

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 10 日現在

機関番号：14301

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2011～2012

課題番号：23840025

研究課題名（和文） 多重拘束マルチモーメント概念に基づくブラゾフコードの再構築と多階層乱流構造の解明

研究課題名（英文） Development of Vlasov code based on multi-moment scheme and its application to multi-scale turbulence

研究代表者

今寺 賢志 (IMADERA KENJI)

京都大学・大学院エネルギー科学研究科・助教

研究者番号：90607839

研究成果の概要（和文）：新たな数値計算手法として「多重拘束マルチモーメント法」を提案し、プラズマシミュレーションに適用することで、本手法が微細構造を高精度に再現可能であることを実証した。さらにその手法を用いて、磁場閉じ込め核融合プラズマ中の多階層間相互作用を詳細に解析し、磁気島と呼ばれるマクロスケールの構造がミクロスケールの乱流に与える影響や、外部から熱を過渡的に与えた場合に駆動されるメソスケールの電場構造を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：New numerical scheme named as the Multi-Moment (MM) scheme is proposed. We have applied it to plasma kinetic simulation and demonstrated that the MM scheme is capable of keeping fine scale structure in high accuracy. Based on the MM scheme, we have also investigated the multi-scale interaction in magnetized confined fusion plasmas. We found that the small magnetic island has a stabilizing effect on the ion temperature gradient (ITG) driven instability, whereas the separation of the rational surfaces caused by the large island destabilizes the ITG mode.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2011 年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2012 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,300,000	690,000	2,990,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：プラズマ科学

キーワード：プラズマ・核融合、ジャイロ運動論、Vlasov シミュレーション、乱流輸送、階層間相互作用

## 1. 研究開始当初の背景

核融合プラズマでは、急峻な温度勾配が自由エネルギー源となってミクロな乱流が発生し、閉じ込めを劣化させる一方、非線形効果による自己組織化過程を通して、マクロな渦構造や層流（帯状流）が生成され、閉じ込

めが改善される。このようなミクロとマクロが混在した多階層にわたる複雑な揺らぎの微細構造やダイナミクスが、現象を大きく左右する。宇宙・天体プラズマでも、銀河・星形成時における降着円盤内の乱流現象や粒子加速現象などで、同様の過程が重要な役

割を果たす。

このようなプラズマのダイナミクスをより正確に再現する方法として、6次元の位相空間に格子を設けて、速度分布関数を連続媒質として数値的に解く Vlasov シミュレーション (核融合プラズマでは、磁力線による巡回運動を平均化した位相空間5次元ジャイロ運動論的 Vlasov シミュレーション) が世界的に広く用いられている。Vlasov シミュレーションは、粒子シミュレーションに比べて数値ノイズが低い反面、高次元の位相空間を直接扱うため、格子点数が膨大となり、位相空間の微細構造を保持したシミュレーションは容易ではない。特に、位相空間の微細渦構造やセパトリックス近傍での引き伸ばしや畳み込みが、数値散逸 (数値エントロピー) を増大させる要因となり、高精度シミュレーションや多階層シミュレーションを行う上で大きな障害となっている。

そのような Vlasov シミュレーションの数値計算手法として、これまでの歴史では、有限差分法や有限体積法を基礎とした解法が広く用いられてきた。それらは、空間微分や数値流束を評価する上で、物理的意味とは独立に、離散化したグリッド値をいかに「滑らか」に結ぶかを第一義の拘束条件としている。一方、本研究代表者である今寺は、グリッド値に加えて、物理的意味を持つグリッド間の面積値も追跡する保存型 IDO (Interpolated Differential Operator) 法が数値流体力学分野で報告されたことを受け、これを Vlasov シミュレーションに適用し、この手法が位相空間の微細構造を捉える上で有用であることを示した。この結果から今寺は、数値計算で高精度を得るためには、グリッド値を「滑らか」に結ぶことが第一義ではなく、支配方程式に基づいて物理的に意味のある拘束条件の下で離散化を行うことが本質的であるとの着想に至った。

