

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 19 日現在

機関番号：33917

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2011～2012

課題番号：23800065

研究課題名（和文） 地震や台風等の大規模災害リスクの確率・統計的方法—保険学への貢献  
へ向けて研究課題名（英文） Statistical and stochastic methods toward the risk management of  
catastrophic disasters -- application of heavy tailed  
distributions to the insurance --

研究代表者

松井 宗也 (MATSUI MUNEYA)

南山大学・経営学部・准教授

研究者番号：70449031

研究成果の概要（和文）：

確率モデルの 1 つである、ポアソン・クラスター・モデルの拡張を考えた。そして拡張されたモデルから得られる確率過程に関して、過去のデータから将来の予測量とその予測誤差の計算する方法を与えた。これらの結果は、例えば損害保険における支払準備金の予測に応用することができる等の興味深い結果を含むものである。他に関連する研究結果を複数得た。それらの結果を次の形で発表した。学会発表計 3 回、査読有論文計 3 編、紀要 1 編。

研究成果の概要（英文）：

We extended the Poisson cluster process (model) and derived the predictors and their mean squared errors for the future values of the process based on the past observations. We obtained analytical expressions of these quantities in order to apply the method to e.g. the claims reversing problems in the non-life insurance. The result and other related results have been published in three peer-reviewed journals respectively.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：情報学

科研費の分科・細目：統計学基礎・統計科学

キーワード：ポアソン・クラスター・モデル, ポアソン過程, レヴィ過程, 損害保険, 予測

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 【社会的要請とその背景】人間はいつの時代にも、避けることの難しい災害リスク（地震、台風等）にさらされている。しかし、それらの災害に対し、相互扶助の考えのもと

に保険制度を発展させてきた。つまり被った損害を互いに補うという知恵を培ってきた。

(文献の第 3 章参照) そこでは起こり得る災害の頻度と規模の確率を求める、あるいは付随する損失を予想することが不可欠である。

そのための理論的方法（確率論や統計理論）も構築されている（後述）。ただし、その方法は主に欧米において発展してきたため、日本ではそれが十分に応用されているとは言いがたい。また近年、人間社会が高度化ないし複雑化するにつれて、災害による損失も多様化し、規模も年々大きくなっている。それらに現行の保険理論・制度は対応できているとは言えない。すなわち、時代や環境の変化に合わせて保険の理論・制度も見直し、改良する必要があるが、それが十分になされていない。それは日本のみならず、制度の発達した欧米においても同様である。このように、災害を主とする大規模なリスクに関する、保険制度改革の動きは、国内外を問わずますます高まっている。

（2）申請者はこれまで主に裾の厚い分布・データを研究してきた。（博士論文の題目は「裾の厚い分布の適合度検定」であり、学振PDの採択課題は「厚い裾や強い依存関係による特異性を持つモデルの統計的方法」である。）「裾が厚い」とは確率分布における裾確率が大きい、つまり極端な値の出現しやすい分布の特徴、ないしそういった分布から生成されるデータの特徴を表す。この裾の厚いデータは様々な学問分野で観測され、統計科学において重要でこれからも発展が期待される研究対象である。Web上の活動に付随するデータ、高頻度の金融データ、情報通信に関するデータなどは一般に裾が厚いデータとされている。ガイドブック的な論文集「A Practical Guide to Heavy tails」などの出版も相次ぎ、世界的にも注目を集めている。特に近年、災害、金融、保険等の分野でリスク管理が求められているが、リスク管理はしばしばデータの裾に注目して行われるため、ここでも裾の厚いデータの取り扱いが重要となる。

