

科学研究費助成事業（基盤研究（S））公表用資料
〔平成27年度研究進捗評価用〕

平成24年度採択分
平成27年3月13日現在

流体现象のマクロ構造とメゾ構造解明のための解析理論の構築

Construction of mathematical theory to investigate
the macro structure and the meso structure of the fluid motion

課題番号：24224004

柴田 良弘 (SHIBATA YOSHIHIRO)

早稲田大学・理工学術院・教授



研究の概要 混相流をマクロレベルから記述するナビエ・ストークス方程式の自由境界問題の解析に新展開を与えるとともに、確率解析、大域幾何学および偏微分方程式の理論を駆使して混相流の支配方程式をメゾレベルから導出することを試みる。これにより複雑な多重スケールの混相流の現象をマクロとメゾの両面から理解するための解析理論を確立する。

研究分野：基礎解析学

キーワード：関数方程式，流体数学，確率解析，大域解析学，数値解析

1. 研究開始当初の背景

工学を始めとして気象学、海洋学、医学、生命科学などに現れる流れの解析は現代科学の重要な課題である。本研究は、その中でも特に流体機械の気泡による壊蝕問題などに関連する混相流の解析を主な対象とする。これらの問題を数学的に厳密に解くことは、流体数学の発展のみならず飛躍的に進歩している計算機能力と合わせて、流体工学を基盤とする多くの科学技術の進展にも深く寄与するものである。

2. 研究の目的

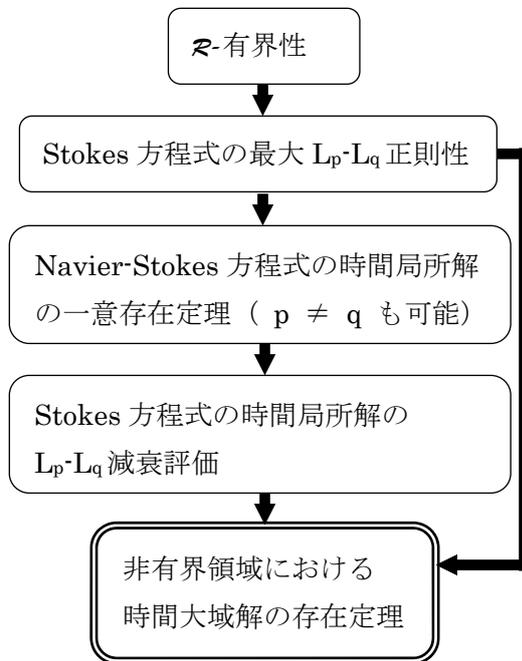
混相流の問題を厳密に解析する際に、そこに現れる多重スケール性が大きな障害となっている。そこで、本研究ではマクロレベルの記述であるナビエ・ストークス方程式の解析に新展開を与えるとともに、メゾレベルから新しい運動方程式を導出し、流体構造のマクロとメゾ両面の理解のための解析理論を確立することを目標とする。

3. 研究の方法

従来の研究方法に加え \mathcal{R} -有界性、最大 L_p - L_q 正則性、有限要素法などを導入することによって、非有界領域で自由境界を有するナビエ・ストークス方程式の初期値・境界値問題に対する解析に新展開を与える。また確率解析、大域幾何学、非線形偏微分方程式の専門家の共同研究により、メゾレベルの運動から確率項を本質的に含む粘性流体の運動方程式を導出し、それによって流体数学の解析に新しい知見を与える。

4. これまでの成果

マクロレベルでの流体数学研究では圧縮性または非圧縮性粘性流体の自由境界問題に対して時間局所解の一意存在を示した。研究の手順は下図に示す通りである。



具体的には

①表面張力が無い場合、一般領域で流速に関して時間 L_p 空間 L_q の最大正則性原理が成立する関数空間のクラスでの時間局所解の存在を示した。

- ②表面張力が無く初期領域が有界で、初期値が十分小さくかつ剛体運動に直交する場合に、時間大域的解の一意存在を示した。
- ③半空間からの摂動問題として、底なしで表面張力がある場合の海の表面の自由運動に関する問題について時間大域的解の一意存在を初期値が十分小さい場合に示した。
- ④圧縮性粘性流体の有界領域で **non-slip** 条件の場合に、時間 L_p 空間 L_q の最大正則性原理が成立する関数空間のクラスで時間大域的解の一意存在を示した。
- ⑤表面張力が無い場合、一般領域で流速に関して時間局所解の一意存在を示した。
- ⑥表面張力が無く初期領域が有界で初期値が十分小さくかつ剛体運動に直交する場合に、時間大域的解の一意存在を示した。

メゾレベルでの流体数学研究では、微小気泡が多数集まった気泡雲として振る舞うキャビテーション現象の解明に向けて、まず単一の微小気泡の運動を下図に示す手順に従って確率微分方程式によってモデル化した。また得られた方程式に基づき数値計算を行い精密な実験と比較して良好な結果を得た。



また解析的な結果としては

- ①単一気泡の運動を支配するレイリー・プレセット方程式に対してエネルギー関数を見出し、それに基づいて時間大域解の存在と漸近挙動の性質を明らかにした。
- ②確率項を導入したレイリー・プレセット方程式に対して大域解の存在と一意性を示すことに成功した。

5. 今後の計画

早稲田大学は 2014 年度より文科省のスーパーグローバル大学創生支援に採択され、数物系は柴田をリーダーとして拠点の一つとなった。ここでは流体数学の他に量子力学、生物物理、物性物理を新たに研究対象とする数学研究、モデリング、シミュレーションを研究組織に加え、分野横断的かつ国際的な大学院博士後期過程の教育・研究を行うとともに、上記の確率微分方程式の導出方法に基づき、特に生物物理や、物性に関する方程式の導出と実験観測との整合性を検討する予定である。

6. これまでの発表論文等 (受賞等も含む)

- [1] Y. Shibata, On some free boundary problem of the Navier-Stokes equations in the maximal L_p - L_q regularity class, J. Differential Equations, to appear.
 - [2] H. Saito, Y. Shibata, On decay properties of solutions to the Stokes equations with surface tension and gravity in the half space, J. Math. Soc. Japan, to appear.
 - [3] Y. Shibata, On the global well-posedness of some free boundary problem for a compressible barotropic viscous fluid flow, In the Contemporary Mathematics Series of the American Mathematical Society: Recent Advances in PDEs and Applications, to appear.
 - [4] Y. Shibata, On the R -boundedness for the two phase problem with phase transition: compressible-incompressible model problem, Funkcial. Ekvac., to appear.
 - [5] Y. Enomoto, L. von Below, Y. Shibata, On some free boundary problem for a compressible barotropic viscous fluid flow, Ann. Univ. Ferrara Sez. VII Sci. Mat., 60, pp. 55--89, 2014
 - [7] Y. Shibata, On the R -boundedness of solution operators for the Stokes equations with free boundary condition, Differential Integral Equations, 27, pp. 313--368, 2014
 - [8] T. Kubo, Y. Shibata, K. Soga, On the R -boundedness for the two phase problem: compressible-incompressible model problem, Boundary Value Problems 2014:141,
 - [9] Y. Enomoto, Y. Shibata, On the R -sectoriality and the initial boundary value problem for the viscous compressible fluid flow, Funkcial. Ekvac., 56, pp. 441--505, 2013
- ホームページ等
<http://www.fluid.sci.waseda.ac.jp/shibata/index.html>