

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 18 日現在

機関番号：32661

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24501075

研究課題名(和文)脳機能計測・行動観察・授業設計分析に基づく学習者に応じた数学教材中の図利用の研究

研究課題名(英文)Research on the effect of using high-quality graphics in mathematics education based on the neuroscientific and behavioral scientific approach

研究代表者

金子 真隆 (KANEKO, Masataka)

東邦大学・薬学部・准教授

研究者番号：90311000

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、脳波および脳血流動態の分析に基づき、KETpicによる高品質な描画を高等数学教育の教材で用いることによる効果を客観的に評価し、効果的な授業設計に生かすための知見を得ることを目指した。主に脳内の腑活機序の追跡によって、思考活動の種類や進展を把握できる可能性を明らかにし、それに基づいて、三角関数のグラフや空間曲面の形状を把握する上での学習者の脳機能について、いくつかの重要な知見を得ることができた。この結果は、実験授業の実施とその状況に関する統計的な分析の結果と整合的である。加えて、高品質な描画をするための今後有望な手段として、動的幾何ソフトとの連携によるパッケージの開発を開始した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research is to estimate the effect of using high-quality graphics generated with KETpic software through the analysis on the brain wave and brain blood flow of students. As a result, it has turned out that the kinds and progress of students' reasoning process can be detected mainly by tracing the brain activation mechanism through NIRS measurement. Based on this knowledge, we have executed many measurements using NIRS. We obtained important knowledges about the students' brain activities when they understand the shape of graphs of trigonometric functions or surfaces in 3d space. These knowledges are consistent with the result of statistical analysis on the students' outputs in real classroom. Combined with the use of dynamic geometry software, KETpic should become powerful tool to make the effective classroom design possible.

研究分野：数学教育

キーワード：数学教材中の図 KETpic 脳内賦活機序 曲面の形状把握 三角関数のグラフ描画 作業記憶 動的幾何ソフト

### 1. 研究開始当初の背景

高専・大学初年級で数学の教材作成手段の主流となっている LaTeX は、数式表現に強い一方で状況に応じた適切な挿図が難しく、学生の図形理解力低下が目立つ近年、大きな問題となりつつあった。このため我々は、数式処理システム (CAS) の LaTeX 挿図用マクロパッケージ KETpic を開発した。それまでの研究で、KETpic による描画が及ぼす教育効果を調査するため、微分積分・線形代数に関して KETpic による図入り教材をもとにした少人数の実験授業を実施し、学習・思考過程に効果があることを確認してきたが、一方で、その効果は、学生の生得的な空間把握力や授業へのニーズ、教員の授業設計などに深く依存することも判明した。結果的に、図の有効な利用法を確立するためには、脳科学的な方法により、学生の基本的な認知パターンを把握した上で図の及ぼす効果を客観的に評価すると同時に、教材の変化に伴う学習者のレスポンスの変化を追跡することにより、図の利用が授業設計を学生の認知を助けるものいかに変え得るか、追求する必要があると考えられた。

### 2. 研究の目的

(1) 単純なタスクを用いた脳波計測・NIRS (近赤外分光法) 計測によって、学生の理解が進んだ際の脳波や脳血流の分散特性の変化を、思考活動の種類や深さに応じて特徴付ける。この特徴づけに基づき、KETpic による単色線画と CAS による色彩面画、KETpic による静止画と動的幾何ソフト (DGS) による動画の比較を軸に、図の特徴に応じて思考活動への影響に差異がないか解明する。

(2) 近年ヨーロッパを中心とした教育科学者により採用されつつある、教材作成のソースを継続的に集積し、授業での利用との相互作用を検証することで、教員による授業設計の深化を明らかにする研究 (documentational approach, 文献 ) の方法を取り入れ、学生のニーズや認知パターンに授業設計をより適合したものとするために、KETpic による正確な描画がいかにして寄与し得るか追求する。

### 3. 研究の方法

(1) 試行的な脳波計測によって問題の種類に応じた分散特性の差が確認されていた「数値・文字による大小比較」タスク、および被験者の理解度によって解答過程に鮮明な差が出やすい「三角関数のグラフ描画タスク」を構成し、多数の被験者に対してタスク実行時の脳波計測、および NIRS 計測を行う。NIRS 計測には、日立製作所製の ETG-4000 をレンタルし、木更津高専において多数の被験者を対象として計測を行う。このほか、KETpic による単色線画と CAS による色彩面画とで描かれた「円周上の直線束の回転数観察」タスクを構成し、空間把握の方法にバ

リエティのある被験者を対象に NIRS 計測を行う。NIRS 計測には、研究分担者である中川の研究室に装備される同種の機材を用い、被験者の空間把握特性に応じた脳内腑活機序の特性を追跡する。得られたデータの分析には、これまで中川が用いてきた「フラクタル次元解析」(文献 ) を用いる。

(2) 少人数を対象とした試行的な授業により、KETpic による挿図が効果を発揮することが予想されるテーマを選定する。そのうちのいくつかを用いてより多くの人数を対象とした授業を繰り返し、KETpic による教材を用いた群と用いない群とのパフォーマンスについて統計的に比較する。用いる図を含めた教材の内容や授業設計の変化と、それに伴う統計的な差異の変化とを対照し、描画法に応じた学習者の反応の特徴と、それと裏腹の関係にある有効な利用法に関する知見を集積する。

#### <引用文献>

Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Luc Trouche(eds.), From Text to 'Lived' Resources, Springer, 2012.  
中川匡弘、カオス・フラクタル感性情報工学、日刊工業新聞社、2010。

### 4. 研究成果

(1) 脳機能計測から得られた知見は以下の通りである。

大小比較を数値ベースで行うか、文字式ベースで行うかによって、被験者の脳腑活機序に大きな差があることが判明した。後者において、前者と比べ、思考の初期段階で左脳の言語野に、また最終段階で前頭部にそれぞれ大きな賦活が発生することが特徴である (論文 )。この結果は、学習者の思考プロセスの差異が、脳内腑活機序の差異に反映される可能性を示唆するものである。

三角関数のグラフ描画を多数のプロット点をつなぐ形で行うか、振幅・周期・位相差に基づくパターンとして行うかにより、被験者の脳腑活機序に大きな差があることが判明した。いずれのケースでも、描画の最終段階に前頭部「作業記憶」領域の賦活を認めるが、前者においては左脳部が、後者においては右脳部がより強く賦活することが確認された (論文 )。前者は初学者に、後者は熟練者に多く見られるアプローチであることから、以上の結果は、学習者の習熟度を脳内腑活機序の遷移によって把握できる可能性を示唆するものである。

曲面の形状を面画によって把握するか、線画によって把握するかによる差異を検証する実験の結果、曲面の局所構造に関する情報を有する面画において概して学習者の把握がより容易であること、把握が正しく進んだケースで最終段階に「作業記憶」領域が賦活されること、線画を用いたケースで「体性感覚」領域の賦活がしばしば認められること

を確認した(論文準備中)。以上の結果は、学習者に曲面の局所構造の把握についていかにトレーニングさせたらよいかということについて、多くの示唆を含む。

指数関数とべき関数の増大度の比較を、KETpicによる正確なグラフを用いて行わせる実験を行い、タスク実行中の被験者の脳波を計測した。分担者の中川がこれまで用いてきた「感性解析」の手法を用いて分析したところ、学習者の理解が進んだ直後の時点で、一部の部位の脳波シグナルの分散特性が「同期的」な傾向を示すことが示唆された(論文)。ただし、この結果が脳機能のいかなる動きを反映したものであるかという点については、確定的な結論を導くことができなかった。

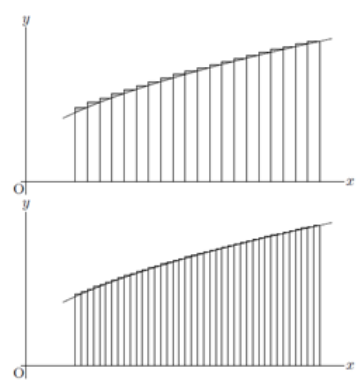
かねてより、CASやDGSによる動的な図形の提示は、実験的なアプローチを可能にするという点で、KETpicなどによる静的な提示にない利点を持っているものの、数学的な概念の定着に当たっては、必ずしも有利とは言えないと考えてきた。その根拠は、特に線形代数のような静的な対象を扱う上で、動的な提示が過剰な情報を含んでいることである(論文)。研究目的にある動画と静止画の比較を計画した際、適切な情報量を含む静止画の利点を生かせるテーマを追求することとなったが、実験授業を重ねる中で、微分積分のような動的な対象を扱う上では、図形の動的な提示が替えがたい強みを発揮するケースが少なくないことがわかり、KETpicにおいても、パラパラ漫画形式のような提示の可能性を模索することとなった(論文、発表)。両者が脳機能にいかにか働きかけるかという点について、脳科学的な比較を行う必要性は依然として高いが、比較に用いる上で適切なタスクをいかに構成するかという問題は小さくなく、検証方法は今後検討する予定である。上記比較に関する知見を深めるため、本科研費によって、動的幾何ソフト Cinderella の開発者で、それを用いた教材作成経験も豊富な Ulrich Kortenkamp 氏を 2014 年度の京都大学数理解析研究所研究集会に招聘して情報交換を行うと同時に、KETpic と Cinderella の共同による新たな TeX 描画ソフト KETCindy の開発も始まっている(論文、発表)。

(2) 統計的手法を主とした実験授業の分析による知見は以下の通りである。

少人数の実験授業を通じて正確な描画の効果が確認されたテーマとして、「三角関数の合成のグラフ描画」があった(論文)。当該内容を未習の学習者を対象に、基本的な三角関数のグラフの形状をよく復習させた直後、与えられた 2 つの三角関数からその合成のグラフを描画させるタスクを構成したが、KETpic により 2 つの三角関数のグラフを予め描いた教材を用いた群と、何も描いていない教材を用いた群とで、描画状況に統計的な有意差を認めた。ただし、その後の調査で、

CAS の描画出力をそのまま用いた場合とでは統計的な差がないこともわかってきた。その一方で、「減衰振動」のグラフを描画させたケースでは、KETpic による描画を用いた場合と、CAS の描画出力をそのまま用いた場合とで有意差があることがわかった(発表)。以上の結果は、周期や位相差といった、グラフの大域的な情報を把握する上では 2 種類の描画法に差がないのに対し、極値点などの局所的な情報を把握する上では、TeX の高精細な描画環境に直結した KETpic の利用が優位性を持つことを示唆し、描画法と対象となる数学的モデルの特性との関連について注意が払われるべきとの知見をもたらした。

前項のような基礎的なタスクのほかに、より実践的な使用を想定した教材を集積するため、「KETpic 教材作成熱海ワークショップ」(2013 年 10 月・熱海市) 研究集会「数学・統計教育における教材開発とその評価」(2014 年 1 月・下関市)、「KETpic 教材作成全国ワークショップ」(2014 年 3 月・松江市、2014 年 11 月・明石市)を開催し、正確な描画が効果を発揮すると期待される教材の作成を参加者に要請した(論文)。その結果として見出されたものの一つが「区分求積法」に関する教材である。このテーマは、微分積分学の学習の中でも学習者への定着が問題となりやすい内容であるが、その原因として、積分範囲の分割を細分化していったときに、長方形近似の誤差が小さくなっていくという事実のイメージが理解されないことが想定された。下図は、細分化によって長方形の近似が変化する様子を KETpic によって描画したものであるが、こうした図を教材中に盛り込むことで、学習者のパフォーマンスが大きく改善されるのではないかと期待された。



Documentational approach の方法論に従い、教材を少しずつ改変しながら実験授業を繰り返したが、想定されたような効果がなかなか確認されなかった。(使用教材の変遷は、発表用のプレゼンファイルとして、日本数学会高専・大学部会の資料サイト [http://p-mathedu.org/up-file\\_2014/index.cgi](http://p-mathedu.org/up-file_2014/index.cgi) に掲載されている)。定着度テストの状況を分析する中で、区分求積法の学習における学

習者の躓きの原因が、想定されたような収束性の把握ではなく、図的なイメージとその数式による表現との間に生じる乖離にあることが強く疑われた(発表)。その後、研究代表者が所属する研究機関の研究者と情報を交換する中で、こうした乖離現象が医歯薬系の専門教育の中でも幅広く見られることがわかってきた(論文)。さらに、高等学校段階での積分概念の学習実態を調査した結果、微分の逆算としての積分の計算と、面積のみによる定積分の意義付けを経験してしまっているがために、学習者が大学進学後に区分求積法を学習する上での動機づけをうまく行えていないという状況も浮かび上がってきた(論文)。以上の結果は、教材を含めた授業設計上の工夫が、専門教育を含めたカリキュラム上の位置づけを慎重に踏まえてなされなければ十分に効果を発揮しえないという重い事実を表している。今後、高等学校から大学に至る一連の数学教育の中で、微分積分の学習がこれまでいかに行われてきたかという経緯を踏まえつつ、高品質のグラフィックスの提示を含めたいかなる授業設計が求められるのか、さらに検討する予定である。

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計19件)