そこで、申請者はこの大きな研究テーマの一環として、今回大規模なリスクに焦点を絞って研究しようと考えた。その理由には、これまでの研究の発展的意味合い（後述）もあるが、以下の学術的な目的が主である。つまり、この分野では研究の進歩が著しいが、比較的新しい研究分野のため、また日々変化する人間社会を相手にしているため、不十分もしくは未整備な点が多く存在する。例えば、ごく最近観測された金融危機や大規模災害に対し、保険制度を含めた現行のリスク管理理論ないし体制が、必ずしもうまくいかなかったことを想起されたい。それゆえこの分野の更なる研究による発展は常に求められている。国内外の研究動向もこれらの危機を踏まえ、既存のモデルの改良や発展、あるいは全く新しいモデルの開拓へ向けた研究が盛んである。参考文献：竹内啓、偶然とは何か―その

積極的意味、岩波新書、2010。

## 2. 研究の目的

（1）ポアソン・クラスターモデル（以下PCMと略）を改良・拡張する研究を完了する。PCMにおいては用いられる確率過程（homogenousなポアソン過程やレヴィ過程）に定常増分性（時間における均質性）がある。これは災害や事故の季節性等を入れるための柔軟性がないことを意味する。また支払い過程の回数や総額は、時間が経つにつれ減少する傾向が見られるが、それも自由に表現できない。そこで現在、ポアソン過程をnon-homogenousなそれに拡張し、レヴィ過程を、それを含みかつより柔軟性のある加法過程に拡張したモデルを構築している。モデル拡張した分だけ得られる結果は制限されたものとなるが、PCMと同様に予測量をうまく構成できると予想している。

（2）PCMで対応するのが難しい問題（特に大規模災害リスクに関するもの）に関し、新しいモデルを構築する。PCMではモデルの確率要素に期待値が存在すれば予測量は構成できるが、分散が存在しないと予測誤差が評価できない問題があった。これでは裾の厚いデータを十分に表現できず、従って大規模な災害をうまく捉える事が出来ない。これに対しては、2乗誤差以外の誤差の評価（絶対値による誤差等）方法を考えている。またPCMでは複数のクレームが同時に到着することを許容しない。大規模な災害では多くの人々が同時にクレームを持ち込む場合が考えられるため、これは大きな欠陥となる。この問題に対しては現在クレームの同時到着を許すモデルを構築しているのでそれを完成する。

（3）PCMを含め構築したモデルを、統計的に簡単かつ効率よく処理する方法を考える。

## 3. 研究の方法（番号は「研究の目的」欄に対応していることに注意。）

（1）まずPCMを拡張してnon-homogenousなポアソン過程と加法過程を用いたモデル（EPCMと略す）の性質を調べる。特に統計量（期待値、分散、条件付き確率、特性関数等）の解析的表現が得られないか考える。その際、数学辞典等にある無限級数の形等を有効に利用する。（繰り返すが解析表現を得ることは非常に重要である。）その次に、最も重要な予測量と予測誤差に関しても、解析的な表現を得られるように工夫する。そこで鍵となるのが、予測量に対する現時点での情報の与え方である。損害保険では、IBNR効果（クレームが発生している時点（例えば災害や事故

が起こった時点)と保険会社への報告の時点のずれ)という現象が重要となる。何故なら災害の起こった時点ではクレームの発生が分かるが、被害総額がどの程度になるかは、時間を経てはじめて明らかになるからである。PCMで予測量を構成する際においても、現時点での情報をどう与えるかによって得られる表現が異なる。粗すぎる情報では解析的に表現できず、細かすぎると形が複雑になりすぎる。EPCMの予測量を構成する際にも同様なことが考えられる。また万が一、解析表現が得られなくても、シミュレーションの負荷を抑えるような工夫を考え、効率的に数値解を求める方法を構築する。