## 2. 研究の目的

この着想に基づいて、本研究では「多重拘束マルチモーメント概念」を新しく提案した。この概念では、複数の物理モーメント値を参照することで精度を確保し (図 1)、更にそれらを支配方程式のモーメントに沿って独立に時間積分することで、物理的に意味のある多重の拘束条件を課している。

この有用性を検証するため、2次元鍵型分布の剛体回転を 100 周行った結果を、3次風上差分法、保存型 IDO 法と比較して図 2 に示す。3次風上差分法の 16 分の 1、保存型 IDO 法の 4 分の 1 のメッシュ数しか用いていないにも関わらず、100 周後も初期の構造が高精度で捉えられていることがわかる。この結果は、今寺のオリジナルの着想である「多重拘束マルチモーメント概念」が、微細構造の再

現に優れ、新たな数値計算手法の概念を開拓するものであることを示唆している。

この概念に基づいて、これまで開発してきたジャイロ運動論的 Vlasov コードを再構築することで、外部からのエネルギーの入出力を含む核融合プラズマの多階層乱流シミュレーションをこれまでにない高精度で実現し、核融合シミュレーション研究の新たな展開を切り開くことが本研究の目的である。

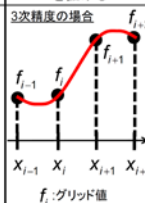
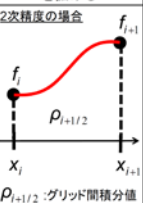
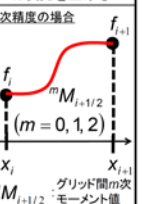
	従来の差分概念	保存型IDO法の概念	多重拘束マルチモーメント概念
独立変数	グリッド値のみ	グリッド値とグリッド間積分値	グリッド値とグリッド間モーメント値
精度の向上	参照する区間を拡げる	参照する区間を拡げる	参照するモーメントの次元を上げる
急峻な構造の捕捉	3次精度の場合 	2次精度の場合 	4次精度の場合 

図 1: 従来の離散化概念と多重拘束マルチモーメント概念の特徴



図 2: 2次元剛体回転問題における3種の数値計算手法の比較

## 3. 研究の方法

本研究ではまず、多重拘束マルチモーメント法 (MM 法) の数値特性を簡単な系を用いて検証した後、MM 法によるジャイロ運動論的 Vlasov コードの再構築を行う。次に、そのコードを用いて、開放系プラズマ乱流シミュレーション、MHD-イオン系乱流の多階層プラズマ乱流シミュレーションを行い、温度分布の緩和過程やその硬直化、及びその際の帯状流の役割を中心とした解析を行う。全体方針としては、今寺が開発した既存のコードや先行研究と逐次比較を行いながら、再帰的

にコードやモデルの検証を行い、その妥当性に関する考察を十分に行うことで、着実に研究を推進する。

#### 4. 研究成果

本研究ではまず、多重拘束マルチモーメント法を位相空間2次元 Vlasov シミュレーションに適用し、二流体不安定性のベンチマークテストを行うことで、その有効性を検証した。図3は、(a)保存型 IDO 法、および(b)マルチモーメント法を用いて得られた、位相空間における分布関数のコンター図を示している。保存型 IDO 法のケースでは倍のメッシュ数を用いているにも関わらず、マルチモーメント法の方が、セパトリックス近傍での引き伸ばしや畳み込みに伴って生じた分布関数の微細構造をより捕捉していることがわかった。

図4は、そのときの静電エネルギーの時間発展を示している。 $N_v = 2048$  のメッシュ数で保存型 IDO 法を用いて得られた静電エネルギーの振動周期が、 $N_v = 1024$  のメッシュ数でマルチモーメント法を用いて得られたそれと一致していることがわかった。これは、マルチモーメント法を用いた場合に、より少ないメッシュ数で、非線形過程に伴う振動周期を正しく追跡できることを示唆している。