Kaneko M., Yamashita S., Maeda Y., Nakamura Y., Kortenkamp U., Takato S., KETCindy – collaboration of Cinderella and KETpic, 査読有, International Journal for Technology in Mathematics Education に掲載決定  
金子真隆、奥平和穂、高遠節夫、薬学基礎数学教育における「図の読み取り」にまつわる問題、査読無、京都大学数理解析研究所講究録 1951 に掲載決定  
北原清志、高橋正、高遠節夫、印刷教材における挿図の教育効果の検証、査読無、京都大学数理解析研究所講究録 1951 に掲載決定  
Kaneko M., Yamashita S., Kitahara K., Maeda Y., Usui H., Takato S., Making materials based on TeX and CAS/DGS, International Journal for Technology in Mathematics Education, 査読有, Vol. 21-1, 2014, pp. 19-25  
Kitahara K., Kaneko M., Takahashi T., On some attempts to verify the effect of using high-quality graphics in mathematics education, Lecture Notes in Computer Science, 査読有, Vol. 8592, 2014, pp. 578-585  
Kitahara K., Usui K., Kaneko M., Takato S., Neuroscientific considerations of the educational effect achieved using illustrated course materials, Scienticae Mathematicae

Japonicae, 査読有, Vol. 14, 2014, pp. 305-315  
Ouchi S., Maeda Y., Kitahara K., Hamaguchi N., Creating interactive graphics for mathematics education utilizing KETpic, Lecture Notes in Computer Science, 査読有, Vol. 8592, 2014, pp. 607-613  
金子真隆、積分概念の導入に関する教科書調査について、東邦大学教養紀要、査読無、vol. 46、2014、pp. 75-89  
金子真隆、野澤武司、前田善文、濱口直樹、大内俊二、高遠節夫、CASの利用に基づく正確な図の利用がもたらす教育効果検証について、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、Vol. 1909、2014、136-146  
大内俊二、高遠節夫、統計教育における動画の効果的な利用、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、Vol. 1909、2014、157-164  
野澤武司、栗本育三郎、金子真隆、田中駿也、佐瀬巧、池田将士、中川匡弘、光トポグラフィーを用いた三角関数のグラフ描画タスクにおける脳内賦活機序の追跡、生体情報処理・高度情報処理シンポジウム 2014 講演論文集、査読無、pp. 53-60  
Kaneko M., Maeda Y., Nozawa T., Hamaguchi N., Takato S., A scheme for demonstrating and improving the effect of CAS use in mathematics education, Rroc. ICCSA, 査読有, 2013, pp. 62-71  
金子真隆、高遠節夫、動的幾何と静的幾何の棲み分けに関する考察、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、Vol. 1865、2013、27-33  
北原清志、高遠節夫、プロジェクトと配付教材の連携による2重積分に関する授業の試み、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、Vol. 1865、2013、34-42  
金子真隆、野澤武司、高遠節夫、KETpicによる数学教材改善の試み、東邦大学教養紀要、査読無、vol. 45、2013、pp. 123-133  
金子真隆、野澤武司、栗本育三郎、佐瀬巧、池田将士、中川匡弘、光トポグラフィーを用いた数値・文字式タスクにおける脳血流動態の追跡、生体情報処理・高度情報処理シンポジウム 2013 講演論文集、査読無、pp. 83-90  
金子真隆、高遠節夫、グラフィックスと証明スキームの発達、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、Vol. 1780、2012、180-196  
北原清志、高遠節夫、図表示された曲面の理解度調査報告、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、Vol. 1780、2012、141-153

金子真隆、栗本育三郎、脳波計測と数学教材中の図利用の教育効果検証、生体情報処理・高度情報処理シンポジウム 2012 講演論文集、査読無、pp. 91-98

〔学会発表〕(計 19 件)

金子真隆、山下哲、入谷昭、阿原一志、高遠節夫、動的幾何ソフトウェアを用いた効果的な TeX 描画、日本数学会 2015 年度年会、2015 年 3 月 22 日、明治大学駿河台キャンパスリバティタワー（東京都千代田区）

Ouchi S., Maeda Y., Hamaguchi N., Takato S., Teaching materials incorporating interactive graphics for college-level mathematics education, ATCM2014, 2014 年 12 月 19 日、ジョグジャカルタ（インドネシア）

Kaneko M., Yamashita S., Maeda Y., Nakamura Y., Takato S., KETCindy – collaboration of Cinderella and KETpic, CADGME2014, 2014 年 9 月 27 日、ハレ（ドイツ）

金子真隆、野澤武司、碓氷久、図の利用効果と数学的モデルの特性との関連について、日本科学教育学会第 38 回年会、2014 年 9 月 15 日、埼玉大学（埼玉県さいたま市）

西浦孝治、野澤武司、高等学校における数学ソフトウェアの活用とその現状、京都大学数理解析研究所研究集会「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」、2014 年 9 月 2 日、京都大学数理解析研究所（京都府京都市）

Kitahara K., Kaneko M., Takahashi T., On some attempts to verify the effect of using high-quality graphics in mathematics education, ICMS2014, 2014 年 8 月 9 日、ソウル（韓国）

Ouchi S., Maeda Y., Kitahara K., Hamaguchi N., Creating interactive graphics for mathematics education utilizing KETpic, ICMS2014, 2014 年 8 月 9 日、ソウル（韓国）

金子真隆、濱口直樹、碓氷久、野澤武司、山下哲、前田善文、北原清志、高遠節夫、区分求積法における学習者の躓きについて、第 96 回算数・数学教育研究（鳥取）大会、2014 年 8 月 1 日、鳥取県西部総合事務所（鳥取県米子市）

Nozawa T., Kaneko M., NIRS signal analysis for brain process associated to drawing graphs of trigonometric functions, IGCN2014, 2014 年 6 月 22 日、長岡技術科学大学（新潟県長岡市）

Maeda Y., Kaneko M., Making math textbooks and materials with TeX+KETpic+hyperlink, The 34<sup>th</sup> annual meeting of TeX Users Group, 2013 年 10 月 24 日、東京大学駒場キャン

パス（東京都目黒区）

金子真隆、野澤武司、前田善文、濱口直樹、高遠節夫、正確な図の利用による教育効果の検証について、日本科学教育学会第 37 回年会、2013 年 9 月 8 日、三重大学（三重県津市）

北原清志、高遠節夫、TeX による動画表示とその応用について、京都大学数理解析研究所研究集会「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」、2013 年 8 月 19 日、京都大学数理解析研究所（京都府京都市）

Kaneko M., Maeda Y., Nozawa T., Hamaguchi N., Takato S., A scheme for demonstrating and improving the effect of CAS use in mathematics education, ICCSA13, 2013 年 6 月 25 日、ホーチミン（ベトナム）

金子真隆、栗本育三郎、脳波計測に基づく数学における理解の追跡に向けて、日本科学教育学会第 36 回年会、2012 年 8 月 27 日、東京理科大学（東京都新宿区）高遠節夫、TeX 総合支援ツール KETpic の現状と今後、京都大学数理解析研究所研究集会「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」、2012 年 8 月 21 日、京都大学数理解析研究所（京都府京都市）

北原清志、高遠節夫、図表示された曲面に対する理解の特徴について、第 94 回算数・数学教育研究（福岡）大会、2012 年 8 月 7 日、ムーブ（福岡県福岡市）

Kaneko M., The graphics use for introducing eigenvalues and eigenvectors in linear algebra class, CADGME2012, 2012 年 6 月 22 日、ノビサド（セルビア）

Takato S., The necessary components of materials and textbooks in math classes, CADGME2012, 2012 年 6 月 22 日、ノビサド（セルビア）

Kitahara K., A teaching material for double integral including three dimensional figures drawn with KETpic, CADGME2012, 2012 年 6 月 22 日、ノビサド（セルビア）

〔その他〕

ホームページ等

<http://ketpic.com>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

金子 真隆 (KANEKO, Masataka)

東邦大学・薬学部・准教授

研究者番号： 90311000

### (2) 研究分担者

大内 俊二 (OUCHI, Syunji)

下関市立大学・経済学部・教授

研究者番号： 00213629

高遠 節夫 (TAKATO, Setsuo)

東邦大学・理学部・訪問教授

研究者番号： 30163223

中川 匡弘 (NAKAGAWA, Masahiro)

長岡技術科学大学・工学部・教授

研究者番号： 60155687

北原 清志 (KITAHARA, Kiyoshi)

工学院大学・教養教育部門・准教授

研究者番号： 90133321

野澤 武司 (NOZAWA, Takeshi)

長岡工業高等専門学校・一般教育科・教授

研究者番号： 80321412

濱口 直樹 (HAMAGUCHI, Naoki)

長野工業高等専門学校・一般教育科

・准教授

研究者番号： 00369977

山下 哲 (YAMASHITA, Satoshi)

木更津工業高等専門学校・基礎学系・教授

研究者番号： 40259825