

機関番号：32660

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23760391

研究課題名(和文)位相空間上における動的システムの安定性解析

研究課題名(英文)Stability Analysis of Dynamical Systems on Topological Spaces

研究代表者

中村 奈美(Nakamura, Nami)

東京理科大学・理工学部・研究員

研究者番号：30452527

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：多様体上の非線形システムに対して，Lagrange安定性と入力状態安定性を定義した．さらに，連続正定プロパー関数を用いて安定であるための必要十分条件を明らかにした．また，車両型移動ロボットの障害物回避問題に対して，ISS制御Lyapunov関数および入力状態安定化制御則を設計した．提案した制御則の有効性をコンピュータシミュレーションによって確認した．多様体上の一般的な非線形システムに対して，サンプル入力状態安定化制御問題則を提案した．

研究成果の概要(英文)：We have defined Lagrange stability and input-to-state stability for nonlinear systems on manifolds. Furthermore, we have presented necessary and sufficient conditions for stability by using continuous positive definite proper functions. We have designed an ISS-control Lyapunov function and an input-to-state stabilizing controller for an obstacle avoidance problem of a mobile robot. Then, we have confirmed the effectiveness of the proposed controller by computer simulation. We have proposed a sample input-to-state stabilizing controller for general nonlinear systems on manifolds.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：位相空間 非線形システム 安定性解析

## 1. 研究開始当初の背景

従来の非線形制御理論は、多様体、特に可縮多様体とよばれる位相幾何学的に Euclid 空間と等価な空間上における制御理論として発展してきた。その一方で、非可縮多様体、すなわち Euclid 空間とは根本的に異なる空間上の制御問題は長年難問として知られてきた。ところが近年、最小射影法の開発により、従来の仮定を満たさないシステムに対しても統一的制御系設計手法の確立への道筋が見えてきた。

最小射影法は基本的には非可縮多様体上における制御系設計法である。最小射影法が開発されたことにより、非可縮多様体を含む位相空間上では安定性の定義に問題があることがわかってきた。これまで、Lyapunov 安定性や入力状態安定性など漸近安定性以外のほとんどの安定性は、ノルムや計量を使って定義されてきた。そのため、これらの安定性は空間の完備性と解軌道の初期値に関する連続性を要求する。ところが、最小射影法を使えば、非完備空間でも解の初期値連続性がないシステムに対しても簡単に制御系が設計できるというパラドックスが現れてきたのである。

たとえば、一つの障害物が置かれた平面上において車両を目標地点へ誘導する制御問題を考える。このような状態空間は典型的な非可縮非完備空間であるが、最小射影法を用いて簡単に制御 Lyapunov 関数を設計することができる。さらに、この制御 Lyapunov 関数を利用して解が初期値に関して連続性を持たないような大域的漸近安定化制御則を設計することができ、実機実験でも有効性が確認されている。これは、安定性のノルムや計量への依存性を明らかにしなければ非線形制御理論の発展はありえないことを意味している。

以上を踏まえ、本研究では位相空間上の動的システムの制御基礎理論の構築に取り組む。

## 2. 研究の目的

(1) 位相空間上の漸近安定性はコンパクト集合を使って定義されている。一方、Lyapunov 関数は連続正定プロパー関数である。これは、連続正定プロパー関数を使って位相空間上の漸近安定性が記述できる可能性があることを示唆している。そこで、本研究では漸近安定性と連続正定プロパー関数の関係性を明らかにする。また、Lyapunov 安定性や入力状態安定性などの安定性と連続正定プロパー関数の関係性も明らかにする。

(2) 外乱除去は制御問題における重要な設計目標である。Euclid 空間上のシステムに対してはロバスト性を保証する入力状態安定化制御則が提案されているが、一般の位相

