P モデルの高分子最大長の逆数の級数展開の形で得られた。この定常解と低  $Re$ 、低  $Wi$  数の数値解の比較を行うことでシミュレーションプログラムの妥当性をチェックした。次に弾性乱流が発生する低  $Re$ 、高  $Wi$  数の範囲では、確かに非線型流が発生し、速度揺らぎのパワースペクトル(エネルギー Spektrum)が冪則(指数が  $-4$  と  $-5$  の間)であること、速度揺らぎの PDF がガウス的事であること、速度勾配の PDF が非ガウス的事であった。この場合に、粘弾性応力場に対応する高分子の長さの自乗(構造テンソルのトレース)の場をみると、外力起因の強い剪断のある場所で高分子が伸縮を繰返して、トレースがカスプ的な空間構造をとることが判明した。このカスプが速度場にキック的な構造を誘起することで冪的なパワースペク

トルが形成されるものと考えられる。図1にパワースペクトルと構造テンソルの一次元プロットを示す。

また、減衰系でのシミュレーションでは、太い渦管を一本配置した旋回流でおこなった。この場合でもコルモゴロフ流と同様の振舞が見られた。特に速度揺らぎのエネルギースペクトルの冪指数が  $-4$  であり、減衰はほぼ自己相似的であった。この場合、旋回のため流れは2次元化しており、指数  $-4$  はサブマンが渦度の衝撃波構造を仮定して2次元乱流のエネルギースペクトルとして予想したものと同等のものと考えられる。実際に流れ場には渦度場に衝撃波的な構造が出ている。また、指数だけでなくスペクトルのパリンストロフィー散逸率などの依存性もサブマンのものと同様であった。

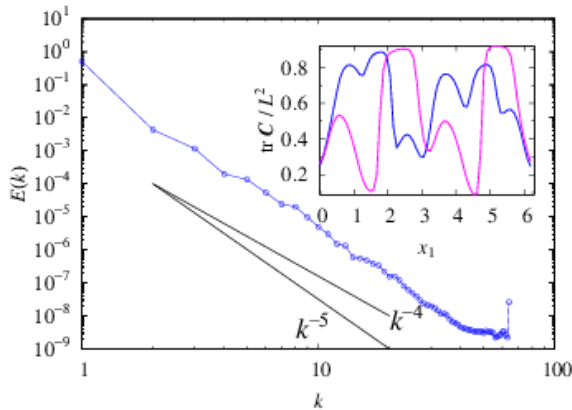


Figure 1 コルモゴロフ流における弾性乱流のエネルギースペクトル (速度揺らぎのみ)。冪的な振る舞いの指数は $-5$ に近い。内挿図は高分子構造テンソルのトレース。実空間における、 $x$  軸に平行な直線上でのプロット。異なる2時刻を示す。高分子の伸縮により、トレースはカスプ的な構造を持つ。

## (2) 曲率あり境界条件におけるシミュレーション

VP 法をスペクトル法と共に実装した。当初の目的であった曲り流路のシミュレーションは VP 法によって固体領域とみなされる領域が多く、計算資源の大幅な浪費になるためにシミュレーションからは除外せざるを得なかった。実験と同様の系として、蓋が回転する円筒容器 (カルマン旋回流) と、テイラークエット流のシミュレーションを行うこととした。粘弾性流体でない場合に低  $Re$  数の予備シミュレーションを行い、VP 法の入力パラメータ (透過率など) の決定を行い、良好な流れ場が得られた。特にテイラークエット

流の場合には解析解と一致をみた。

粘弾性流体の VP 法 + スペクトル法での計算においては、上記の(1)に基づいて、空間解像度 (格子点数)、時間刻み幅、および FENE-P モデルのモデルパラメータを設定し、流体の粘性値は実験のものと同様の値にした。しかしながら、 $Wi$  数を40まで上昇させたものの、シミュレーションでは乱れた流れが生じなかった。モデルパラメータなど可変可能なものを広範な範囲で変化させてみたものの、全て定常的な流れとなってしまった。この原因としては、埋め込み境界法である VP 法が境界付近で小さな時空間スケールの変動を制限し、過度に散逸させているものと考えられる。つまり、VP 法を用いる場合に弾性乱流発生のためには、(1)の場合と比べて非常に大きな時空間解像度が必要と考えられる。図2にスピナップ後の定常流の速度場を示す。流体場に攪乱をいれることも試みたが、いずれも同様の定常流に落ち着いてしまった。

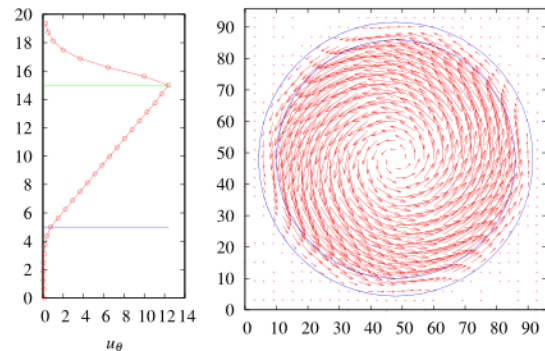
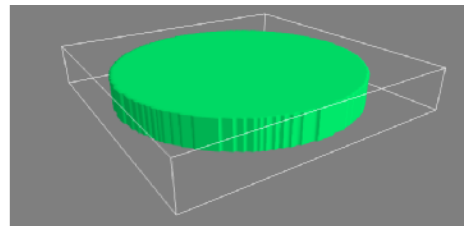


Figure 2 (上) volume penalization 法によるカルマンの旋回流。白い枠が周期箱を示し、緑色の部分が流体領域。(下左) 周方向速度を高さ方向について見た速度プロファイル。2本の水平線の間が流体領域。(下右) 箱の中間高さにおける速度ベクトルのプロット。青の円環領域が流体と個体領域の拡散した境界を示す。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

Kentaro Takagi and Takeshi Matsumoto, Numerical simulation of two-dimensional Faraday waves with phase-field modeling, Journal of Fluid Mechanics(査読有), vol. 686, 2011, pp. 409--425 DOI: 10.1017/jfm.2011.336

[学会発表] (計 7 件)

1. 松本剛、「曲率あり境界下での粘弾性乱流」、物理学会 2013 年年次大会、2013 年 3 月 26 日、広島大学
2. Takeshi Matsumoto, Stretching and compression dynamics in a turbulent viscoelastic fluid flow, IUTAM Symposium on Vortex Dynamics: Formation, Structure and Function, 2013 年 3 月 13 日、九州大学
3. Takeshi Matsumoto, Low Reynolds number turbulence in a viscoelastic fluid, CCMT seminar, 2013 年 2 月 6 日, Indian Institute of Science, India
4. 松本剛、「粘弾性流体の低レイノルズ乱流」、平成 24 年度数学・数理科学と諸科学・産業との連携研究ワークショップ、2013 年 1 月 24 日、京都大学
5. Takeshi Matsumoto, Low Reynolds number turbulence in a viscoelastic fluid, Vortex Theory Now, 2012 年 10 月 5 日、大阪大学
6. 松本剛、「弾性乱流の乱流特性」、物理学会 2012 年秋季大会、2012 年 9 月 19 日、横浜国立大学
7. 松本剛、「粘弾性乱流の数値シミュレーション」、物理学会 2012 年年次大会、2012 年 3 月 27 日、関西学院大学

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

松本 剛 (MATSUMOTO TAKESHI )  
京都大学・大学院理学研究科・助教  
研究者番号：20346076

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：