

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 22 日現在

機関番号：10102

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24531090

研究課題名(和文) 数学教育における「批判的思考」に関する教育方法学的視座からの研究

研究課題名(英文) A study of "critical thinking" on mathematics education from the viewpoint of education methods

研究代表者

久保 良宏 (KUBO, Yoshihiro)

北海道教育大学・教育学部・教授

研究者番号：80344539

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、教師教育にも着目しながら、数学教育における「批判的思考」の重要性について明らかにすることにある。「批判的思考」は、対話(ダイアローグ)や志向性などに着目して、先入観に捉われることなく真実により近づいていく思考である。数学教育においては、特に「対話」の重要性から、数学的コミュニケーションの再検討が考えられた。ここでは、「矛盾を指摘する」、「認識対象を認める」、「観点を変更する」、「統合する」といった活動の繰り返しが重要であることが示唆された。また、数学教育における「批判的思考」の具体化では、反例を挙げる活動などを日常的に行うことが重要であると考えられる。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is defining the importance of "critical thinking" on mathematics education as focusing on fostering teachers. "Critical thinking" is approaching more the truth with considering a dialogue and intentionality at the same time without adhering to preconceived ideas. It is showed that the review of mathematical communication is necessary to mathematics education because of importance of "a dialogue". It is suggested that the repetition of following activities is important; "indicating a contradiction", "recognizing an object", "changing a perspective", "integrating". In addition routine activities of giving opposite examples are important for the actualization of "critical thinking" on mathematics education.

研究分野：社会科学

キーワード：数学教育 批判的思考 数学的コミュニケーション 批判的数学教育 教師教育

### 1. 研究開始当初の背景

東日本大震災とそれに伴う原発問題などを契機に、私たちは与えられた情報の適切性について疑問を持ち、事象を批判的に考えることの重要性をあらためて実感させられた。

事象を批判的に捉える「批判的思考」は、民主的な社会を維持、発展させるうえで必要不可欠なものであり、次世代を生きる子どもたちにも必要な力であると思われる。

「批判的思考」は、最近話題になっている「21世紀型スキル」などでも強調されており、数学教育においても、創造性との関連から批判的思考の重要性を述べた論考がある。しかしながら、数学教育における「批判的思考」のあり方について、その根本に立ち返り検討したものはあまり見られない。

そこで本科研では、「批判的思考」を教育学や心理学などに着目して文献解釈を行い、これをリテラシーやコミュニケーションなどに着目して数学教育において理論化し、さらに教師教育にも視点をあてて「批判的思考」を数学教育で具体化することを目指した。

なお、「批判的思考」は単に事象を否定的に捉えることではないと考える。また、「批判的思考」は、西洋思考から受け継がれる論理の規則性や根拠の示し方に重点が置かれる一方で、これを社会にまで広げた批判的教育学の考え方にも目を向けて検討する必要があるとの考えに立っている。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、21世紀を生きる子どもにとって「批判的思考」が重要であることへの考えに立ち、数学教育における「批判的思考」の重要性を目標概念と方法概念の両面から明らかにしてこれを具体化することにある。

具体的には、「批判的思考」の捉え方について明らかにし、これを踏まえ、数学教育における「批判的思考」を捉える着眼点について検討する。特に、「批判的思考」の「対話」と「志向性」に着目して、数学的コミュニケーションのあり方について明らかにするとともに、数学教育における「批判的思考」の具体化について提案する。

### 3. 研究の方法

本研究の方法は次の通りである。

(1) 「批判的思考」の捉え方について明らかにするために教育学、心理学などの学問領域に着目して文献解釈を行う。

(2) 数学教育における「批判的思考」を捉える着眼点を明らかにするために、数学教育学の先行研究を調べる。

(3) 「批判的思考」の「対話」の重要性に着目して、数学的コミュニケーション研究の再検討を行う。

(4) 数学指導における「批判的思考」の具体化について明らかにするために、教材を開発して授業実践を行い、これを分析する。

### 4. 研究成果

#### (1) 文献解釈からの示唆

##### 批判的思考の概念

研究分担者との検討を通して、文献解釈から、批判的思考について次のことが明らかになった。

ア. 批判的思考の起源は演繹的思考にある  
批判的思考は、ギリシャの西洋思考を起源とする。これは学問としての数学の、演繹による体系的な考え方の起源と一致するものであるとも考えられる。