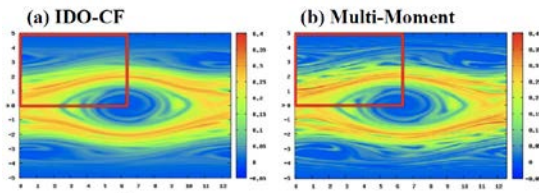


図3: 二流体不安定性の飽和から十分時間経過後における分布関数の位相空間分布。(a)保存型 IDO 法( $N_v=2048$ ), (b)マルチモーメント法( $N_v=1024$ )

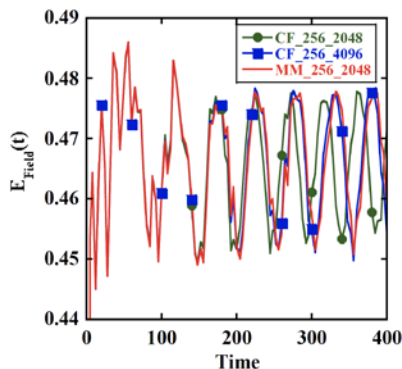


図4: 二流体不安定性による静電エネルギーの時間発展。(緑)保存型 IDO 法( $N_v=2048$ ), (青)保存型 IDO 法( $N_v=4096$ ), (赤)マルチモーメント法( $N_v=2048$ )

次に、本コードを用いて、磁気島とイオン系乱流の相互作用に関する解析を行った。磁場閉じ込め核融合プラズマでは、MHD 不安定性の結果、イオンジャイロ半径の数10倍程度の巨視的な磁気島が形成される一方、温度勾配を駆動源としたイオンジャイロ半径程度の微視的なイオン温度勾配(ITG)不安定モードが発生する。これまで、これら異なったスケールの揺らぎの相互作用について、流体モデルに基づいて解析を行い、磁気島駆動の新しい ITG モード(M-ITG モード)が見出されている。本研究では、これらの多階層相互作用の解析を、有限ラーマー半径効果(FLR)やランダウ減衰などを取り入れたジャイロ運動論モデルに基づいた解析に発展させるとともに、運動論的モデルではじめて出現する  $k_y \rho_i > 1$  の短波長 ITG モードを取り入れた系に拡張して詳細な解析を行った。

図5は、各磁気島幅に対する ITG モードの成長率のポロイダル波数依存性を示している。磁気島によるモード間結合の結果、有限な磁気島幅では異なる波数の成長率が等しくなり、モード間結合を通して、低波数から高波数にエネルギーが輸送して散逸(FLR とランダウ減衰)した結果、全体の成長率は減少する( $w=6,12$ )。一方で、流体モデルでの結果と比較すると、その減少は小さく、さらに、磁気島が十分大きい場合( $w=18$ )、逆に不安定化されることが確認された。図6は、図5の各磁気島幅に対応するエネルギースペクトルを示している。この結果から、磁気島幅が大きい場合は、短波長 ITG モードが不安定化に寄与しているが分かる。これは、磁気島が増大するとそれに伴って新たな有理面が形成されることが分かっているが、モード幅が狭い短波長 ITG モードがその影響をより強く受けるためと考えられる。

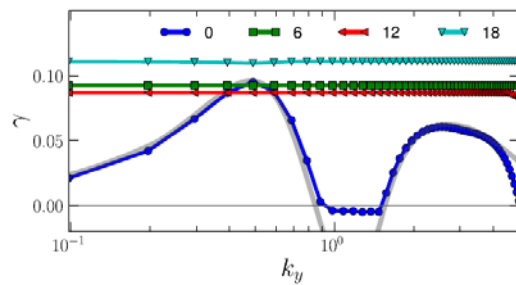


図5: 異なった磁気島の幅に対する ITG モードの各波数  $k_y$  に対応した成長率。(青) $w=0$ , (緑) $w=6$ , (赤) $w=12$ , (水) $w=18$

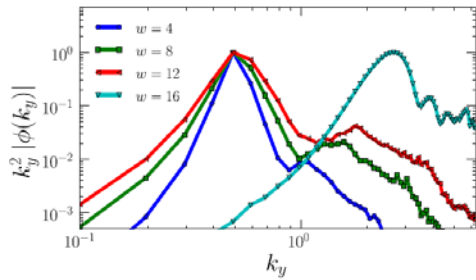


図 6: 規格化された静電ポテンシャルのエネルギースペクトラム。(青) $w=0$ , (緑) $w=6$ , (赤) $w=12$ , (水) $w=18$

さらに、熱源と粒子衝突の効果を考慮することで、非局所・非拡散的な輸送が支配的となる熱源駆動型の乱流シミュレーションを行い、外部からの熱の入力値を変化させた場合の乱流の応答について解析した。

図 7 は熱流束の空間-時間発展を示しており、熱源がない領域において、雪崩的な輸送現象が支配的となり、イオン温度分布が  $L_{Ti} \sim 60\rho_{Ti}$  近傍で大域的に拘束されることが明らかとなった。また、熱源からの入力値を大きくすると、乱流輸送は比例して増加するにも関わらず、温度分布は臨界勾配近傍から大きく変化せず ( $Q_{turb} \times 4 \rightarrow T_i + 25\%$ )、分布の硬直化が起きることが確認された。乱流輸送の増加は、温度揺動と静電ポテンシャル揺動の振幅が共に増加した結果であり、位相は熱の入力値に大きく拠らない。一方で、入力値を増加させるにつれて正規分布から外れた非散逸成分が支配的となり、乱流輸送の特性が質的に変化することが確認された。

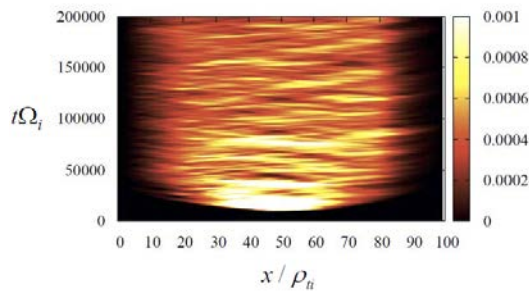


図 7: 熱源駆動型の乱流シミュレーションにおける熱流束の空間-時間発展分布

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 4 件)

1. Paul P. Hilscher, Kenji Imadera, Jiquan Li and Yasuaki Kishimoto, "Gyrokinetic Simulations of Short-Wavelength ITG Instability in the Presence of a Static Magnetic Island", Plasma and Fusion Research, 8, 2403040 (2013), with referee.

2. Takafumi Kawano, Kenji Imadera, Jiquan Li and Yasuaki Kishimoto, "Numerical Method for Eulerian Vlasov simulation based on the multi-moment scheme", Plasma and Fusion Research, 6, 2401097 (2011), with referee, [http://www.jspf.or.jp/PFR/PDF/pfr2011\\_06-2401097.pdf](http://www.jspf.or.jp/PFR/PDF/pfr2011_06-2401097.pdf)
3. Sho Miyata, Jiquan Li, Kenji Imadera and Yasuaki Kishimoto, "Gyrofluid Simulation of Slab ITG Turbulence in Plasmas Including Pressure Profile Corrugation", Plasma and Fusion Research, 6, 2403113 (2011), with referee, [http://www.jspf.or.jp/PFR/PDF/pfr2011\\_06-2403113.pdf](http://www.jspf.or.jp/PFR/PDF/pfr2011_06-2403113.pdf)
4. Jiquan Li, Kenji Imadera, Paul P. Hilscher, Yasuaki Kishimoto and Zheng-Xiong Wang, "Multi-scale Turbulence Simulation in Magnetic Fusion Plasma", Progress in Nuclear Science and Technology, 2, 64 (2011), with referee, <http://www.aesj.or.jp/publication/pnst002/data/064-071.pdf>

[学会発表] (計 21 件)

[その他]

ホームページ

<http://www.center.iae.kyoto-u.ac.jp/kishi/>

## 6. 研究組織

(1)研究代表者

今寺 賢志 (IMADERA KENJI)

京都大学大学院 エネルギー科学研究科 助教

研究者番号: 90607839