空間上のシステムに対しては提案されていない。本研究では、位相空間上のシステムに対して入力状態安定化制御則を設計する。

(3) 移動ロボットの障害物回避制御問題は、典型的な非可縮非完備空間上の制御問題である。本研究では、このシステムに入力状態安定化制御則を適用することによって、位相空間上での安定性の議論がどのように役立つのかを視覚的に示す。

## 3. 研究の方法

(1) Euclid 空間上のシステムが漸近安定であるための必要十分条件は、Euclid ノルムを用いて記述されている。本研究では、位相空間上のシステムが漸近安定であるための必要十分条件を連続正定プロパー関数を用いて記述する。

(2) Euclid 空間上の入力状態安定性は、Euclid ノルムを用いて定義されている。本研究では、位相空間上の入力状態安定性を連続正定プロパー関数を用いて定義する。さらに ISS-Lyapunov 関数を定義し、ISS-Lyapunov 関数が存在するならばシステムは入力状態安定であることを示す。

(3) 移動ロボットの移動障害物回避問題に対して ISS 制御 Lyapunov 関数および入力状態安定化制御則を設計し、シミュレーションによって提案法の有効性を確認する。さらに、位相空間上の一般的な非線形システムに対して、入力状態安定化制御則を設計する。

## 4. 研究成果

(1) Euclid 空間上の非線形システムに対する Lagrange 安定性は Euclid ノルムを用いて定義されている。本研究では、これを拡張し、なめらかな多様体上の Lagrange 安定性をコンパクト集合を用いて定義した。さらに、位相空間上のシステムが Lyapunov 安定・Lagrange 安定・漸近安定であるための必要十分条件を連続正定プロパー関数を用いて記述した。得られた結果は Euclid 空間上のシステムに対する結果を完全に包含する。これにより、計量を用いず連続正定プロパー関数だけを使って安定性を表現できることがわかった。また、多様体上の入力状態安定性を定義する準備ができた。

(2) Euclid 空間上のシステムに対する入力状態安定性は、漸近安定であるための必要十分条件式に外乱入力項を付加した式を用いて定義されている。本研究では、同様にして、連続正定プロパー関数を用いて多様体上のシステムに対する入力状態安定性を定義した。また、ISS-Lyapunov 関数を定義し、ISS-Lyapunov 関数が存在するならばシステ

ムは入力状態安定であることを明らかにした。得られた結果は Euclid 空間上の結果を完全に含むだけでなく、Riemann 多様体上のサンプルアンドホールド解に対してプレコンパクト集合を用いて定義された入力状態安定性とも矛盾しない。これにより、多様体上で簡単に入力状態安定性を議論できるようになった。

(3) 車両型移動ロボットの障害物回避問題に対して、ISS 制御 Lyapunov 関数および入力状態安定化を保証する静的状態フィードバック制御則を設計した。さらにコンピュータシミュレーションによって提案した制御則の有効性を示した。外乱入力がない場合、状態は障害物を避けながら目標値に収束することが確認できた。また、外乱入力がある場合でも、入力状態安定性のおかげで、障害物にぶつかることなく目標値に近づいていくことが確認できた。このように入力状態安定性は外乱のもとでも状態が状態空間から飛び出さないことを保証するので、障害物にぶつかる恐れがなく、実装面でも有用と考えられる。

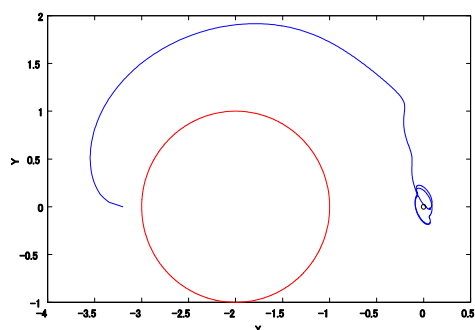


図1 入力状態安定化制御則を適用したときの状態の軌道(外乱あり)

