

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月31日現在

機関番号：12608

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2011～2012

課題番号：23810007

研究課題名（和文）カーネル法と制御ポリシーを用いた中長期的投資戦略最適化

研究課題名（英文）An Optimal Medium- to Long-Term Investment Strategy Using Kernel Method and Control Policy

研究代表者

高野 祐一（TAKANO YUICHI）

東京工業大学・大学院社会理工学研究科・助教

研究者番号：40602959

研究成果の概要（和文）：本研究では、中長期的な資金運用を想定し、非線形の制御関数を利用して計画期間の途中でのリバランス（投資の組み換え）を動的に決定する問題に取り組んだ。本研究では、非線形データ解析の手法であるカーネル法を利用して問題を求解可能な形式（凸2次最適化問題）として定式化した。また、固有値分解に基づく次元縮約によって問題サイズを縮小する方法も提案し、計算実験によって提案投資戦略の運用成績と問題サイズ縮小法の有効性を検証した。

研究成果の概要（英文）：The present study utilized nonlinear control policies to dynamically rebalance the portfolio for medium- to long-term asset allocation. By using the kernel method which is a class of algorithm for nonlinear data analysis, the problem can be reduced to a convex quadratic optimization problem. Moreover, a dimensionality reduction technique based on eigenvalue decomposition was also developed to reduce the problem size. Numerical experiments were conducted to assess the investment performance of the strategy established by this study and the effectiveness of the dimensionality reduction technique.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2012年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度		0	0
年度			0
年度			0
総計	2,000,000	600,000	2,600,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：社会システム工学・安全システム

キーワード：動的資産運用、数理最適化、制御関数、カーネル法、次元縮約

1. 研究開始当初の背景

ポートフォリオ最適化問題とは「低リスク」と「高リターン」を目標として、各金融資産への投資比率などの投資決定を行なう問題である。本研究では、中長期的な資金運用を想定し、計画期間の途中でのリバランス（投資の組み替え）を含めて投資決定を行なう「多期間ポートフォリオ最適化問題」に取り組む。

資金運用では、一定期間ごとに投資を見直してリバランスを行なうことが一般的である。申請者はシミュレーション型多期間確率計画モデルをベースにして、コンスタント・リバランス戦略に基づく多期間ポートフォリオ最適化の研究に取り組んできた（Takano&Gotoh, APFM 2011; Takano&Sotirov, MET 2012）。コンスタント・リバランス戦略は実務で広く受け入れられている投資戦略であり、理論的にも良い性質を持つ。しかし数値実験の結果、確率制御モデルの方が良好な運用成績を得られるということが報告されており（Fleten et al., EJOR 2002）、本研究では確率制御モデルの特徴である制御関数に着目する。

制御関数とは「投資決定を表す関数」と説明できる。「投資決定を表す関数」を最適化する制御関数最適化は投資戦略の最適化と見なすこともでき、投資額や投資比率そのものを最適化する場合には不可能な「将来時点の情報に応じた動的な投資決定」を可能とする。しかし、一般の関数の中で最適な関数を求めるということは無限次元の最適化問題に帰着され、求解は非常に困難である。そのため、先行研究では制御関数を線形関数に制限した問題を解くことが提案されている（Calafiore, SICON. 2009 など）。

2. 研究の目的

上述の研究背景に基づき、本研究では、線形関数などの制限を設けずに、制御関数を一般の関数の中で最適化するための定式化と解法を提案する。そして、この目的を達成するために、主に機械学習の分野で利用される手法であるカーネル法を利用する。カーネル法は非線形データ解析のための手法であり、「既存の線形手法の枠組み・計算方法で、高度に非線形なデータを学習すること」を可能とする方法である。このカーネル法を応用すれば、高度に非線形な関数として表されるような制御関数でも、既存の計算手法の枠組みで最適化することが可能である。

3. 研究の方法

(1) 制御関数を用いたシミュレーション型多期間確率計画モデルの定式化

多期間ポートフォリオ最適化のモデルとしては、シナリオ・ツリー型やシミュレーション型の多期間確率計画モデルが近年の研究の主流と言える。しかし、

- ・シナリオ・ツリー型モデルは計画期間を増やすにつれて問題の規模が指数的に増大する

- ・シミュレーション型モデルの方が、金融資産収益率の不確実性を詳細に表現できる

（枇々木, 朝倉書店 2001）

などの点から、本研究ではシミュレーション型モデルを利用する。そして、先行研究

（Calafiore, SICON. 2009）を参考に、制御関数を「対象時点までの各金融資産の各期の収益率」を入力し、「対象時点のリバランス額」を出力する関数として定式化する。