イ. 批判的思考は目標志向的思考である  
批判的思考は、否定的に対応するという単なる批判とは異なり、正しいものを精査して真実に近づいていくという目標志向的思考である。そして、批判的思考は、「態度」、「知識」、「技能」といった複数の側面から捉えられ、例えば、「態度」には、「敏感さ」、「意思」、「欲求」といった内容が、また「技能」には、「発見」、「区別」、「考慮」、「評価」、「決定」といった内容が含まれる。

##### ウ. 目標概念と方法概念がある

批判的思考の特徴から、批判的思考は、対話により課題が明確になり、その解決に向けて情報を精査し、自他の考えを対比しながら他者の立場に立って検討し、公平、平等といった概念を加えながら、先入観に捉われることなく真実により近づいていくもので、そのすべての過程において民主的な社会の構築という目的に対する態度形成が求められるとともに、文脈に適切な背景となる知識やストラテジーが重要な意味を持つと考えられる。ここでは、批判的思考を、目標概念と方法概念の両面から検討することの重要性が示唆される。

##### 類似概念との比較

批判的思考の類似概念としては、反省的思考や論理的思考が挙げられる。批判的思考とこの2つの概念との関係について検討すると、次のような違いが示唆される。

##### ア. 反省的思考との関係

デューイは『思考の方法』の中で、反省的思考の5つの側面として、「暗示」、「知性的整理(困難・当惑の知性化)」、「指導的概念(仮説の構成)」、「推理作用(推論)」、「行動による仮説の検証」を挙げている(デューイ, 1971)。道田(2001)はこの5つに着目して、反省的思考は批判的思考の中の問題解決的な側面に焦点が当てられたものと解釈している。反省的思考は問題解決の一過程であり、批判的思考は民主的な社会をより一層志向し、民主的な社会をつくる問題解決という前提があるところに特徴があると考えられる。

##### イ. 論理的思考との関係

『教育心理学新辞典』(1969)によれば、論理的思考は、前提から結論を導くまでの過程が分析的であり、後続の命題が先行する命題から論理的に妥当な仕方でも導かれる思考の連鎖とあり、また『広辞苑』(第5版)によれば、論理とは形式・法則、また推論の仕

方や論証のすじ道に重点を置いた思考であることから、論理的思考は、事象の文脈に含まれる価値や判断は強調されないと捉えられる。一方、批判的思考は、事実と価値を区別するとしても、文脈依存型の思考として、公平・平等を含む価値（社会的価値）や倫理観などにも目を向けることが特徴であると考えられる。

#### リテラシーとしての批判的思考

##### ア．機能的リテラシーへの着目

批判的思考は、リテラシーの重要な側面として捉えられている（長崎，2011 など）。ここでは、ユネスコや OECD の考え方が重要な役割を果たしていると考えられる。

ユネスコは、当初、世界における文盲の一掃という視点から、リテラシー（識字）の重要性を示したが、その後、「社会経済的、文化的活動に役立つことを保証する」という機能的リテラシーへと移っていった（ユネスコ，1975）。このような中で、ブラジルの教育学者、パウロ・フレイレは、“すべての人”のリテラシーとして、批判的思考の重要性を強調している。

##### イ．フレイレの批判的思考

フレイレは、南米やアフリカにおける識字教育の中で、すべての人の識字にとっては批判的思考が必要不可欠であり、しかも、どのような人でも批判的思考を身に付ける必要があることを指摘している。フレイレは、教師が教え、生徒がそれにおとなしく従うだけの教育を「銀行型教育」と呼んで否定し、教師と生徒が対等な立場での対話を通して互いに教え合う「課題提起型教育」を提唱した。「課題提起型教育」は、すべての人を批判的思考者にすることを目指すものであり、真の対話は、批判的思考を含まない限り存在することはなく、批判的思考を欲求する対話だけが同時に批判的思考を生み出すとした。批判的思考は、ギリシャ時代からその重要性が認識されていたが、それはギリシャの貴族の一部の人々の思考であり、すべての人間にとってのリテラシーとして注目されるようになったのは、フレイレの『被抑圧者の教育学』（1970）においてであると捉えられる。

##### ウ．OECD の批判的思考

経済協力開発機構（OECD）は、1997年頃に教育指標としての「生徒の学習到達度調査」（PISA）の実施計画を立て始めるとともに、各個人の基礎となる能力を定義する理論的・概念的基礎を研究するプロジェクトを開始した。後者のプロジェクトは後の2003年にキー・コンピテンシーを発表した（ライチエン他，2006）。これは、民主的な社会における「人生の成功と正常に機能する社会の実現」のためにすべての人に必要な特に重要な力であり、その中心にあるのは、道徳的で知的な成長の現れとして自己を考え、自らの学習や行為に責任を取れる個人の能力であるとし、さらに、キー・コンピテンシーの核心は「思慮深さ（反省性）」、つまり批判的思考

にあるとした。思慮深さは、相手の立場に立つことを要求し、メタ認知的な技能、批判的スタンスを取ることや創造的な能力の活用が含まれるとした。これは、人それぞれが、社会的な抑圧から一定の距離を置き、異なった視点を持ち、自主的な判断をし、自分の行動に責任を持つ、といったことを身に付けることを求めていると捉えることができる。

#### （2）数学教育における批判的思考の捉え方 批判的数学教育への言及

数学的リテラシー研究では、数学や数学教育自身を批判的に見ることの重要性が指摘されている（阿部，2011 など）。

O. Skousmose & L. Nielsen（1996）は、ユークリッドのパラダイムに代表される公理に立つすべての真理の把握の中に、批判の存在を見いだしている。そして、数学は理性によって純粋に構造化された教科となるように提案されてきたことから、批判的なことから離れて発展したが、数学教育は民主主義の発展に関心を示すべきであり、ここでは、数学教育に「批判」を付け加えることによって、数学と数学教育は批判的発展の中に置かなければならないと指摘している。

また、E. Jablonka（2003）は、数学的リテラシーを批判的教育学に着目して検討する中で、子どもを取り巻く社会や文化に影響を与えている数学の正当性を問わずに自明なものとするのではなく、社会や文化で用いられている数学の使用に関する正当性を批判的に検討するという「数学を評価するための数学的リテラシー」を強調している。ここでは批判的教数学教育の立場が強く反映されている。なお、ここには、P. Ernest（1991）が主張する「数学を可謬的に捉える」という考え方が根本に置かれている。

#### 数学教育における批判的思考

これまでの検討から、批判的思考は数学教育が目指す民主的な社会の構築という点から、目標志向的思考と捉えることがふさわしいと考える。そして、数学教育における批判的思考では、子どもがこの批判的思考を持つようにするには、これからの数学教育はどうあるべきかの検討が必要であろう。

先にも記したように、数学教育においても批判的思考は、目標概念と方法概念の両面から検討する必要がある。目標概念では、数学教育の目的（人間形成的・文化的・実用的）に照らし検討する必要があるが、特に、人間形成的目的に大きな価値がある。一方、方法概念として批判的思考を掲げる場合には、その指導において、「a. 社会的な問題の考察に数学を批判的に用いる」、「b. 算数・数学の問題の解決過程を批判的にみる」、「c. 数学そのものを批判的に捉える」といった3つの視点から検討することが考えられる。a は、社会的な問題の解決において一般化された解が得られたとしても、地域、環境、社会、分科などに照らせば、その解がそのまま正答

とはならない場合があるからであり、b は、数学化された純粹の数学の問題であっても、その解決過程が批判的思考の育成のモデルとなり得るとの考えに立っている。c は、批判的数学教育の立場に立って、改めてこれからの数学教育を検討することも大切であるとの考えである。

### (3) 批判的思考とコミュニケーション

批判的思考を数学教育で検討する場合、フレイレの「対話」(ダイアログ)の主張やキー・コンピテンシーで強調される「異質の集団における交流能力」が重要な着眼点であると考えた。

「対話」は、数学的コミュニケーションに含まれる概念であり、「異質の集団」は、多様な考え方や経験、価値観を持つ異質の他者と捉えることができる。

これは、筆者のこれまでの研究である「数学的コミュニケーション」研究の再検討につながるものである。

筆者の数学的コミュニケーションに関するこれまでの研究では、数学的コミュニケーションを、「数学を使って自分の考えを、友だちが納得できるように論理的に表現することにより、自分の考えをより深めていく活動。さらに、これが生徒間によって積極的に行われ、相手の考えを理解しようとする努力ながら友だち同士の連帯意識が高まる中で、生徒の数学の知識や考え方が深められ、生徒にとって新しい数学が作られていく活動」と規定して検討を加えてきた(久保,1998 など)。この研究では、学習者の相互作用を通して、考え方の「発散」と「収束」の繰り返しが重要な意味を持つと結論付けた。また、算数・数学の実際の授業をコミュニケーションに着目して分析し、数学的コミュニケーションの様相を類型化した研究では、「考えの焦点化や吟味、統合可能かを考える活動が見られる」、「洗練・深化・発展に関わる活動が見られる」を理想の状態と捉えた(久保,2008 など)。さらに、算数・数学の授業を「授業タイプ」として5つに類型化し、数学科教師の質問紙調査から、コミュニケーションに対する考え方について教師教育の視点から検討した(久保,2013)。

しかし、これらの研究では、「対話」や「批判的思考」の概念は入っていなかった。

数学的コミュニケーションを「対話」に照らして振り返ってみると、先に示した「発散」と「収束」は、フレイレの主張する「教師と生徒の「矛盾」を解決し「統合」へと進める過程」、そして、「認識者(教師と生徒)が協力して「同じ認識対象を認める」際に必要不可欠な機能」であると捉え直すことができ、さらにここには、「観点の変更」を位置づけることが重要であるとの結論に至った。これを図示すると、図1(数学的コミュニケーションの過程)のようになる。

左の からは、これまでの筆者の数学的

コミュニケーション研究での検討であり、これが右のように捉え直された。

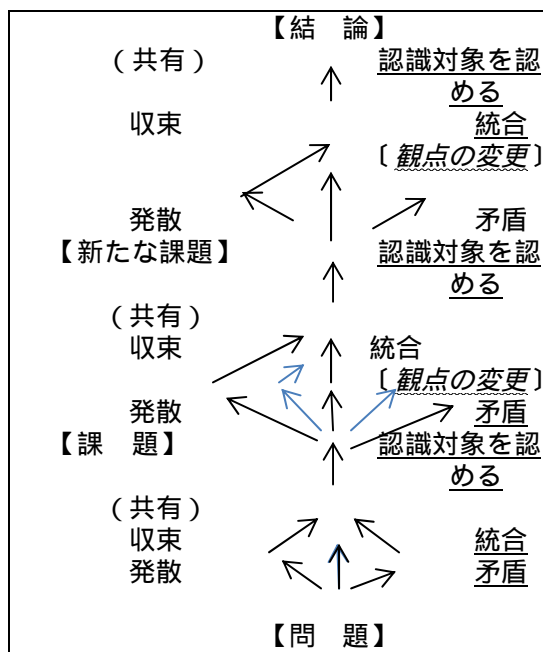


図1 数学的コミュニケーションの過程

また、「批判的思考」における数学的コミュニケーションは、「対話」の中核となる「矛盾」、「統合」、「同じ認識対象を認める」を軸として、この中に批判的思考の概念が導入されることになる。「批判的思考」の概念とは、「異質な集団の重要性」、「志向性への着目」、「先入観の排除」、「考え方の公平・平等」、「他者の立場に立って検討すること」、「感情的推論の排除」、「一般化への注意」、「可謬的検討」などである。

### (4) 数学指導における批判的思考の具体化

数学指導における批判的思考の具体化の検討では、研究協力者との議論を通して、先に示した方法概念の3つ視点(a, b, c)から教材開発に関する検討を行った。なお、ここでは、これまでに開発された教材を再検討したものも含まれている。

#### 社会的な問題への着目

方法概念の第1の視点である「a. 社会の問題の考察に数学を批判的に用いる」では、例えば、「航空機の運航」についての教材が開発された。地方空港(B空港)では、A空港から飛んできた飛行機(機材)がB空港に着陸すると、この機材が再びA空港に向けて飛び立つということがある。その際、航空会社は、空港の使用料を節約するために、40分で出発する(旭川、羽田便の時刻表より)。しかし、この40分で行う作業は多様であり、具体的には、A:乗客を降ろす、B:客室の清掃、C:燃料の補給、D:荷物を貨物室から降ろす、E:乗客を乗せる、F:荷物を積み込む、G:出発前の最終チェック(パイロット、アテンダント)などがある。旭川空港の協力を得て入手した作業マニュアルから、これらの作業時間

を単純に合計すると 80 分となり、時刻表からわかる空港での滞在時間の 40 分を大幅に上回る。この教材では、これらを示した資料から、「航空機は安全に運航することが可能か」を考えさせるというものである。

実際には、AとD、BとC、EとFは同時に作業することが可能であることから、Gの最終チェックを含めて、実際には最短 35 分で作業が終了することがマニュアルに示されている。

時間だけに着目し、この事象を否定的にみて安全運航はできないとする考え、先入観が先行し、計算上は安全とはいえませんが実際に安全運航ができていないのであるから問題はないとする考え、事象を批判的にみながらも、事象を多面的に見て分類、整理する活動を通し、運航には問題はないとする考え、等々が想定できると考えた。

航空機の安全運航を説明するには図2のような時系列表を作成することが求められる。

経過時間	飛行機中の仕事	飛行機外の仕事	積み荷の仕事
0	A: 乗客を降ろす	D: 荷物を降ろす	
5			
10			
15	B: キャビンの清掃	C: 燃料の補給	F: 荷物を積み込む
20			
25			
30	E: 乗客を乗せる		
35			
40	G: 最終チェック		

図2 作業の時系列表

ここでは、筆者も参加した長崎(2007)の「算数・数学の力」に照らし、「分類・整理する力」、「見通しを立てる力」、「多面的に考える力」、「結果を吟味する力」、「表を利用する力」が算数・数学の指導内容として位置づけられる。

算数・数学の問題の解決過程への着目

方法概念の第2の視点である「b. 算数・数学の問題の解決過程を批判的にみる」では、例えば中学校第2学年の図形の論証における「二等辺三角形の2つの底角は等しい」を証明する際の補助線に着目した。ユークリッド流の幾何教育に照らせば、この補助線は頂角の二等分線とすべきであるが、例えば「底辺の垂直二等分線」を引いた場合、この補助線について批判的にみるという教材である。

記すまでもなく、底辺の垂直二等分線が頂点を通る保証はないことからこの補助線は誤りであるが、証明がなされた後では最終的

に頂角の二等分線は底辺の垂直二等分線と一致することから、生徒は底辺の垂直二等分線を補助線とすることに肯定的な反応を示すと予想される。このような状況の中で、この補助線を批判的にみることができると考えた。

数学そのものへの着目

方法概念の第3の視点である「c. 数学そのものを批判的に捉える」では、小・中・高の指導内容からこれを具体化することは困難を要した。そこで、「数学の表現を批判的にみる」、「仮定と結論を入れ換えて新たな数学の命題をつくった場合の真偽の判断」の2つに焦点化して考察することにした。ここでは、批判的思考の根本にある可謬的な見方が重要であると考えた。

例えば、「数学の表現」として、生徒に次のような見取り図表現(図3)を提示した場合、これを生徒は批判的に捉えることができるかといったことが議論された。この教材は、筆者が15年以上前に開発し、授業実践を通して生徒の反応が分析されたものであるが、この授業では、数学的コミュニケーションの活発化により、長さに着目すると、面EFGHは平面にならないことが指摘された。当時は批判的思考の概念は入っていなかったが、本科研での再検討を通して、見取り図表現を批判的に捉える学習場面に成りうると考えた。

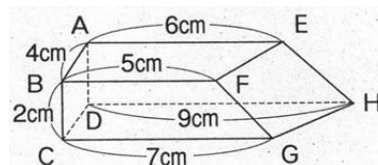


図3 誤りのある見取り図表現の例

このように考えると、次のような数学的表現も批判的思考に着目した教材に成りうると考えられる。

左の図は、円周角が $90^\circ$ であるが、これに対する弦が円の中心を通っていない。

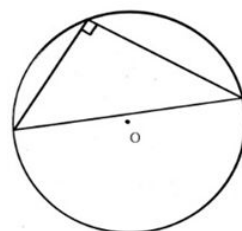


図4 円の例

左の図は、放物線 $y=x^2$ であるが、点(2,3)を通っている。

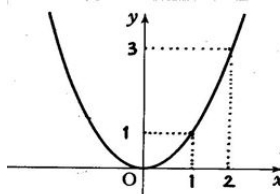


図5 放物線の例

また、「命題の真偽」については、例えば、中点連結定理において、ABCの midpointをM、Nとした場合、「命題P:  $AM=MB$ ,  $MN \parallel BC$  ならば、 $AN=NC$ 」、「命題Q:  $AM=MB$ ,  $BC=2MN$  ならば、 $AN=NC$ 」などの真偽について検討する場面を考えた。命題Pは真であることから多

くの生徒は命題 Q も真であると考えたと予想されるが、命題 Q は偽である。

ここでは、図 6 のような反例を示すことによって偽であることが証明できる。

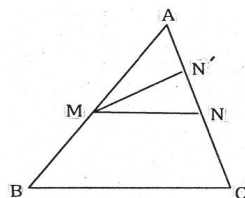


図 6 反例の図

また、平行四辺形の学習において、「一組の対辺が平行で、他の対辺が等しい四角形は平行四辺形である」は正しいかを検討する場面も検討された。この命題も偽であるが、これを証明するには、中点連結定理の場合と同様に反例を示すことが求められる。これは批判的思考に大きく関係していると考えた。

このような検討から、反例を示す活動の日常化の重要性が示唆された。

なお、本科研では、批判的思考の具体化において、特に「社会の問題」への着目が十分にはなされなかった。これについては、新たに採択された平成 27 年度からの科研で検討を加えていく予定である。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 7 件)

久保良宏、谷口千佳、数学指導における批判的思考の具体化 - 可謬的に捉える態度に焦点をあてた教材開発 -、東京理科大学数学教育研究会数学教育、査読無、vol. 56 1、2014、52 - 61、

久保良宏、太刀川祥平、数学科教師における「教科内容知 (SMK)」に関する一考察、北海道教育大学旭川実践教育学会旭川実践教育研究、査読有、第 18 号、2014、31 - 38、

久保良宏、数学教育における「批判的思考」に関する「算数・数学と社会・文化のつながり」研究からの示唆、挑戦的萌芽研究(代表、長崎栄三)研究資料集、査読無、2014、57 - 66、

久保良宏、批判的思考における対話の重要性と数学的コミュニケーション - パウロ・フレイレに焦点をあてて -、日本数学教育学会数学教育学論究臨時増刊、査読有、第 95 巻、2013、121 - 128、

久保良宏、中学校数学科における授業タイプに関する研究 - コミュニケーションに焦点をあてて -、日本数学教育学会数学教育、査読有、第 95 巻第 1 号、2013、2 - 10、

久保良宏、「文脈依存型」の数学教育に関する考察 - 数学的判断プロセスの研究から -、北海道教育大学旭川実践教育学会旭川実践教育研究、査読有、第 17 号、2013、41 - 48、

久保良宏、数学教育における批判的思考についての一考察、日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集、査読有、第 45 回、2012、95 - 100、

〔学会発表〕(計 5 件)

久保良宏、数学教育と理科教育との関係についての一考察、日本科学教育学会、2014 年 9 月 13 日、埼玉大学(埼玉県・さいたま市)

久永靖史(代表)、谷口千佳、太刀川祥平、関澤英紀、福岡洋介、小川淳、久保良宏、中学校数学科における「批判的思考」の具体化、日本数学教育学会、2014 年 8 月 1 日、米子市立中学校(鳥取県・米子市)

久永靖史(代表)、谷口千佳、久保良宏、中学校数学科における批判的に見る活動について - 反例に着目して -、日本数学教育学会、2013 年 8 月 1 日、山梨市立中学校(山梨県・甲府市)

久保良宏、教材研究に着目した数学科教師の数学教育に対する考え方の傾向、日本数学教育学会、2013 年 6 月 30 日、筑波大学文京校舎(東京都・文京区)

久保良宏、数学教育における統計指導の視点、日本科学教育学会、2012 年 8 月 27 日、東京理科大学(東京都・新宿区)

〔その他〕

本研究の成果については、科研報告書(平成 27 年 3 月発行)として冊子にまとめました。詳細についての問い合わせは、下記のアドレスにご連絡いただければと存じます。

[kubo.yoshihiro@a.hokkyodai.ac.jp](mailto:kubo.yoshihiro@a.hokkyodai.ac.jp)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

久保 良宏 (KUBO, Yoshihiro)  
北海道教育大学・教育学部・教授  
研究者番号：80344539

### (2) 研究分担者

黒谷 和志 (KUROTANI, Kazushi)  
北海道教育大学・教育学部・准教授  
研究者番号：40360961

### (3) 連携研究者

高橋 優二 (TAKAHASHI, Yuji)  
北海道教育大学・教育学部・教授  
研究者番号：00179540

若林 高明 (WAKABAYASHI, Takaaki)  
北海道教育大学・教育学部・准教授  
研究者番号：20270184

### (4) 研究協力者

久永 靖史 (HISANAGA, Yasufumi)  
小川 淳 (OGAWA Jun)  
関澤 英紀 (SEKIZAWA, Hideki)  
福岡 洋介 (FUKUOKA, Yousuke)  
谷口 千佳 (TANIGUCHI, Chika)  
太刀川 祥平 (TACHIKAWA, Shohei)