(4) 車両型移動ロボットの障害物回避問題に対しては Caratheodory の解の存在を保証する制御則が設計できたが、一般に位相空間上の非線形システムに対して Caratheodory の解の存在を保証する制御則を設計することは困難である。位相空間上で微分方程式を考えるため測度に関する調査も行ったが、あまり有益な情報は得られなかった。そこで、サンプルアンドホールド解を考えることによって、多様体上の一般的な非線形システムに対する入力状態安定化制御問題則を設計した。

(5) マニピュレータや磁気浮上系に対して局所同次制御則を実装し、有効性を明らかにした。また、入力アファインシステムに対して、従来の局所同次安定化制御則と適応制御則を組み合わせて、適応局所同次安定化制御則を設計した。さらに提案した制御則を磁気浮上システムに適用し、有効性を示した。モデル化誤差がある場合も、状態が目標値に収束することが確認できた。

(6) 多層最小射影法を適用できる条件を緩和し、なめらかな多様体上で簡単に制御 Lyapunov 関数を設計できるようにした。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

Hisakazu Nakamura, Nami Nakamura, Multilayer minimum projection method with singular point assignment for nonsmooth control Lyapunov function design, Asian Journal of Control, 査読有, Vol. 15, No. 2, 2013, pp. 340-349, 10.1002/asjc.548

的場俊亮, 中村奈美, 中村文一, 秋場英之, 1 リンク機械システムに対する有限時間整定制御, 査読有, Vol. 48, No. 2, 2012, pp. 109-116, [https://www.jstage.jst.go.jp/article/sicetr/48/2/48\\_2\\_109/\\_article/-char/ja/](https://www.jstage.jst.go.jp/article/sicetr/48/2/48_2_109/_article/-char/ja/)

[学会発表](計8件)

中村奈美, 中村文一, 多様体上の非線形システムに対する入力状態安定化制御則, 第1回制御部門マルチシンポジウム, 2014年3月4日~7日, 東京都調布市

中村奈美, 中村文一, 移動ロボットの障害物回避制御問題に対する入力状態安定化制御, 第41回制御理論シンポジウム, 2012年09月18日~20日, 神奈川県三浦郡葉山町

Nami Nakamura, Hisakazu Nakamura, Stability analysis on manifolds via continuous positive definite proper functions, 20th Mediterranean Conference on Control and Automation, July 3-6, 2012, Barcelona, Spain

Hisakazu Nakamura, Nami Nakamura, Hitoshi Katayama, Adaptive locally homogeneous control of input affine nonlinear systems and its application to magnetic levitation system, 20th Mediterranean Conference on Control and Automation, July 3-6, 2012, Barcelona, Spain

西田 直貴, 的場 俊亮, 中村 文一, 中村奈美, 同次 P-PI 制御によるロボットマニピュレータの高精度制御, 計測自動制御学会第12回制御部門大会, 2012年3月

14日～16日、奈良県奈良市

中村奈美、中村文一、多様体上の入力状態安定性、第40回制御理論シンポジウム、2011年9月26日～28日、大阪府大阪市

Shunsuke Matoba, Nami Nakamura, Hisakazu Nakamura, Hirokazu Nishitani, Robust finite-time control of robot manipulators, 18th IFAC World Congress, August 28 - September 2, 2011, Milano, Italy

西田直貴、的場俊亮、中村文一、中村奈美、同次P-PI制御によるロボットマニピュレータの高精度制御、第55回システム制御情報学会研究発表講演会、2011年5月17日～19日、大阪府吹田市

〔その他〕

ホームページ等

東京理科大学 理工学部 電気電子情報工学科 中村研究室

<http://www.rs.tus.ac.jp/~nakamura/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

中村 奈美 (NAKAMURA, Nami)  
東京理科大学・理工学部・研究員  
研究者番号：30452527

### (2) 研究分担者

### (3) 連携研究者

山下 裕 (YAMASHITA, Yuh)  
北海道大学・情報科学研究科・教授  
研究者番号：90210426

中村 文一 (NAKAMURA, Hisakazu)  
東京理科大学・理工学部・講師  
研究者番号：70362837