(2) カーネル法の利用とリプレゼンター定理の証明

カーネル法を利用できることを理論的に保証するための定理として、リプレゼンター定理（赤穂, 岩波書店 2008）がある。この定理を利用して、本研究で提案する制御関数最適化問題でもカーネル法の枠組みが利用できることを理論的に保証する。また、カーネル関数の代表的なものとしてガウスクーネル、多項式カーネルなどがあり、問題に合わせたカーネルを設計することも可能であるが、本研究では多くの先行研究でその有効性が実証されているガウスクーネルを利用する。

(3) 実用規模の最適化問題を解くための効率的解法の開発

高度に非線形な関数として表される制御関数の最適化でも、カーネル法を利用することで（比較的求解が容易な）凸2次最適化問題によって求解することが可能となる。シミュレーション型多期間確率計画モデルでは、シミュレーション経路によって金融資産収益率の不確実性を表現するが、シナリオ数

（シミュレーション経路数）が多い場合は問題規模が大きくなってしまい求解が困難になる。このため、本研究では

- ・L1 正則化を利用して、解くべき凸2次最適化問題を線形計画問題で近似する

- ・固有値分解に基づく次元縮小法により問題サイズを縮小する

といった効率的解法を構築する。

(4) 数値実験：提案投資戦略の運用成績と効率的解法の性能の検証

提案投資戦略の事後的な運用成績を検証するために、学習用シナリオと検証用シナリオを用意し、学習用シナリオで制御関数を最適化して検証用シナリオで運用成績を検証する。リターン、リスク、投資回転率など多

面的な視点から、(制御関数を利用しない)シミュレーション型多期間確率計画モデル、コンスタント・リバランス戦略、買い持ち戦略などと運用成績の比較を行なう。

また、提案する効率的解法の有効性も数値実験によって検証する。検証のポイントは、
・投資対象資産数、計画期間数、シナリオ数に対して計算時間がどのように変化するか
・得られた最適解が妥当なものであるかなどである。

4. 研究成果

(1) 2011 年度の研究成果

多期間ポートフォリオ最適化のための基本的なモデルである「シミュレーション型多期間確率計画モデル」に対して「投資決定を表す関数」である制御関数を導入することで、資産価格変化に対応して動的にリバランスを繰り返していく最適化モデルを定式化した。しかしながら、このモデルは非線形関数の最適化問題となるために求解は困難である。そこで本研究では、非線形データ解析のための手法であるカーネル法を利用して、求解が比較的容易な凸2次最適化問題に問題を変形した。さらに、大規模な問題を解くことを想定して、L1 ノルム正則化と呼ばれる手法を用いて最終的に提案モデルを線形最適化問題として定式化した。

本研究では実データからパラメータを推定し、ベクトル自己回帰モデルによって資産価格変動のシナリオを多数発生させて運用成績を検証した。検証の結果、「基本のシミュレーション型モデルと比較して、制御関数最適化モデルの運用成績が優れていること」、「非線形の制御関数を利用することで、特に高リターン重視の場合に運用成績を改善できること」などが分かった。

(2) 2012 年度の研究成果

2011 年度に実施した計算実験の結果、提案モデルは良好な運用成績を得られる可能性があることを確認したが、「小規模の問題であっても計算のために長い時間を要する」「過去データに過剰に適合してしまい事後的な運用成績が大きく悪化する」という問題点があった。

そこで 2012 年度は、固有値分解を利用した次元縮約によって問題サイズを縮小する方法を提案した。この方法では、情報量を維持しながら計算負荷を減少させることができ、ノイズ除去効果によって過剰適合を抑える効果も期待できる。

提案手法の有効性を検証するために米国市場の株価データを用いた計算実験を実施した。計算実験の結果、提案する問題サイズ縮小法は計算時間の削減、メモリ不足の回避

に有用であることを検証し、さらに事後的な運用成績を向上させる効果があることも確認できた。

(3) 得られた成果の特色と意義

本研究の特色として、「多期間ポートフォリオ最適化をベースにして、制御理論と機械学習理論を融合させた研究である」という点がある。それゆえ、数理最適化や金融工学分野のみならず、制御や機械学習の分野からも注目される研究になると考えている。

そして、実用の面では、機関投資家や個人投資家が本研究の成果を活用できるのはもちろんのこと、多額の損失が問題になることも多い年金の運用などでも有用である。なぜならば、年金の運用では高い利回りを求めた短期的・投機的な投資ではなく、長期的に安定した資金運用が求められていると考えられ、まさに多期間ポートフォリオ最適化の目指す方向性と合致していると言えるからである。

本研究は「有効な投資戦略の仕組みを解明し、年金運用で利用できるような安定した資金運用の枠組みを構築する」という申請者の研究目標の第一歩と言える。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① Y. Takano, N. Ishii and M. Muraki, A Sequential Competitive Bidding Strategy Considering Inaccurate Cost Estimates, OMEGA, The International Journal of Management Science, 査読有, 掲載決定済.
- ② N. Ishii, Y. Takano and M. Muraki, A Two-Step Bidding Price Decision Algorithm under Limited Man-Hours in EPC Projects, Proceedings of the 3rd International Conference on Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications, 査読有, 掲載決定済.
- ③ Y. Takano and R. Sotirov, A Polynomial Optimization Approach to Constant Rebalanced Portfolio Selection, Computational Optimization and Applications, 査読有, Vol.52, No.3, pp.645--666 (2012).
- ④ Y. Takano and J. Gotoh, A Nonlinear Control Policy Using Kernel Method for Dynamic Asset Allocation, Journal of the Operations Research Society of Japan, 査読有, Vol.54, No.4,

pp. 201--218 (2011).

〔学会発表〕(計14件)

- ① Y. Takano, A Cutting Plane Algorithm for Mean-CVaR Portfolio Optimization under Nonconvex Transaction Costs, The 26th EURO-INFORMS Joint International Conference, Sapienza University of Rome, Italy, July 1-4, 2013 (発表確定済).
- ② 高野祐一, 確率計画法とその応用, 「電力システムと最適化」ワークショップ, 東京大学 生産技術研究所, 3/28, 2013.
- ③ 高野祐一, カーネル法を利用した動的ポートフォリオ最適化, 日本OR学会 2013年春季研究発表会, 東京大学, 3/5-6, 2013.
- ④ 高野祐一, ノンパラメトリック項目反応理論のための数理最適化モデル, 日本OR学会 2013年春季研究発表会, 東京大学, 3/5-6, 2013.
- ⑤ 高野祐一, 非線形制御ポリシーを用いた動的ポートフォリオ最適化, 中之島ワークショップ「金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2012」, 大阪大学 金融・保険教育研究センター, 11/30-12/1, 2012.
- ⑥ Y. Takano, Control Policy Optimization for Dynamic Asset Allocation, INFORMS 2012 Annual Meeting, Phoenix Convention Center, U.S.A., October 14-17, 2012.
- ⑦ Y. Takano, Control Policy Optimization for Dynamic Asset Allocation by Using Kernel Principal Component Analysis, The 21th International Symposium of Mathematical Programming (ISMP), Berlin Institute of Technology, Germany, August 19-24, 2012.
- ⑧ 高野祐一, 動的資産配分のためのカーネル法を利用した非線形制御ポリシー, 日本OR学会 研究部会「確率最適化モデルとその応用」, 芝浦工業大学 SIT総合研究所 佃イノベーションスクエア, 7/14, 2012.
- ⑨ 高野祐一, 動的資産配分のためのカーネル法を利用した非線形制御ポリシー, 日本OR学会 2012年春季研究発表会, 防衛大学校, 3/27-28, 2012.
- ⑩ 高野祐一, 動的資産配分のためのカーネル法を利用した非線形制御ポリシー, 第36回ジャフィー大会, 筑波大学 東京キャンパス, 3/12-13, 2012.
- ⑪ 高野祐一, 動的資産配分のためのカーネル法を利用した非線形制御ポリシー, 日本OR学会 研究部会「計算と最適化の新展開 SCOPE」, 中央大学, 12/17, 2011.
- ⑫ Y. Takano, A Nonlinear Control Policy Using Kernel Method for Dynamic Asset Allocation, INFORMS 2011 Annual Meeting, Charlotte Convention Center, U.S.A., November 13-16, 2011.
- ⑬ 高野祐一, データ解析コンペと海外滞在のススメ, 日本OR学会 研究部会「OR横断若手の会 KSMAP」若手研究交流会, 琵琶湖コンファレンスセンター, 8/29-31, 2011.
- ⑭ 高野祐一, コンスタント・リバランス・ポートフォリオ選択問題に対する多項式最適化アプローチ, 最適化関連RIMS研究集会「最適化手法の深化と広がり」, 京都大学数理解析研究所, 7/21-22, 2011.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高野 祐一 (TAKANO YUICHI)
東京工業大学・大学院社会理工学研究科・
助教
研究者番号: 40602959

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし