

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 10 日現在

機関番号：33908

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24530926

研究課題名(和文) 順序のあるカテゴリカルデータのための一般化非計量主成分分析の計量心理学的研究

研究課題名(英文) A psychometric study of generalized nonmetric principal components analysis for ordered categorical data

研究代表者

村上 隆 (Murakami, Takashi)

中京大学・現代社会学部・教授

研究者番号：70093078

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：多重対応分析(MCA)と主成分分析(PCA)の間の新たに発見された関係を用いて、順序のあるカテゴリカル・データの分析のための手続きを開発した。直交多項式を用いたカテゴリーへのメトリックな数量化と、Harris-Kaiser型の回転手法によって、MCAはその説明力と個体スコアを(直交回転を除いて)不変に保ったままPCAに変換される。変容されたMCAにより、カテゴリー番号の単純和として定義されるLikert型の得点化の適切性や、通常は余剰次元とされる非線型成分の解釈可能性の評価ができる。単純構造を目指す回転により、この手続きは、MCAよりもはるかに多数の次元の取り扱いを可能にする。

研究成果の概要(英文)：A procedure for analyzing ordered categorical variables is developed based on a relationship between Multiple Correspondence Analysis (MCA) and Principal Components Analysis (PCA), which has not been found so far. By metric scaling of categories using orthogonal polynomials, and Harris-Kaiser type rotation, MCA is transformed into PCA without changing the size of explained variances and quantified scores given to individual up to orthogonal transformations. The metamorphosed PCA can be used to evaluate the appropriateness of Likert-type scoring as simple sums of category numbers, and the interpretability of nonlinear components which are usually considered to be spurious dimensions. Rotation attaining the simple structure makes it possible to treat far more numbers of dimensions than MCA by separating contents of dimensions each other.

研究分野：計量心理学

キーワード：数量化 多重対応分析 メトリック ノンメトリック 直交回転 斜交回転 直交多項式 Likert 尺度

1. 研究開始当初の背景

(1) 順序のついたカテゴリー反応を伴う複数の質問項目への反応から、比較的少数の個人差測定尺度を、カテゴリー値の単純和 (sum score) によって求める方法は、その創始者の名前から Likert 尺度と呼ばれる。特に、質問項目の (広義の) 探索的因子分析 (exploratory factor analysis) によって質問項目を分類し、複数の尺度を定義する方法は、その簡便さと結果の有用性にもとづき、いわゆる教育・社会系心理学においては定番といってもよいほど広汎に用いられてきた。

(2) 他方、「Likert 尺度は、数値として扱うべきでない評価尺度を、量的変数として扱っている」という趣旨の批判が常にあり、時には「無反省な数量化」と呼ばれることすらあった。その問題に対応する方法が、いわゆる数理化理論であり、国際的には多重対応分析 (multiple correspondence analysis) と呼ばれている方法である。しかしながら、探索的因子分析と多重対応分析の結果は、しばしば著しく違いが有っており、研究目的から考えると、後者は前者の代用にはなりえないという理解が、経験的に共有されていた。特に、多重対応分析の結果に現れる余剰次元 (いわゆる馬蹄現象) は、実質的な個人差次元を歪める可能性をもつものと考えられてきた。

(3) さらに近年では、各質問項目への回答の背景に多変量正規分布があると仮定することにより、polychoric 相関係数を用いる方法が徐々に広まりつつある。これにより「無反省な数量化」という非難は免れるが、この方法では、個人スコアを合理的に定義できないという問題があるほか、心理学的には、反応の構え (response set) の個人差を考えたとき、カテゴリーの順序を、個人間で比較可能なものとみなしてよいかどうかという問題も存在する。

2. 研究の目的

(1) 以上のような背景のもとに、Likert 尺度の新しい分析方法を開発し、それを実データに適用して、一定の実用性を確認するとともに、上記 (1)~(3) の問題点を克服した上で、従来の方法によっては得られなかった情報を、順序のついたカテゴリーカルデータから得る可能性を検討することが、本研究の目的である。

(2) 具体的には、次のような問題点を解決することのできる方法の開発が目的となる。

順序のついたカテゴリー反応をそのまま数値とみなすことはしない。数量化の原理そのものは、多重対応分析のそれを踏襲する。

その上で、多重対応分析で行われる次元縮約 (しばしば、結果は 2 次元平面に表現さ

れる) の制約を弱める。このことは、探索的因子分析で行われる負荷行列の算出とその回転を通じて実現される。回転によって単純構造が実現された「軸」を用いることにより、多数の次元を分離し、相互に独立に解釈することができるからである。

カテゴリーの数量化において、順序制約条件を課さない。また、個体スコアをカテゴリーに割り振られた数量の線形合成変数として自然に定義できる方法の開発を目指す。

3. 研究の方法

本研究の中心は、分析方法の開発にあるので、ここでは、その過程としての理論的展開を記す。2 で述べたような条件を満たす方法は、以下のような理路によって導出された。ここではそれを、証明抜きで説明する。数理的詳細は、村上 (2015) に記した。

(1) 一般の Likert 尺度の実施の結果得られるデータの形状にしたがって、変数の数を p 、すべての変数における (順序のついた) カテゴリーの数を c 、個体の数を n とする。個体の数は十分に多い、すなわち $n \gg pc$ とする。変数 k のダミー変数行列を G_k 、対応する $c \times r$ の重み (数量化) 行列を V_k とし、変数 k の数量化得点行列を

$$Y_k = G_k V_k \quad (1)$$

と定義する。これを用いて、全変数にわたる全体数量化得点を、

$$F = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_p \quad (2)$$

とする。 Y_k の平均値を 0、分散の総和を 1 とする制約条件の下で、全体数量化得点の分散の和、 $\text{tr} n^{-1} F'F$ 、すなわち、

$$\phi(V_1, V_2, \dots, V_p) = \text{tr} n^{-1} \sum_k V_k G_k G_k V_k \quad (3)$$