(2) 目的は大規模なリスクに対する数理モデルの構築であった。まずはPCMそれ自身を拡張することで、大規模リスクへの対応を考える。研究目的で述べたように2つの方向性が考えられる。1つ目は支払い過程に、極端な値の出現しやすいような確率過程を与えるという方法が考えられる。まさに申請者の研究してきた「裾の厚い」分布を持つ確率過程を利用するものである。もう1つは、クレームの同時到着を許すモデルである。PCMでは各クレームに対し、支払い過程は1つであった。大規模な災害へ対応できるように、クレーム毎に複数の支払い過程が始まるモデルを考える。そしてこの2つの拡張されたモデルでも、予測と誤差の解析表現が求まらないか検討する。工夫点は(1)と類似する部分も多いが、異なる部分があるのでそれを述べておく。PCMモデルやEPCMでは2次モーメントを仮定したが、ここではそれを仮定しない。一般的に裾の厚い分布を扱うためである。すると2乗誤差を用いて予測誤差を評価できず、予測量の比較には他の尺度を用いる必要がある。方法として $\alpha$ 次モーメント $0 < \alpha < 2$ を用いるものが考えられる。ただし解析的に誤差を評価するのは難しいことが予想される。しかしまずは、確率分布を適切に選択することで誤差の解析表現を試みる。それがうまく行かなければ数値計算になるが、計算負荷が軽くなるよう工夫をする。

(3) 既に構築したPCMにおいては、部分的にはあるが、数値実験やデータ解析に向けた方法を提案している。それには、予測量の効率的な数値計算アルゴリズムも含まれている。しかし、まだそれをプログラミング言語に実装していないため、まずこれを行いたい。順番としては以下ようになる。1. モデルに仮定されているパラメータをデータから推定する方法を実装する。2. 推定値が確定したモデルへ、実データを代入して予測値を求める方法を実装する。繰り返すがデータ数が数千のオーダーとなるので、効率的な

プログラミングを行わないと時間がかかりすぎて実用には使えないものとなる。3. 実際のデータを当てはめてみて、モデルのデータへの適合度を検定する。最後の3は重要で、データに誤ったモデルを当てはめてしまったら、正確な予測は難しい。適合度検定に関しては、申請者の博士論文での経験を生かす。(1)と(2)で考えたモデルに関しても同様に実用に向けた研究を進める。その際に(2)では裾の厚い分布の取り扱いが重要になるので注意を払う。

4. 研究成果 (番号は「研究の目的」欄に対応していることに注意。)

(1) PCMを拡張して non-homogenous なポアソン過程と加法過程を用いたモデル(EPCMと略す)の性質を調べた。まず EPCM 過程が研究目的にとって都合が良いように、加法過程(ジャンプを持つ部分のみの加法過程を用いる等)とポアソン過程(平均を表す速度が密度を持つ等)にいくつか条件を指定した。その条件のもとでは、確率過程の特性を表す値(期待値、分散、条件付き確率、特性関数等)の(積分を含む形ではあるが)明示的な表現が得られた。

予測量と予測誤差に関しては、PCMのそれで用いた方法の拡張を考え、数値的に簡単な計算アルゴリズムを得た。まともに計算すると複雑な数値積分と過去のデータの総数回の数値微分を計算しなくてはならない。これらの困難を複数の繰り返し計算を用いて回避するというアイデアを用いたものである。方法そのものは確立したものの数値実験が間に合わず、現在複数のソフトウェア(主なものは mathematica と R)を用いて数値実験を行っている。完成次第、実験結果を論文にまとめ投稿しようと考えている。(EPCMのうちで、クレームの到着時間と支払い開始時刻にずれが見られるものに関しては、用いる過去の情報を変えることで、予測量と予測誤差に関し解析的な結果が得られた。よって数値実験は不要であることに注意が必要である。)

結果的に一番初めに考えたモデルとその予測量(Matsui and Mikosch (2010)参照: アルゴリズムのみの提案で数値実験はなし。)に関するものと同程度の良い結果が得られた。しかしながら今回はその拡張ということで、論文にまとめるためには数値実験を行う必要がある。それに時間がかかってしまい現在も研究を続けている。(なおこの研究は現在、科研費研究種目「若手研究(B)」の助成を受けている。)

(2) 拡張されたクレームの同時到着を許すモデルの性質を明らかにした。(1)と同じく統計量(期待値、分散、条件付き確率等)

の解析的表現を得た。これらに関しては多少複雑になるものの先行研究の単なる応用で解決できた。予測量と予測誤差に関しては、技術的に難しい高次の数値微分を、繰り返し計算を用いて帰納的に導くアルゴリズムを考えた。ここでも EPCM と同様に、クレームの到着時間と支払い開始時刻にずれが見られるものに関しては、用いる過去の情報を変えることで、予測量と予測誤差に関し解析的な表現を得た。よって数値実験は不要である。つまりクレームの同時到着を許すモデルでも、(1)の場合と同じく、Matsui and Mikosch (2010) で得られたものと同様の結果を導いた。ただし、モデルが複雑になった分、多くの数値積分の計算が残った。また方法もより複雑化した。そして 23 年度に結果を雑誌に投稿したが却下された。そこで 24 年度に論文の内容に対して、より効率的に支払総額を計算する方法を考え出しその方法を付け加えた。内容は支払総額の予測量の計算には数値積分が数回のみ必要で、その他の計算は再帰的なアルゴリズムで効率的に行えるというものである。そして論文を再投稿した結果、論文掲載に至った。(発表論文②) アルゴリズムがうまく機能していることを示す数値実験結果も論文に掲載した。

PCM の支払い過程に、極端な値の出現しやすい確率過程を与えたモデルに関しては、まず一般の分布での  $\alpha$  次モーメント ( $0 < \alpha < 2$ ) の計算方法の研究を行った(海外での共同研究)。それは特性関数をフラクショナル微分して絶対モーメントを求めるという方法である。いくつかの例に関しては、特殊関数を用いて解析的な表現を得ることができたが、多くの場合には数値計算が必要になりそうなことも分かった。今後本年度に得られた結果を論文にまとめる予定である。

(3) に関しては推定方法までは手が回らなかった。その原因はモデルの拡張の研究が思ったよりはかどらなかったことに加え、 $\alpha$  次モーメントの計算が予想外にうまくいったためにそちらを優先したためである。

しかし、研究に係る論文を他に学会誌に 3 編発表、学内的な紀要に 1 編発表することができた。以上で見えてきたように遅れた研究も多かったが、着々と成果を挙げていると言えよう。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① Matsui, M. Prediction in a Poisson cluster model with multiple cluster processes, SACT: Scandinavian

Actuarial Journal, 査読有, 掲載決定, 2013. doi.10.1080/03461238.2013.773938

- ② Matsui, M. and Shieh, N.-R., On the exponential process associated with a CARMA-type process, Stochastics An International Journal of Probability and Stochastic Processes, 査読有, 掲載決定, 2013. doi:10.1080/17442508.2012.65479

- ③ Matsui, M. and Shieh, N.-R., The Lamperti Transform of fractional Brownian motion and related self-similar Gaussian processes, Nanzan University Center for Management Studies, Working Paper, 査読無し, 1201, 2012, 1-18. <http://www.ic.nanzan-u.ac.jp/MCENTER/pdf/wp1201.pdf>

- ④ Behme, A. Maejima, M. Matsui, M. and Sakuma, N. Distributions of exponential integrals of independent increment processes related to generalized gamma convolutions, Bernoulli, 査読有, 4, 2012, 1172-1187. doi:10.3150/11-BEJ382

[学会発表] (計 3 件)

- ① Muneya Matsui, Prediction in a Poisson cluster model with multiple cluster, Seminar i anvendt matematik og statistic, 2012年3月23日, University of Copenhagen. Denmark

- ② 松井宗也, 自己相似ガウス過程の自己共分散関数の大小関係について, 共同研究集会「無限分解可能過程に関連する諸問題」, 2011年11月11日, 統計数理研究所.

- ③ Muneya Matsui, Prediction and extensions in the Poisson cluster model given in Matsui and Mikosch (2010), NCTS/TPE Seminar in Analysis/Probability/Applications, 2011年8月3日, National university of Taiwan. Taiwan.

## 6. 研究組織

(1) 研究代表者

松井 宗也 (MATSUI MUNEYA)  
南山大学・経営学部・准教授  
研究者番号: 70449031