

令和 6 年 9 月 28 日現在

機関番号： 9 9 9 9 9

研究種目： 奨励研究

研究期間： 2023 ~ 2023

課題番号： 2 3 H 0 5 3 9 6

研究課題名 数学的アプローチを用いた量子挿入 / 削除誤りの解明および量子誤り訂正符号の構成

研究代表者

柴山 太郎 (Shibayama, Taro)

海城中学高等学校・数学科専任教諭

交付決定額 (研究期間全体) : (直接経費) 460,000 円

研究成果の概要： 本研究では、既に知られていた 4 量子ビット挿入誤り訂正符号に対して新しい復号アルゴリズムを与えることで、その一般化を行い、まだ知られていない新たな挿入符号族を構成することに成功した。これらの符号はそれまで単一量子削除誤り訂正符号として知られており、本研究によって単一量子挿入誤りに対しても訂正可能であることが判明した。

さらに、ここで提案した新しい復号アルゴリズムをさらに一般化することで、量子挿入 / 削除誤りを訂正するための手続きを一般的に書き下すことが可能であることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

古典論における挿入 / 削除誤り訂正符号は1960年代から研究されており、特に挿入符号と削除符号の同値性が示されている。これに対し、量子論において同等の性質が成り立つかどうかは現在までに示されていない問題である。本研究では、既に知られている削除符号族に対して、挿入誤りに対する復号可能性を示した。この復号アルゴリズムの構成をさらに一般化することも可能であり、量子論における挿入符号と削除符号の同値性の問題に対する解決の糸口につながる可能性を示唆している。

研究分野： 量子誤り訂正

キーワード： 量子誤り訂正 挿入 / 削除符号 単一挿入誤り

1. 研究の目的

本研究の目的は主に以下の2項目を達成することである。これらはいずれも新規の知見であり、成功すれば量子情報理論の発展に寄与すると言える。

- ① まだ知られていない量子挿入／削除誤り訂正符号を構成すること
- ② 量子挿入誤りと量子削除誤りに対して、相互の関係性を明らかにすること

古典論における挿入／削除誤り訂正符号は1960年代から研究されており、特に挿入符号と削除符号の同値性が示されている。この事実は Levenshtein 距離の概念を用いて説明できる。これに対し、量子論において同等の性質が成り立つかどうかは現在までに示されていない問題である。上記①と上記②は、この問題に対する解決の糸口を見出すためのステップである。つまり、上記①に関して、既に知られている量子削除誤り訂正符号に対して、挿入誤りも訂正可能であるかどうかを調べることで、量子挿入符号と量子削除符号の同値性に関する真偽が判明する可能性があり、上記②に関して、そもそもまだよく知られていない量子挿入誤りや量子削除誤りの性質を詳しく調べることで、問題の解決のために重要である。

2. 研究成果

まず、2020年に研究代表者が提案した中山-萩原の削除誤り訂正条件を満たす置換不変量子符号の中で一番シンプルな例である4量子ビット符号を研究の題材に扱った。この4量子ビット符号に限っては、2021年に萩原によって単一挿入誤り訂正可能であることが証明されたが、その復号アルゴリズムは複雑であり、一般化が困難であると考えられていた。そこで、一般化しやすい新しい復号アルゴリズムを構成することを目標とした。

手始めとしては、1997年に Knill-Laflamme によって提案された誤り訂正条件の同値性の証明を精査し、その具体的な誤り訂正アルゴリズムの構造を理解した。それを4量子ビット符号と単一挿入誤りに対して考慮することで、復号アルゴリズムを構成することに成功した。この復号アルゴリズムには、中山-萩原の削除誤り訂正符号の構成とは違い、射影測定ではなく、測定演算子で表現される一般化測定を用いている。もちろん、量子力学の公理を前提とすれば一般化測定は射影測定で表すことが可能であるが、ここでは一般化測定を用いた方がシンプルな記述となる。この構成に関しては業績[2]に詳しく記述することで発表した。

さらに、4量子ビット符号の挿入誤りに対する新しい復号アルゴリズムを一般化することで、4以上のすべての長さに対する置換不変量子符号に対する復号アルゴリズムの構成にも成功した。これにより、中山-萩原の単一削除誤り訂正符号として知られている例はすべて単一挿入誤り訂正符号であることが判明した。この成果については業績[1]である査読付き論文誌にて発表した。

実際に挿入符号に対して復号アルゴリズムを構成していく中で、その構成は一般化可能であることが考えられる。結果的にその構成が既に適用されていた例として、2020年に研究代表者が提案した、中山-萩原の削除誤り訂正条件を満たす最適濃度量子符号に対して、挿入誤りに対する復号アルゴリズムを構成した2022年の研究代表者による論文がある。これは復号アルゴリズム自体がシンプル記述されるために良い構成であったわけだが、その良さが判明したのも、今回の研究に依るところであった。

また、量子誤り訂正の必要十分条件として広く知られている Knill-Laflamme 条件はユニタリ行列で表される誤りに対して適用される条件であるが、この条件が挿入／削除誤りに対しても必要十分条件であるかどうかは現在のところ不明である。しかし、今回研究対象として扱った量子符号に関しては少なくとも Knill-Laflamme による証明の流れがそのまま適用されており、これは一般化が可能であると考えられる。つまり、誤りの前後で粒子数が変化するような誤りに対しても Knill-Laflamme 条件は誤り訂正の必要十分条件になることが証明できる可能性がある。なお、これが真の命題であるならば、2020年の中山-萩原条件と2022年の柴山-萩原条件はいずれも必要十分条件に一般化することができ、さらに、それらが同値であることも証明される。

以上より、目的①は十分に達成されているし、目的②に対しても、研究は着実に進んだと考えられる。大きな目的である量子挿入符号と量子削除符号の同値性に関する真偽は不明のままであるが、その解決のために着実なステップを踏む研究成果を得られた。

[1] Taro Shibayama. A generalization of the four qubits single insertion error-correcting code. IEICE Communications Express, 13(4), pp.126-129, 2024. 査読有
DOI: 10.23919/comex.2023XBL0185

[2] Taro Shibayama. Decoder construction for the four-qubits insertion error-correcting code by measurement operators. 海城中学・高等学校 研究収録, 第48集, pp.65-73, 2024. 査読なし

主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 1件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 1件）

1．著者名 Shibayama Taro	4．巻 13
2．論文標題 A Generalization of the Four Qubits Single Insertion Error-Correcting Code	5．発行年 2024年
3．雑誌名 IEICE Communications Express	6．最初と最後の頁 126～129
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.23919/comex.2023XBL0185	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1．著者名 Shibayama Taro	4．巻 第48集
2．論文標題 Decoder construction for the four-cubits insertion error-correcting code by measurement operators	5．発行年 2024年
3．雑誌名 海城中学・高等学校 研究収録	6．最初と最後の頁 65～73
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

研究組織（研究協力者）

氏名	ローマ字氏名
----	--------