を最大化する方法として多重対応分析を (再) 定義する。

(2) 変数ごとの数量化得点 Y_k を正規直交化した行列を Z_k とし、 $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_p]$ とならべて、それらの間の $pr \times pr$ の相関行列を、

$$R = n^{-1} Z'Z \quad (4)$$

とする。ここで、 W を $pc \times r$ の正規直交行列であって、 $\text{tr} W'RW$ を最大化するものとする、

$$F = ZW \quad (5)$$

であることが証明できる。すなわち、多重対応分析は、それによって得られる変数ごとの数量化得点の主成分分析 (principal components analysis, 広義の探索的因子分析とみなされる) であると解することができる。これは研究代表者の知る限り、これまで見出されていなかった多重対応分析と主成分分析の間のいわば missing link である。

(3) ここで、 $r \geq c$ とする。このとき、 r 次元

の解を（全体として）同時に定式化している場合、直交回転による不定性により、 Z_k は正規直交性の制約条件を満たす限り、完全に任意であるという事実が導ける。これは、ある意味で驚くべき結果であり、これには以下のような意味があると考えられる。

解を一意に定めるためには、なんらかの基準で直交回転を行う必要がある。その際、回転前の解としては、 Z_k は正規直交条件を満たす乱数とし、その主成分分析で求めた W 、回転後の解は、これを左右から回転すればよい。

回転方法としては、足立・村上（2011）に記載された負荷行列を前後から orthomax 回転する方法を用いることができる。

また、正規直交性を満たしつつ、解釈がより明確になる Z_k を、メトリックに決めてしまうこともできる。カテゴリーの番号を数値とみなして、 r 次元の数量を、1 から r 次の直交多項式（orthogonal polynomials）で与えることもその一方法である。そのように与えられた数量の主成分分析と、やはり正規直交な重み行列 W の quartimax 回転（最も単純な orthomax 回転である）、すなわち、Harris-Kaiser の独立クラスター回転により、同じ次元数を指定した多重対応分析と全く同じ当てはまりと（回転によって）完全に数量化得点と重ね合わせられる主成分得点が得られる。

4. 研究成果

(1) 新たに証明された多重対応分析と主成分分析との関係にもとづき、順序のついたカテゴリー尺度の新たな分析手続きが定式化された。直交多項式によるカテゴリーのメトリックな数量化と独立クラスター回転により、多重対応分析は、その説明力と個体スコアを（直交回転を除き）一定に保ったまま、主成分分析に変換され得ることが示された。

(2) この「変容された」多重対応分析によって、カテゴリー番号の単純和によって定義される Likert 尺度の適切性や、従来、経験的内容をもたない余剰次元と考えられることの多かった非線型成分の解釈可能性を評価することが可能となった。

(3) 単純構造を目指す独立クラスター回転の導入により、新たな手続きは、多重対応分析よりもはるかに多くの次元を扱うことができる。多重対応分析は、せいぜい3次元のグラフィカルな表現に頼るのに対し、単純構造化によって、回転は多数の次元を分離して、それぞれ独立に解釈することを可能にするからである。

(4) 鈴木(2009)による12項目の Well-being

尺度の分析からは、上記のような期待が実データの分析において満たされることが示された。とくに、直交多項式による3次成分は、一貫して控えめなカテゴリーを用いながら、項目内容に関して一貫して反応するという反応の構えをもつ対象者を検出することができることがわかった。これは、順序のついたカテゴリーを、順序制約をつけたまま、すなわちカテゴリー反応を個人間で比較可能なものとして、扱っていたのでは、決して見出すことのできない性質である。

<引用文献>

足立浩平・村上 隆 (2011). 非計量的多変量解析法 主成分分析から多重対応分析へ 朝倉書店

村上 隆 (2015). カテゴリーカルデータの主成分分析としての多重対応分析 直交多項式を用いた Likert 型項目の構造分析 データ分析の理論と応用（投稿中）

鈴木有美 (2009). 青年用主観的ウェルビーイング指標 (AI-SWB) の作成：因子構造、信頼性、および横断的検討．ヒューマンケア研究, 10, 87-100.

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計2件)

Murakami, T. (2012). A geometrical interpretation of the horseshoe effect in multiple correspondence analysis of binary data. In W. Gaul, A. Geyer-Schulz, L. Schmidt=Thieme, and J. Kunze (eds.) *Challenges at the interface of data analysis, computer science, and optimization*. Springer, 101-108. 査読あり

村上 隆 (2012). 数量化 3 類と多重対応分析 社会と調査, No.9, 46-62. 査読なし

〔学会発表〕(計2件)

村上 隆 (2013). セミメトリック主成分分析と3値データへの応用：中点評定の複数の意味 行動計量学会第41回大会抄録集, 196-199 (東邦大学, 2013年9月3-6日)

Murakami, T. (2012). Semimetric principal components analysis for ordered ternary variables. *The 77th Annual Meeting of the Psychometric Society (IMPS2012) at the Cornhusker Hotel in Lincoln, Nebraska, USA, July 9-12, 2012.*

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
出願状況 (計0件)

名称：
発明者：

権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況（計0件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

村上 隆 (MURAKAMI Takashi)
中京大学・現代社会学部・教授
研究者番号：70093078

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし