

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 5 日現在

機関番号：16301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2012～2016

課題番号：24501058

研究課題名(和文)幾何教材としての和算・算額の研究

研究課題名(英文)Study on wasan and sangaku as geometric teaching materials

研究代表者

平田 浩一 (Hirata, Koichi)

愛媛大学・教育学部・教授

研究者番号：80173235

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：「和算」や「算額」という言葉が学習指導要領解説に新たに加わった。また、和算や算額についての学術的研究も日本数学史学会を中心に活発になされている。しかしながら、全国算数・数学教育研究大会などでの和算や算額に関する研究発表はごく僅かしかない。実際のところ、和算や算額を授業にどのように取りあげたらよいか分からないという教員が多い。本研究では、愛媛県内の算額を研究すると共に、和算や算額を効果的に授業に取り入れるための教材開発を行う。

研究成果の概要(英文)：The words "Wasan" and "Sangaku" are newly added to the commentary to the curriculum guidelines. And, academic research on wasan and sangaku has also been actively made, mainly by the Japan Mathematical History Society. However, there are only very few research presentations on mathematics education research conferences. As a matter of fact, there are many teachers who do not know how to deal with wasan or sangaku to their class. In this research, we study the sangaku in Ehime prefecture, and also develop teaching materials to effectively introduce wasan and sangaku into class.

研究分野：幾何学、幾何教育

キーワード：和算 算額 現代解 教材開発 アプリケーション 展示会

1. 研究開始当初の背景

平成 20 年度改定の学習指導要領解説のなかに、「江戸時代の和算や算額の問題など、数学に関する歴史的な事柄について調べたり、・・・、学習している内容の理解をより深めたりするためには、参考書や事典類ばかりでなく、情報通信ネットワークで検索することが有効である。」(中学校)、「数学史的な話題として、例えば、・・・、方程式に関する話題、和算に関する話題などを取り扱うことも考えられる。」(高等学校)、のように和算や算額についての記述が新たに加わった。

その和算や算額についての学術的研究は、日本数学史学会を中心に、活発になさなされている。平成 17 年からは毎年 8 月に、「全国和算研究大会」が開催され、全国から研究者・教育者が集まり、研究発表に加え博物館や算額見学のツアーも行っている。本研究の研究代表者は、平成 19 年に愛媛県松山市で開催された「第 3 回全国和算研究(松山)大会～和算を教育現場に～」において、その実行委員の一人として大会の運営に当たった。

このように和算・算額を学校教育の授業の中で取りあげようとする機運が高まりつつあるが、しかしながら、小学校・中学校・高等学校の教員の教育実践の研究発表の場である日本数学教育学会主催の全国算数・数学教育研究大会のこれまでの研究発表を調べてみると和算や算額を取りあげた研究発表はごく僅かしかない。実際のところ、和算・算額を授業で取りあげようと思っても、どのように取りあげたらよいか分からない、参考になる資料が少ないなど、教育現場に十分な情報が届いていないのが実情である。

2. 研究の目的

幾何教育の観点からは、和算・算額における図形問題は、多角形や円が互いに接し合い美しい幾何模様を構成していて、どれも魅力的な問題である。ただし、一步その計算問題の中に足を踏み入れると、膨大な計算力を必要とする問題が少なくない。そのため、中学校や高等学校で、地域の神社・仏閣に奉納されている算額を題材にして取りあげてみようかなどの安易な考えでは、うまくはいかない。教育課程の中でどの時点で、どのような和算教材が利用できるかを、調べ上げておく必要がある。

また、授業の中でどのような数学的な活動を展開して行くかについても、十分な検討が必要である。例えば、油分け算「一斗樽に油が一斗入っています。七升枀と三升枀を用いて、一斗桶と七升枀にそれぞれ五升ずつ分けなさい。」を例に挙げると、油を移動させて

五升を得るまでに、生徒に、樽から枀へ枀から枀へ油を移動させながら試行錯誤を繰り返す、その中から問題の本質を発見していく活動を取り入れる必要が出てくる。それにはどのような教材を用意すればよいか。そのところに一工夫も二工夫も必要になりそれが教員の負担になっている。

本研究では研究期間内に具体的には以下の 4 つの研究および活動を実施する。

- (1) 愛媛県に現存する算額についての数学的研究
- (2) 中学生・高校生の教育課程にフィットする精選された和算教材の開発
- (3) 和算学習の数学的活動を支援する教材アプリケーションの設計・開発
- (4) 動画等によるマルチメディア和算教材の製作と中高生向け教材展示会の定期的開催

また、本研究で得られた教材を利用することで、和算や算額を授業に導入する際の教員の負担を軽減すると共に、授業時の生徒の数学的活動を支援することを通して、生徒達の数学および数学の歴史さらには科学技術への興味関心を引き出すことを狙っている。

3. 研究の方法

本研究では、研究目的で述べた 4 つの研究・活動を実施する。その過程で作成する教材等は以下のものである。

- (a) 愛媛の算額の図形問題の現代解
- (b) 中学生・高校生の教育課程にフィットする和算・算額を題材とする幾何教材
- (c) 和算の歴史や算額について紹介する動画等を含むマルチメディア教材
- (d) 和算学習の数学的活動を支援する教材アプリケーション

研究(1)の実施には、研究分担者及び大学院生・卒業研究生らと定期的にセミナーを行いながら、研究を進める。算額の問題には膨大な計算力を必要とするものもあるため数式処理ソフトなども活用する。その成果(a)を書籍としてまとめる予定である。

研究(2)の実施には、日本数学史学会の佐藤健一先生・小寺裕先生・藤井康生先生などの研究者と緊密に連絡を取り合いながら、小寺裕先生などの研究を参考にし、教材開発を進める。その中で教材(b)の開発に当たっては、中・高生が学習する西洋を起源とする数学と江戸時代の日本の数学和算との相違点を注意深く取りあげる必要がある。和算では、三平方の定理や六斜術に代表される長さに関連する図形的性質を重視している反面、角の大小や三角比についてのアイデアをもっていない。そのことに起因する図形問題への

取組み方の違い、例えば和算における角度を用いなくて記述される円周角の定理・正弦定理・余弦定理などについて取りあげたい。また、教材(c)としては、庶民の数学書としての「塵劫記」、「和国知恵較」、「勘者御伽雙紙」が当時のベストセラーであったこと、遺題継承が和算を発展させたこと、算額奉納の習慣、関孝和の功績などを題材としてマルチメディア教材の製作を検討する。

研究(3)の教材アプリケーションとしては、これまでにWebブラウザで閲覧できる、Flashによる「油分け算」、「ひろいもの」、「鴛鴦」アプリなど、またJava Appletによる算木・算盤を使った江戸時代の計算方法を学習する「算木電卓」アプリを製作しホームページにて公開している。最近では、iPadやiPhoneなどのタブレットやスマートフォン用にiOSアプリとして「水のくみ量り」、「油分け算」を製作している。今後は、薬師算、さっさ立て、継子立て、盗人隠しなど、コンピュータアニメーションによる動きや音声を効果的に活かせるアプリケーション教材(d)の充実を図る。

研究(4)については、これまでに研究代表者と和算研究会とで行ってきた解説つき算額パネル展を更に充実させ、本研究で開発する教材(c)、(d)を積極的に活用した、和算・算額教材展示会として、近隣の中学校・高等学校さらに愛媛大学においても展示会を企画し、一般市民を含めて和算や・算額についての啓蒙活動を行う。また、中高生対象の公開講座や出張授業、和算問題チャレンジコンクールなど、様々な機会を利用し教材の普及を図る。

完成した教材は、愛媛和算研究会(浅山秀博会長、会員約50名)に所属する中学校と高等学校の先生を通じて実際の授業の中で利用していただき、現場からの声をもとに教材の改善を進めて行く。教材開発にあたっては研究協力者として大学院生に教材開発の補助として協力を願う予定である。

4. 研究成果

研究(1)の「愛媛県に現存する算額についての数学的研究」としては、論文4編「伊佐爾波神社の算額にみる江戸末期の和算」「山崎喜右衛門と栗林佐太郎の算額」「大西佐兵衛と小寫又兵衛の算額」「田中民部介と和田栄太郎の算額」を発表した。これらの論文の中では、花山金次郎・吉田茂兵衛・関家喜多次・山崎喜右衛門・栗林佐太郎・大西佐兵衛・小寫又兵衛・田中民部介・和田栄太郎の9名の算額の幾何問題について現代数学の立場からの研究を行い、その当時の解放との比較検討を行った。

また、この5年間の研究の集大成として、愛媛県内の算額39面についてその現代解研究の取りまとめを行った。その成果を、1冊の書籍としてまとめ『愛媛の算額研究～現代解法を通して～』として出版すべく原稿の作成を行い、現在校正段階で、近日中に出版予定である。

愛媛の算額研究を紹介する活動として、愛媛県内の高等学校の数学教員約140名に対して、「愛媛の和算と算額」と題して講演を行った。講演の中では「和算研究の現場」として、我々が和算や算額の図形問題の現代解の研究を行う際のポイントについて、わかりやすく説明を行った。また、平成28年8月20日(土)～21日(日)に第12回全国和算研究大会(愛媛大会)を愛媛和算研究会の主催で松山市道後のにぎたつ会館にて開催し、全国から約40名の和算研究者が参加した。会場には本研究で作成した愛媛県内に現存するの算額34面の実物大カラーパネルを展示し、開会行事に続く記念講演で、愛媛県内の算額39面についての現代解研究の概要について「愛媛の算額の現代解」と題して講演を行い、本研究の研究成果をアピールした。

研究(2)の「中学生・高校生の教育課程にフィットする精選された和算教材の開発」としては、「油分け算」と「ひろいもの」をテーマとして教材の開発を行った。できあがった教材は、小・中学校の教員向けの講座の中で数回にわたり紹介を行うとともに、愛媛大学附属高校の1年生120名を対象として4年間継続してこの教材を活用した授業を行った。また、「鴛鴦」という基石を使ったパズルに関しては、研究論文「鴛鴦の問題とその拡張について」の中で、これまでの解釈とは全く違った方法で、鴛鴦の問題の本質についての解明を行い、鴛鴦の問題を授業で取り上げる場合の取扱いについて解説を行った。

研究(3)の「和算学習の数学的活動を支援する教材アプリケーションの設計・開発」としては、これまでパソコン向けのアプリしかしかなかった「鴛鴦」と「算木電卓」アプリを、iOSアプリとして試作品の開発を行った。またそれらのアプリを活用し愛媛大学附属高校生を対象に和算アプリ「油分け算」「ひろいもの」「鴛鴦」を紹介する体験授業を実施した。

研究(4)の「動画等によるマルチメディア和算教材の製作と中高生向け教材展示会の定期的開催」としては、伊佐爾波神社に奉納されている大西佐兵衛・小寫又兵衛・山崎喜右衛門・高坂金次郎・中村正教の算額等を紹介する約10分の教材ビデオを制作した。愛媛の算額の中で立体図形を取り扱ったものについてはその図形問題をわかりやすく解説するための立体模型を3Dプリンターを使って作成した。また、愛媛県内に現存するの

34 面の算額すべてについて実物大カラーパネルを愛媛大学ミュージアムと共同で制作し、そのパネルや和算教材を展示する算額展を愛媛大学ミュージアムで開催し、多くの中高生および大学生に和算を知ってもらうことができた。展示会では、愛媛の算額紹介ビデオの放映、愛媛ゆかりの和算書の展示、中高生が和算や算額に取り組んだ研究成果の展示、和算アプリの展示、和算問題の立体図形問題を説明する立体模型の展示、和算のレベルが最高潮に達した江戸末期に奉納された難解な算額についてその問題の現代解の展示、などもあわせて行うことができた。実物大カラー算額パネルは、その後愛媛県内の高校の文化祭などでの展示に利用されている。

3D プリンターを使った和算教材については、「3Dプリンターによる教材・教具の製作」と題した研究発表を行った。

また、一般人を対象とした愛媛の和算・算額を紹介する活動としては、雑誌記事として「愛媛に現存する算額の問題の現代数学的研究、算額にみる江戸末期の愛媛和算家の数学力」を月刊愛媛ジャーナルに掲載した。一般向け講演活動として「愛媛の和算と算額」と題する講演を日本数学会主催の市民講演会にて行なった。また同内容で松山東ロータリークラブ例会においても講演を行った。

その他の研究としては、「多角形から折る凸多面体」と題した講演を電子情報通信学会のワークショップにおいて行なった。論文としては多面体の立体模型の製作に関連した内容の「多面体と展開図における半分長定理について」と、石取りゲームに関連した内容の「 m 倍石取りゲームとフィボナッチ数列の拡張」を発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

- ① 平田浩一、田中民部介と和田栄太郎の算額、日本数学教育学会高専・大学部会論文誌、査読有、23-1、2017、77-90
- ② 平田浩一、 m 倍石取りゲームとフィボナッチ数列の拡張、日本数学教育学会高専・大学部会論文誌、査読有、23-1、2017、25-38
- ③ 平田浩一、多面体と展開図における半分長定理について、日本数学教育学会高専・大学部会論文誌、査読有、22-1、2016、27-38
- ④ 平田浩一・河村泰之、大西佐兵衛と小寫又兵衛の算額、日本数学教育学会高専・

大学部会論文誌、査読有、22-1、2016、15-26

- ⑤ 平田浩一・河村泰之、山崎喜右衛門と栗林佐太郎の算額、日本数学教育学会高専・大学部会論文誌、査読有、21-1、2015、1-14
- ⑥ 平田浩一、伊佐爾波神社の算額にみる江戸末期の和算、愛媛大学教育学部紀要、査読無、60、2013、195-206、<http://www.ed.ehime-u.ac.jp/~kiyou/2013/pdf/20.pdf>
- ⑦ 平田浩一、鴛鴦の問題とその拡張について、日本数学教育学会高専・大学部会論文誌、査読有、19-1、2012、25-34

[学会発表] (計 6 件)

- ① 平田浩一、愛媛の算額の現代解、第 12 回全国和算研究大会(愛媛大会)、2016 年 8 月 20 日、にぎたつ会館(愛媛県・松山市)
- ② 平田浩一、 m 倍石取りゲームとフィボナッチ数、第 98 回全国算数・数学教育研究(岐阜)大会、2016 年 8 月 4 日、岐阜大学教育学部附属小・中学校(岐阜県・岐阜市)
- ③ 平田浩一、多面体と展開図における半分長定理について、第 97 回全国算数・数学教育研究(北海道)大会、2015 年 8 月 7 日、北海道札幌南高等学校(北海道・札幌市)
- ④ 平田浩一、3D プリンターによる教材・教具の製作、第 96 回全国算数・数学教育研究(鳥取)大会、2014 年 8 月 1 日、米子コンベンションセンター(鳥取県・米子市)
- ⑤ 平田浩一、多角形から折る凸多面体、電子情報通信学会 回路とシステムワークショップ、2013 年 7 月 29 日、淡路夢舞台国際会議場(兵庫県・淡路市)
- ⑥ 平田浩一、鴛鴦の問題とその拡張について、第 94 回全国算数・数学教育研究(福岡)大会、2012 年 8 月 7 日、ムーブ(男女共同参画センター)(福岡県・北九州市)

[その他]

ホームページ等

<http://www.ed.ehime-u.ac.jp/~hirata/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

平田 浩一 (HIRATA, Koichi)
愛媛大学・教育学部・教授
研究者番号：80173235

(2) 研究分担者

吉村 直道 (YOSHIMURA, Naomichi)
愛媛大学・教育学部・教授
研究者番号：90452698

河村 泰之 (Kawamura, Yasuyuki)
愛媛大学・教育学部・准教授
研究者番号：80369967